PHILOSOPHIAE UNIVERSAE INSTITUTIONES

AD USUM

SCHOLARUM TOTIUS ORDINIS

FRATRUM MINORUM

TOMUS IV.

PHYSICAE INSTITUTIONES

AD USUM

SCHOLARUM TOTIUS ORDINIS FRATRUM MINORUM

ELUCUBRATAE

AB A. R. P. ALOYSIO AB AVILIANO

EJUSDEM ORDINIS

PROVINCIAE STRICTIORIS OBSERVANTIAE IN LUCANIA
JAM MINISTRO, ET STUDIORUM PRAEFECTO.

TOMUS I.

PHYSICAM GENERALEM

COMPLECTENS

Editio secunda auctior et emendatior.

NEAPOLI
EX TYPOGRAPHEO FIBRENIANO
MDCCCLI

RMO PRI

VENANTIO A CELANO

TOTIUS ORDINIS S. P. N. FRANCISCI

MINISTRO GENERALI ETC. ETC. ETC.

P.r ALOYSIUS AB AVILIANO EJUSDEM ORDINIS ALUMNUS

S. P. D.

Quamvis et ab adolescentia Physicis disciplinis, quae bonarum artium partem praestantissimam efficiunt, magnopere sim delectatus, in iisque non perfunctoriam operam navaverim; non tamen praesagivit umquam animus, fore ut aliquid hujus generis in lucem emitterem, aut earumdem Compendium Romae exscriptum typis publicarem. Te sane, Rme Pater, omnino non latet, quo pacto hocce compendium ortum habuit; nam Romae eras, Secretarii Generalis Ordinis munus peroptime fungens, quando tunc temporis Minister Generalis P. Joseph Maria ab Alexandria, nunc Abellinensis Ecclesiae meritissimus Antistes me ibi arcessivit, ut huic Operi elucubrando, etsi omnium

Seraphici nostri Ordinis minimus, manus admoverem: sicuti et Te meminisse minime piguerit, me in opus, quod his auspiciis ineaeperam, dies noctesque elaborandum animadvertisse ita, ut intra annum Pars, quae Physicam Generalem complectitur, penitus absoluta fuerit, illamque in obsequentissimi animi mei specimen Eidem consecraverim; qui quidem sui ipsius periculi eam faciens, Seraphicae nostrae Juventuti tradendam cavit.

Quum autem iterum, R̄m̄e Pater, tua venia, atque maxima, qua in Ordine fulges, auctoritate idem Compendium praelo committendum sit, et id Neapoli, ut cum Juventuti nostrae, tum vel maxime plurimis Clero adscriptis, qui eodem utuntur, consuli possit; sine, ut in hujus alterius Editionis fronte praeclarum, ac amantissimum Nomen Tuum praefulgeat. Tu namque statim ac grave onus tui Ministerii suscepisti, Praedecessorum tuorum vestigiis inhaerens, praesertim illorum, qui nostro hoc aevo Ordini praefuerunt, sive in excitandis ad scientias litterasque excolendas Juventutis nostrae animis, sive in novis iisque utilioribus Cathedris in Ordine instituendis, sinceram, ac efficacissimam de communibus studiis voluntatem Tuam satis superque ostendisti. Quo nomine igitur decoratum, melius quam Tuo, hoc Opus iterum in publicum prodiret?

Huic vero secundae Editioni Tractatum de Cosmographia addendum censui, brevem quidem, sed quoad ejus fieri posset, tempori, ac scientiae progressui ap-

prime accommodatum; quem, ne mihi illud Horatianum *non erat his locus* obverteretur, veritus, in priori Editione praetermittere malui. Hujusmodi quippe Tractatus tanta est dignitas, tantusque in vita humana usus, ut melius experiri, quam enarrari posse existimem. Enimvero, quod ad nos Dei servitio mancipatos attinet, quis fastos ac nefastos dies dignoscere; quis Calendaria efformare; quis quid sibi velint Tabulae illae Breviario praefixae intelligere queat absque illarum veritatum cognitione, quae in eo dilucidantur? quo pacto plurima sacrorum Voluminum effata, in quibus de Siderum motu, de Solis Lunaeque defectibus, de eorumdem conversionibus agitur, scire queat, nisi Cosmographiae principia vel primoribus labiis degustaverit? — Pulcre mehercule dictum, et sapienter! nihilominus *non erat his locus.* — Sed habere mihi visus sum et alias caussas, quae ad illum conscribendum non modo invitarent, sed quodammodo impellerent. Fateor enim me illum huic novae editioni adjecisse, ne Juvenum nostrorum utilitati ulla in re deesse viderer, qui nisi eo anno, quo Physicis disciplinis operam dant, pulcherrimis Cosmographiae principiis imbuantur, aliis studiis postea abrepti, iis omnino jejuni remanere cogantur. Praeterea Tractatus ipse ceu stimulus esse potest, qui erectioris indolis Juvenes tamquam a pulvere et radio excitatos ad profundiorem illius scientiae philosophematum disquisitionem revocare valet. Accedit demum Ecclesiae Theatinae Archiepiscopi D. Josue M.ª Sag-

gese, viri sane omnimoda eruditione praediti, consilium. Tantus enim Antistes (qui nescio qua ratione hoc Physicae Compendium, statim ac in lucem editum fuit, tanti fecit, ut in suo illustri ac florentissimo Clericorum Ephebeo, aliis quamplurimis, iisque meliori methodo, ac italico stylo elaboratis, praeferri ac publice doceri mandavit) Juventutis profectui optime consultum fore mihi suggessit, si eidem Operi Cosmographiae Tractatus adderetur: quod consilium eo libentius excepi, quo altius illa sententia animo meo insidebat « illud nempe, quod uni supervacuum videtur, aliis non modo utile, sed et necessarium videri ». Quamobrem non est profecto quod verear, ne qui in Academiis erudiendae Juventuti operam impendunt, hoc meum propositum suggillent.

Illud superest, Rme Pater, ut hoc Physicae Compendium mendis purgatum, et pluribus in locis auctum, lubens, insitaque in animo Tuo humanitate recipias, meque gratia ac praesidio tuo in posterum quoque non indignum judices. Quod si hujus voti fuero compos effectus, Dnum Jesum numquam precibus faticare cessabo ut Te Ordinis Minorum Familiae universae, Juventuti nostrae, mihique quam diutissime servare, et usque in majus meliusve provehere dignetur. Bene vale, Pater Optime, et Seraphicam benedictionem mihi peramanter impertire.

Scribebam e Conv.tu S. Mariae Sepulcri Civitatis Potentiae in Lucania Kal. Januarii anno reparatae salutis MDCCCLI.

AD BENEVOLOS LECTORES

PRAEFATIO

MINISTRI GENERALIS ORDINIS

NOMINE

PRIMAE EDITIONI PRAEMISSA

Tandem aliquando (quod felix faustumque sit) in dias exoriuntur luminis oras satis diu expectatae Physicae elementares Institutiones ad Juvenum Seraphici Ordinis nostri commodum ex probatissimis quibusque inter recentiores Auctoribus quam accuratissime excerptae, et meliori modo, quoad ejus fieri potuit, concinnatae. Deerant adhuc Scholis nostris (et cur nos pudeat id ingenue fateri?) hujusmodi Institutiones foecundae hujus pulcherrimae Scientiae ubertati, uti nunc sese habet, respondentes; et quae nobiliores ejusdem theorias, ac praeclara illa inventa, quibus paucis abhinc annis magni quilibet nominis Philosophi eam locupletarunt, breviter, dilucide, accurateque exponeret. Quot, et quanti in hac Philosophiae parte quolibet die progressus fiant, neminem, credimus, nisi nos fallit opinio, latere potest. Quam Physica illa, quae nunc docetur, ab ea, quam majores nostri docuere, satis longo distet intervallo, nullus qui purus putus stipes non sit, ignorare potest. Jam fugam agitarunt, et procul a nostri temporis Physica abiere quamplurimae illae, et putidissimae quaestiones, quae retroactis saeculis Juvenum aures satis superque obtundebant, de *simpathia*, de *antipathia*, de *formis substantialibus*, de *primi*, *secundi*, et *tertii elementi particulis*, de *natura a vacuo* cane pejus et angue *abhorrente*, de *hamatis effluviis* e terra erumpentibus, sursumque deorsum, quae arripuissent corpora, summa vi trahentibus, et sexcentis aliis id

genus quaestionibus, quas nec ipsi, qui eas agitabant, Magistri vel hilum intelligebant; tantum abest, ut vel parum intelligerent, qui eos doctores habebant! Et tamen circa haec deliramenta circumvolitando tum docentes, tum addiscentes, videbantur sibi in summo coelo versari! At multo in melius nunc, maximo Dei beneficio, haec omnia cessere; et ludibrium omnibus jure merito deberet, qui scholasticis hisce quisquiliis ventilandis vel minimo temporis intervallo animum adplicaret suum. Postquam Galilaeus (aeternum qui tenebit per saecula nomen!), Torricellius, Cartesius, Otto de Guerrike, Pascal, Robertus Boyle, Kirker, aliique saeculo decimo septimo; saeculo vero proxime elapso Newtonus (aetatis decus indelebile suae!), fratres Bernoulli, Mariotte, Franklinius, Lavoiserius, Galvanus, Volta, Borda, caeterique novis suis observationibus et inventis praeclarissimae hujus scientiae campum in modum adeo mirum extendere, ut aliam ei faciem, eamque valde pulcherrimam plane induxerint; postquam saeculo istboc ineunte percelebris Lagrange (toto indubitanter decantandus in orbe!), Laplace, Poisson, Venturoli, Mâthesim sublimiorem in subsidium advocantes, tanta evidentia leges mechanicae fluidorum, ac solidorum, opticae, acusticae, caloris, electricitatis, et magnetismi explicavere; postquam denique Malus, Dulong, Ampere, Coulomb, Arago, Fresnel, Becquerel, Melloni, summo ingenii acumine, et sane quam admiranda sagacitate atque industria omnia ad trutinam phaenomena revocarunt, quae recentioris Physicae basim et fundamenta constituunt; nae plumbeus ad miraculum usque is foret, qui vetustis Institutionibus valedicere piaculum duceret, novasque praescribendas non percuperet, quae nobilissimae scientiae, uti in praesentiarum se habet, principia omnia, veritatesque quam brevissime, ac dilucidissime exhiberet.

Haec et alia plurima haud spernendi momenti animo nostro serio recolentes, quum primum ad nostrorum reformationem studiorum manum admovimus, in id praecipue nobis incumbendum esse duximus, ut etiam Physicae Institutiones ad nostrorum Adolescentium usum appositae conscriptae extarent. Et nunc quidem primum ipsae in lucem prodeunt. Extant equidem, nec nos id praeterit, prae-

clarissima summorum virorum scripta, quae de scientiis hisce Physicis ex professo pertractant, et quae anilibus fabellis, de quibus tanta inter se contentione veteres digladiabantur, summo contemptu rejectis, sola observatione, et experientia duce, vere admirandos hodiernae Physicae progressus quam luculentissime exponunt, et communi eruditorum suffragio optima reputantur: at praeterquam quod lucubrationes istae Physicae fusiori calamo sunt exaratae, adeoque unius anni curriculo his studiis praescripto vix, aut ne vix quidem, absolvi possunt; illarum plerisque id insuper accedit incommodi, quod ipsarum Auctores vel in severioribus disciplinis consummati, ita omnia fastidire videntur, quae mathematicorum non sapiunt oleum, ut nonnisi e sublimioribus Analysis principiis permultas suas petant demonstrationes; vel in describendis machinis, atque apparatibus ad experimenta exequenda inservientibus, plurimam operam insumant. Non equidem inficiamur, Physicam sine Matheseos studio mancam, debilem, ac plane elumbem esse; imo nos in illa sententia sumus, nullibi magis apposite, quam nostris his scholis sapientissimum illud Platonis effatum uncialibus litteris describendum esse: Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω: *Nullus Geometriae expers accedito.* Non diffitemur etiam, nonnisi machinarum ope, et repetitis observationibus ac experimentis aliquantulum nos in Physica progredi posse. Attamen quum extra omnem dubitationis aleam positum sit, scientiae cujuslibet principia perspicua, concisa, et Adolescentium captui ita accommodata esse debere, ut eorum ingenia adhuc immatura subtilitatibus, et abstrusis ratiociniis minime defatigentur, ac absterreantur; propterea autumamus Physicas Institutiones tum bene concinnatas esse credendas, quando in ipsa illarum brevitate ea nobilissimae scientiae principia contineantur, quorum ope Juvenes probe instituti in amplioribus Operibus pervolutandis sublimiorum cognitionum supellectilem nullo negotio sibi comparare possint.

Hoc sane consilio breves hasce Institutiones concinnandas jussimus in duo haud magnae molis volumina distributas. In iis prima dumtaxat Physicae fundamenta, sed vera, et accurata, et ad praesentem scientiae progressum accommodata invenientur. Veritates

omnes amoenissimae, et praeclariores, illae praesertim, ex quibus in commune societatis bonum aliquid commodi derivare potest, quam dilucide exponuntur: quae in rebus mechanicis adhibentur demonstrationes ejusmodi sunt, ut etiam ab Adolescentibus geometrico pulvere leviter aspersis facile intelligi queant: machinae simpliciores tantum breviter describuntur, quarum tamen descriptione probe intellecta, et omnes aliae, quae scientiis, artibus, ac commercio inserviunt, nullo labore poteruut intelligi. Modum vero in illis describendis adhibere decrevimus, quum experientia constet tum demum haec omnia perspicue intelligi posse, quum oculis fuerint subjecta fidelibus. Temerarias hypotheses, et inanes disputationes quam longissime facessere mandavimus, experimentis tantummodo, et observationibus, ac praecipue recentioribus inventis loco relicto. Nihil demum a Nobis intentatum relictum fuit, ut istae elementares Institutiones ad promovendam in nostrorum Juvenum animis rerum Physicarum cognitiones essent comparatae. Quanta proinde ex hujusmodi studio a Nostrae Religionis Alumnis expectanda sint bona, unicuique pronum est colligere. Annuat conatibus his nostris Clementissimus Deus, et uberrimos ipse faciat producere fructus!

En, quae animo nostro, dum ut haec concinnarentur Physicae Elementa curavimus, indensinenter obversata sunt, Benevoli Lectores. Quod si voti nostri compotes non omnimode fuerimus, nec bene respondebunt nomina rebus; Vos, pro humanitate vestra, benigne, precamur, res aspicite nostras; nam quod profecto Vobis notum est,

Ut desint vires, tamen est laudanda voluntas.

Vos vero, Seraphici Ordinis nostri optimae spei Adolescentes, lucubrationes hasce ad commoditates tantum vestras, non autem ad falsam aliquam gloriolam aucupandam (nec enim Auctori mens tam laeva fuisset!) conscriptas, aequi bonique facite, easque

Nocturna versate manu, versate diurna,
Si patriae vultis, *si vobis vivere cari.*

IN PHYSICAE ELEMENTA

ISAGOGE

1. PHYSICA, a Graeca voce Φύσις (natura), nihil aliud exprimit, nisi *naturae contemplationem*. Quamvis autem *naturae* vocabulum non a veteribus solum, verum etiam a recentioribus diversa sub significatione accipiatur; hic tamen pro rerum corporearum universitate, et phaenomenis, quae inde emergunt, intelligitur. *Corpora* dicuntur ea omnia objecta, quae nos circumstant, quaeque sensationes varias in nobis producunt; *phaenomena* vero, seu *apparentiae*, sunt omnes eorumdem effectus, qui sensibus obversantur. Quapropter si stricte loqui velimus, Physica contemplandum sibi proponere deberet tum corporum singulorum proprietates, existentiae modum, actionesque varias; tum etiam leges, quibus eadem corpora subjiciuntur, et phaenomena omnia, quae producunt. Hoc sensu Physicae partes essent etiam *Historia naturalis*, quae ordinat, enumerat, et in classes disponit singula individua corpora, quae tria naturae Regna, *minerale* scilicet, *vegetabile* et *animale* constituunt; adeoque in tres Partes dispescitur, nempe in *Mineralogiam*, *Botanicam*, et *Zoologiam*; tum *Chimia*, quae individuorum corporum partes elementares exquirit, mutationesque quae in ipsis ex earum compositione, aggregatione, et dissolutione fiunt (1). At quum latissime sane hic campus pateat; nec humanum ingenium arctissimis circumscriptum limitibus omnes hujus universalis naturae partes uno intuitu comprehendere valeat: hinc factum est, ut Physicae cultores eam ab Historia naturali, et a Chimia distinguerent, non ita tamen ut aliquando illae inter se amice non conspirent, et una saepissime utriusque non opem poscat. His finibus assignatis, Physica universales corporum proprietates expendit; eorum phaenomena describit, ac in classes redigit; caussas, a quibus producuntur, quoad ejus fieri potest, assignat; Legesque, vi quarum operantur, explicat, atque declarat.

2. Quum itaque Physica in contemplandis corporum proprietatibus, ac caussis et legibus, quibus phaenomena operantur, explorandis tota versetur; mundi hujus adspectabilis vero, ac phaeno-

(1) Hac methodo sane Physicam usque ad saeculum elapsum veteres tractabant. Id adeo verum est, ut Odoardus del Giudice, qui Physicae Institutionem haud spernendam sub finem saeculi XVIII, et initio saeculi praesentis edidit, non aliam methodum in ea tractanda sequutus sit.

menorum, quae in ipso eveniunt, existentia quum a libera Creatoris pendeant voluntate, qua statuit, ut in iisdem occasionibus iidem semper ac certi motus peragerentur (1): manifestum est, eorum caussas *a priori* erui non posse; sed ab effectibus attente inspectis, atque examinatis ad easdem veluti per gradus assurgere oportere; ita ut phaenomenorum explicationem, vel caussam tum demum assignare liceat, quum ipsa phaenomena accurate sensibus perspecta, atque observata fuerint. *Observatio* itaque est primum Physicae fundamentum. Attamen haud raro evenit, ut naturae phaenomena intelligentiae nostrae oculis obscura, dubia, vel admodum complexa videantur; nostraque mens a naturae immensitate veluti obstupefacta, quasi obnubiletur, ac tenebris offundatur. Tunc autem in subsidium vocantur *experimenta*, quibus data opera, et de industria in aliquo statu artificiali corpora ponuntur, ut clarius, quid circa ipsorum phaenomena statuendum sit, innotescat. Physica igitur *observationibus*, et *experimentis* probe institutis veluti in propriis basibus tota inaedificatur. His duobus fretus adminiculis Physicus per naturae campum laetus excurrit, eamque in suis operationibus veluti deprehendit.

3. Aliquando etiam Mathesis Physicae suam opem praestat, tum praecipue, quum phaenomenorum, caussarumque, a quibus oriuntur, quantitates, ac proportiones definiri oporteat; id quod absque Mathesis subsidio nullatenus obtineri potest. Omnibus notum est percelebre illud veterum effatum:

Pondere, mensura, numero, Deus omnia fecit;

Et illud Galilaei apophtegma: *naturae librum triangulis et numeris esse scriptum*. Corpora praeterea quum nullum edant phaenomenon, nisi per motum, quem proinde *universalis naturae administrum* veteres appellabant; motus autem omnis nonnisi per lineas rectas, vel curvas absolvatur: patet, Matheseos cognitionem in Physicae studio esse omnino necessariam; eaque seposita, nullum in hac praeclara scientia expectandum esse progressum: quinimo quo magis in naturae cognitione progredimur, eo magis singulae Physicae partes intimius cum Mathesi colligantur. Et re quidem vera, illa antiquorum Physica, quae non quid natura ferat, sed quid ferre possit exquirebat, et nihil aliud praeter inania vocabula, atque imaginarias hypotheses ad libidinem confictas dare valebat, tum demum ab omnibus scholis ablegari coepit, quum observationes, et experimenta cum Mathema-

(1) Haec omnia per infinitam suam Potentiam aliter Deus stabilire potuisset, si voluisset: quare autem ea ita voluit, quae sit intima eorum natura, minime perspicimus. Omnis igitur nostra cognitio de rerum naturalium caussis ac legibus ad id tantum se extendit, ut videamus *a posteriori* quomodo stabilita sint, atque in mirabilissimo Universi ordine summam Conditoris Sapientiam admiremus.

ticae principiis feliciter jungi coeperunt. Hanc methodum experimentalem saeculo XVI excoluerunt primus omnium Galilaeus Galilei, Italiae nostrae decus, ac lumen splendidissimum; deinde Franciscus Baco de Verulamio Anglus; saeculo vero XVII Robertus Boyle et Isaac Newtonus, qui vera, stabilique philosophandi ratione constituta, vix dici potest, quot mirificos in naturae cognitione progressus fecerint, et quam merito Physicae *parentes* appellati fuerint. Nonnisi hanc methodum in nostris hisce elementis et nos sequemur; scilicet ad experimenta potius, quam ad mathesim confugiemus in exponendis naturae phaenomenis, legibusque, secundum quas operantur, demonstrandis; hac enim ratione historice exponemus illationes omnes, quae mathesis ope demonstrantur, et experimentis roborantur. Quare hunc librum *Physicae Experimentalis Institutiones* recte vocare poteris.

4. Ut autem securior in penitiores naturae aditus nobis pateat accessus, tres illae observandae sunt regulae, quae Physicae quasi Logicam quamdam particularem constituunt, quasque Newtonus sibi, caeterisque Physicis sancte observandas statuit. Prima haec est: *Caussae rerum naturalium non plures sunt admittendae, quam quae verae sunt, earumque phaenomenis explicandis sufficiunt.* Deus enim naturae sapientissimus auctor nihil frustra molitur, et simplicissimas in suis operationibus sectatur vias; nullamque effectibus producendis caussam adhibet superfluam. Ubi itaque alicujus phaenomeni explicationem aggredimur, non sufficit, ejus caussam aliquam saltem possibilem afferre; sed insuper requiritur ut ejusdem existentia vel observando, vel experiundo, vel demum ratiocinando edoceatur. Ex Physica igitur hypotheses sunt proscribendae, quum quidquid ex illis colligitur sit incostans, eaedemque scientiam potius impediant, quam promoveant; magisque conducat nostram ignorantiam ingenue fateri, quam in vana caussa acquiescere. Tum demum ad hypotheses confugere licet, ubi quandoque post longum studium vera caussa non innotescat; caussa vero a nobis conficta omnibus phaenomenis explicandis valeat.

2.ª Regula haec est: *Effectuum naturalium ejusdem generis eaedem sunt caussae*: Id autem naturae simplicitas omnino requirit: si enim videmus lapides in nostris regionibus ex gravitate deorsum descendere; quis dubitet eumdem effectum ab eadem caussa in aliis etiam mundi plagis procedere? Haec regula dici solet naturae *analogia*, ejusque usus latissime patet, uti Philosophis omnibus compertum est.

3.ª denique est: *Qualitates corporum, quae intendi, ac remitti nequeunt, et quae omnibus, in quibus experimenta instituere licet, corporibus competunt, pro corporum universorum qualitatibus admitti possunt.* Si ex: gr: videmus omnia terrestria corpora esse extensa, et

habere vim resistendi ; cur has easdem qualitates non tribuamus quoque aliis corporibus distantibus, Soli, Lunae, Planetis, vel iis etiam , quae in terrae gremio concluduntur, nobis numquam visis?

5. Ex Physicae studio his regulis probe instituto ac directo vix dici potest quantum voluptatis , aut utilitatis nobis capere liceat. Quid enim homini jucundius, quid suavius , quid gratius contingere potest, quam tot phaenomenorum terra, mari, coeloque obvenientium , quae vulgus ignorat, cognitio? Immensae sunt animi deliciae, ubi arcanas rerum caussas introspicere nobis datur, earumque rationes veluti ob oculos positas intuemur:

Felix, qui potuit rerum cognoscere caussas;
Atque metus omnes.....
Subjecit pedibus....

ajebat Virgilius, Georg: II. v. 490. Hinc etiam Tullius scite scribebat: *Est animorum, ingeniorumque naturale quoddam quasi pabulum consideratio, contemplatioque naturae: erigimur; elatiores fieri videmur; humana despicimus; cogitantesque supera ac coelestia, haec nostra, ut exigua et minima, contemnimus.* (Acad. Quaest. L. 2. c. 41.) Quid vero de utilitatibus dicam, quae universo generi humano ex Physicae studio dimanarunt? Omnium oculis tam perspectae sunt, ut expositione minime indigeant. Sed et maxima ejus utilitas in hoc consistit, quod ad Dei existentiam, ejusque Providentiam cognoscendam, ac probandam directe nos ducit. Quum enim in immensa naturae varietate contemplanda immoramur, fieri profecto non potest, quin infinitam Numinis potentiam, sapientiam, ac bonitatem in universo rerum orbe veluti insculptam intueamur; et coelestium ac terrestrium rerum admirabilitate excitati, tanti operis Rectorem, et tamquam Architectum deprehendamus. Gravissime hinc ajebat Seneca: *Equidem tunc Naturae rerum gratias ago, quum illam non ab hac parte video, quae publica est, sed quum secretiora ejus intravi: quum disco quae universi materia sit, quis auctor, et custos: quid sit Deus... Nisi ad haec admitterer, non fuerat operae pretium nasci.* (Senec. Natur. quaest. L. 1. in Praefat). Et Tullius L. 3. C. 21. De Fin: sic habet: *Nec vero pietas adversus Deum, nec quanta ei gratia debeatur, sine explicatione naturae intelligi potest.*

6. His breviter in antecessum statutis, nostras hasce Institutiones duas in partes dividemus, prout duplici modo considerari possunt phaenomena motus ac quietis, quae in corporibus observantur. Quum enim duae sint diversae motus species, quorum primus a corporibus, quae sensibus immediate percipiuntur produci solet; alter vero producitur a quibusdam corporum modificationibus, quae a nobis percipiuntur quin earum caussae motricis claram ideam animo concipiamus, uti sunt effectus calorici, lucis, electri-

citatis, et magnetismi; quae phaenomena, et alia hujusmodi non sine firmissima ratione quibusdam materiis imponderabilibus tribuuntur, quae *Caloricum, lux, electricitas et magnetismus* vocantur: liquido patet, Physicam in duas partes dispesci posse, nempe in *Physicam generalem*, cujus objectum sunt corpora, quae sensibus percipiuntur, eorumque generalia phaenomena; et in *Physicam particularem*, quae substantias *imperceptibiles*, seu *imponderabiles*, earumque phaenomena in disquisitionem vocat. In priori disseritur de corporum proprietatibus generalioribus, de legibus aequilibrii ac motus corporum solidorum, liquidorum, elasticorumque: in posteriori agitur de calorico, de luce, de vi magnetica atque electrica (1). Quumque plurima phaenomena tum in terra, tum in atmosphaera, tum denique in firmamento observentur, quorum explicatio etsi a doctrinis in Physica expositis tota pendeat, in singulis tamen Tractatibus, ubi hae doctrinae exponuntur, commode inseri nequeant, quin earumdem nexui et successioni plurimum afferant impedimenti; hinc his duabus Physicae partibus *tertiam*, tamquam Appendicem adjungimus, in qua omnia illa phaenomena terrestria, aerea, et coelestia breviter exponemus, sicque *Metheorologiam* et *Cosmographiam* tractabimus. A Physica generali, Deo auspice, initium faciamus.

(1) Hanc Physicae divisionem retinemus, quidquid in contrarium videatur quibusdam non imi subsellii Auctoribus, qui legum naturalium uniformitatem tantum, minime vero objectorum et caussarum, quae diversa naturae phaenomena gignunt, diversitatem considerantes, supervacaneam hodie esse hanc Physicae partitionem immerito dictitant.

PHYSICAE

PARS PRIMA.

PHYSICA GENERALIS.

7. Quatuor in Sectionibus omnes veritates, quae in Physica generali tractari solent, complectemur, et expediemus. In prima generales corporum proprietates expendemus, ac vires quibus corpora omnia generatim afficiuntur; in secunda de legibus aequilibri ac motus corporum solidorum loquemur, nempe solidorum *Mechanicam* tractabimus; in tertia de legibus aequilibrii, ac motus liquidorum et fluidorum sermonem instituemus, scilicet *Hydromechanicam* absolvemus; in quarta denique effectus, qui ex motu vibratorio corporum elasticorum oriuntur, et leges, quibus hi motus subjiciuntur, ad trutinam revocabimus, idest *Acusticam* exponemus (1).

SECTIO I

DE GENERALIBUS CORPORUM PROPRIETATIBUS, AC VIRIBUS, QUIBUS CORPORA ADFICIUNTUR.

CAPUT PRIMUM.

DE GENERALIBUS CORPORUM PROPRIETATIBUS.

8. Corpora omnia existere, eaque diversimode sensus nostros adficere, adeo certum est, ut quolibet tempore in stultorum censum adnumerati fuerint sceptici, ac idealistae omnes, qui eorum existentiam ausi fuerunt in dubium revocare. At etiamsi dubia poneretur corporum existentia, nihil Physicae derogaretur. Quum enim Physica rerum corporearum phaenomena exquirat, atque contempletur; haec eodem semper modo, etsi corpora non extarent, nostris sensibus exhiberentur. Sceptici vero corporum existentiam inficiantes, numquam *phaenomena*, sive *apparentias* negarunt.

9. Quantum autem de corporum existentia certi sumus; tantum profiteri debemus, neque sensuum constans ac manifestum testi–

(1) Quum sonus a motu vibratorio corporum elasticorum pendeat, et per aerem, aliaque fluida elastica propagetur; nullibi melius, quam in hac prima Physicae parte, ubi corporum elasticitas, et motus theoria evolvuntur Acustica pertractari potest.

monium, neque philosophorum speculationes hucusque nobis intimam corporum constitutionem revelasse; eamque omnino sensibus nostris imperviam esse ac inaccessam agnoscendum est. Nec mirum. Sensus enim eo tantum fine tribuit nobis rerum Creator, ut sensationum in nobis excitarum ope relationes dumtaxat, quas res corporeae nos circumstantes nobiscum habent, nosceremus ad utilem nostrae vitae conservationem; non vero ut intimam perscrutaremur corporum constitutionem, vel agendi modum deprehenderemus (1): quarum rerum cognitio nihil neque utilitatis, neque voluptatis nobis afferret. Quocirca quum de corporum *proprietatibus*, et *actionibus* loquimur, hoc unum intelligi volumus, existere nempe extra nos objecta, quae *corpora* vocamus, eaque diversimode in organa nostra sensoria agendo, varias in nostra mente sensationes excitare; quamvis hujus actionis modus nobis sit prorsus ignotus, nullique mortalium concessum sit corporum proprietates, vel earum subjectum, prout sunt in seipsis, pernoscere. *Attributorum*, *et proprietatum* vocabulis utimur, quia corporibus *tribuitur*, ipsisque *proprium* esse dicitur, varias sensationes in nobis excitare. Quamvis autem a Metaphysicis aliqua inter haec vocabula statuatur differentia; indiscriminatim tamen hic ea usurpamus, quum haec distinctio ad nostrum finem nihil conferat.

10. Corporum itaque *proprietates generales* illae dicuntur, quae omnibus competunt corporibus, in quolibet statu haec fuerint constituta. Duplicis sunt generis; aliae *essentiales* et *primariae* vocari possunt; aliae vero *non essentiales*, et *secundariae*. Prioris generis sunt illae, sine quibus corporis idea concipi nequit, quaeque idcirco omnibus semper tam corporibus, quam quibuslibet materiae particulis conveniunt, aliarum proprietatum non sunt effectus, et ut ait Newtonus, *intendi*, ac *remitti* nequeunt, quavis in corporibus mutatione obveniente, quales sunt *extensio*, *impenetrabilitas*, *inertia*, *mobilitas*, *gravitas;* posterioris vero generis eae sunt, quae etsi omnibus corporibus etiam competant, proprietatum tamen essentialium sunt effectus, iis aliquando corpora carere possunt absque ullo detrimento, pro iisque detegendis opus est observationibus, ac operationibus quibusdam, et nonnumquam etiam instrumentis; tales sunt *divisibilitas*, , *porositas*, *compressibilitas*, *dilatabilitas*, *elasticitas* etc. Quilibet enim intelligit nullum corpus, nullum materiae elementum dari posse, quod non sit *extensum*, sive quod partes extra partes non habeat; quod non sit *impenetrabile*, sive alteri cuilibet non resistat ne suum occupet locum; quod non sit *iners*, sive non perduret in eo statu, vel quietis, vel motus, in quo semel positum fuit; quod non sit *mobile*, sive capax transitus ex uno in

(1) Malebranch. De inquir. verit. L. 1. c. 5.

alium locum. Attamen probe unusquisque noscit *divisibilitatem* , *compressibilitatem*, *dilatabilitatem*, et alias id genus proprietates esse extensionis, et impenetrabilitatis effectus, a ratione, qua intima corporum elementa conformantur, ac disponuntur pendere; et nonnisi observationibus ac experimentis institutis detegi posse. Nisi enim corpora essent composita , et extensa, ne *divisibilia* quidem essent, neque *porosa*, neque *compressibilia*, neque ad pristinum statum redire possent, in quo *elasticitas* consistit, neque vi voluminis augendi donarentur, in quo *dilatabilitas* posita est. De duobus his proprietatum generibus seorsim duobus in articulis loquemur.

ARTICULUS PRIMUS.

DE PRIMARIIS CORPORUM PROPRIETATIBUS.

11. *Extensionem* esse omnis materiae, omniumque corporum essentialem, ac primariam proprietatem, nullus est adhuc , qui inficiatus sit , vel in dubium vocaverit. Haec quippe prima sensibus nostris occurrit, ubi corpus aliquod nobis obversatur. Nullum hucusque cognoscitur corpus , quamvis exilissimae molis , quod triplici dimensione in longum, latum , et profundum non sit praeditum , quodque partes extra partes non habeat. Possemus equidem fingere corpus exilissimae molis; ejus extensionem concipere adeo exiguam , ut sensibus nostris sit omnino impervia: at non possemus unquam corpus inextensum concipere, quin corporis idea in nostra mente destruatur. Adeo perspicua per se haec res est, ut Cartesius haud dubitaverit corporis *essentiam* in *extensione* constituere (1); quamvis in hoc hallucinatus sit , corporis *physici*, et *mathematici* essentiam confundens; minimeque advertens , unius extensionis conceptum non corporis, sive materiae dumtaxat, sed spatii etiam ab omni materia vacui ideam exhibere posse.

12. Si omnia mundi corpora, terram nempe, planetas, solem , stellas, et quae adhuc ultra stellas existere possunt, in nihilum abire concipiamus , remanet tamen in nostra mente idea extensionis nullis limitibus terminatae; hic nostrae mentis conceptus *spatium absolutum* dicitur. Si vero aliquam hujus spatii partem utcumque terminatam ad corpora in ea collocata referimus , considerando distantiam, quae inter haec corpora datur, aut aliquam capaci-

(1) Si corporis essentia, ut Cartesius autumabat, in extensione consisteret, ex hac certe omnes reliquae illius proprietates essent deducendae, quemadmodum in Geometria ex circuli essentia omnes ejusdem proprietates eruuntur. At quis, quaeso, ex extensione deduceret ex gr: corporis inertiam , vel ejusdem soliditatem? Fateamur itaque corporum intimam naturam nos ignorare , eorumque nonnisi externam corticem percipere.

tatem in his contentam, *spatium* istud dicitur *relativum*. *Locus* est ea spatii pars, quam corpus quodcumque occupat. Mirum quam acerrime inter se dimicaverint nobiliores Philosophi de *spatii vacui* existentia : sed praeterquamquod haec quaestio inter metaphysicas est amandanda, lis hodie nobis composita videtur; omnesque consentiunt dari tum vacuum in corporibus, ut ajunt, *disseminatum*, idque esse caussam, cur corpora diversam habeant *densitatem* ac *specificam gravitatem*; tum vacuum *coacervatum*, idest grandiusculum illud spatium ex pluribus minutis spatiis omni corpore destitutis coalescens, quale est illud, quod in machina Boyleana producitur; idque praecipue eam ob rationem admittunt, quod nisi daretur, corporum motus nec existere, nec concipi ullo modo posset.

13. Altera essentialis, et primaria materiae proprietas est *impenetrabilitas*, illud nempe attributum, quo corpus quodcumque alteri corpori ita resistit, ne hoc simul cum ipso in eodem loco existat. Quodlibet enim materiae elementum est extensum (11); atqui nisi materiae particulis impenetrabilitas inesset, jam nullam extensionem acquirere possent, siquidem in mutuis occursibus, et quavis pressione adhibita, in se invicem coirent, ac invicem penetrarentur (1). Cujus impenetrabilitatis conceptus nascitur in nobis quotiescumque corpus aliquod digito nostro premimus, resistentiamque insuperabilem tactu sentimus; quod si nunquam illud pressissemus, nunquam impenetrabilitatis ideam nobis efformare potuissemus, etiamsi illud vidissemus extensum; ut patet in illis imaginibus a speculo cavo redditis, atque in aere pendulis, quae formam, ac extensionem objecti oppositi vividissime repraesentant, quum tamen soliditate, seu impenetrabilitate careant. Homo itaque, qui nihil praeter ejusmodi imagines vidisset, aut tetigisset, extensionis quidem, minime vero impenetrabilitatis, sive soliditatis ideam sibi animo efformasset.

14. Hac proprietate praeterea omnia corpora donari, ex observationibus, et experimentis quamplurimis cuique vel parum attendenti patet. Corpora quaelibet in triplici statu considerari possunt: sunt enim vel *solida*, seu *firma*, ut metalla, lapides, ligna etc; vel *liquida*, ut aqua, oleum, mercurius; vel *fluida*, sive *aeriformia*, ut

(1) *Extensio*, et *impenetrabilitas* sunt reipsa solae proprietates materiae *essentiales*. Aliae, de quibus sermonem postea instituemus, sunt et dici debent potius proprietates corporum *generales*. Hinc cl: Pouillet sic ait : « Allorchè si dice la materia esser fornita di due proprietà essenziali, l'estensione cioè, e l'impenetrabilità, si parla con poca esattezza, perciocchè queste invece di essere proprietà della materia, ne sono la definizione. Elem. di Fisica c. 1. n. 4. ». Et perillustris Galluppius noster multo antea ita scripserat: « Non si parla con esattezza allorchè si dice : il corpo è *esteso*, *impenetrabile*, etc.; si deve dire, il corpo è la *estensione impenetrabile*, e con ciò si deve intendere : il corpo è un ammasso di esseri, di soggetti etc. Elem. di Fil. C. 2. della Psicol. ».

aer, aliaque id generis, quae propterea *fluida elastica* (corpi gassosi) appellantur: atqui in triplici hoc statu nullum est corpus, quod impenetrabile non sit. De solidis, sive firmis nullum esse potest dubium, quum illorum impenetrabilitatem omnes quotidie experiantur. De liquidis idem dicendum est: si enim corpus solidum in aquam, oleum, mercurium, seu quodlibet aliud liquidum in aliquo vase contentum, mittatur, tantumdem liquidi sursum attolletur, quantum sub solidi mole continetur, ut in hydrostatica demonstrabitur. Undenam id autem repetendum est, nisi a liquidorum impenetrabilitate? Idem in fluidis elasticis evenit. Omnibus notum est, aerem vesicis, follibus, vel alio quovis recipiente inclusum pressioni resistere. Si vitreus tubus utrimque apertus in aqua immergatur, facili negotio in aquam descendet, et totus hoc liquido implebitur; si vero ex superiori parte hermetice claudatur, ex parte vero opposita in aqua mergatur, tunc inferior tubi pars aqua replebitur; sed haec superius usque eo non ascendet, ut chartae frustulum ibi adhaerentem madefacere possit propter aeris ibidem existentis resistentiam (1). Innumera alia experimenta fluidorum impenetrabilitatem evincunt; sed nobis haec pauca sufficiant.

15. Quod si aliqua corpora, quum premuntur, aliquantulum introrsum cedunt, ex: gr: quum clavus ligno, vel muro infigitur; id ex eo evenit, quod haec corpora sint porosa, eorumque partes quum premuntur, aliae in aliorum poros sese insinuant. Idem dicendum est de vase cineribus pleno, quod tantum fere aquae recipit, quantum continere solet, quum vacuum est; illud enim contingit, quia quantum aquae cineres combibunt, tantumdem aeris ex cineribus depellatur, id quod patet ex bullis, quae in cinerum summitate apparent; quapropter si cineres, priusquam aqua infundatur, valide comprimantur, non multum aquae admittunt. Item si volumen quod ex aquae et spiritus vini (alcool), vel salis et aquae, vel auri et mercurii commixtione efformatur minus inveniatur summae voluminum, quam habent partes seorsim acceptae; id non aliunde, quam ex nova illarum dispositione procedit: in hac enim compositione quaelibet materiae pars propius ad aliam accedit, sicque pori minuuntur numero, et magnitudine, ac proinde volumen erit minus; partes vero, seu materiae elementa suam semper impenetrabilitatem servant.

16. Essentialis materiae proprietas est etiam *inertia* (2). Si cor-

(1) Haec etiam est caussa cur aliquando vinum in phyalam immittendo ope infundibuli, cujus collum phyalae angusto foramini adamussim adhaereat, vinum identidem in infundibulo suspensum haereat, nec ultra progrediatur, nisi ipsum infundibulum aliquantulum attollatur, ut aeri in phyala contenti liberum permittat egressum. Nisi aer esset impenetrabilis, vini descensum nullatenus impediret. Hoc principio nititur etiam campanae, quam *Urinatorum* vocant, efformatio.

(2) Circa vocabuli hujus intelligentiam mirum quantum veteres Physici discrepa-

pora omnia, quae nos circumstant, inspiciamus, profecto animadvertemus, omnes mutationes quae sive in corporum statu, sive in quiete accidunt, a caussis seu viribus externis procedere. Nullum corpus a quiete ad motum per seipsum transit, nisi externa vis illud impellat: idem corpus in motu positum eumdem motum non amittit, nisi ex contraria externi corporis resistentia. Si corpus rumpitur; si durius, aut mollius evadit; si liquefit, aut evaporatur, id semper ab aliqua caussa externa nascitur. Ex hoc sequitur, corpora, nisi adessent hae caussae externae, quae omnes in ipsis mutationes producunt, numquam ex seipsis vel moveri, vel ad motum aeque ac quietem sese determinare, vel motum semel acceptum augere, minuere, aut finire posse. Haec corporum proprietas, qua perseverant in eo statu, quo semel posita sunt, donec a caussis externis non deturbentur, suntque ad motum aeque ac ad quietem prorsus indifferentia, dicitur *inertia*.

17. Corpora igitur sunt *inertia*, *inactiva*, ad motum aeque ac ad quietem *indifferentia*, quae proinde moveri possunt a caussis externis, vel si moventur ad quietem reduci a resistentia virium oppositarum. *Quies* itaque est motus carentia; *mobilitas* est ad motum dispositio. *Mobilitate* autem omnia naturae corpora tam ingentia, quam exigua donari, nulli, qui ratione et sensibus recte utatur, dubium esse potest. Sed de mobilitate fusius infra sermonem instituemus.

verint. Plerique inertiam definiebant *eam propensionem, qua corpora cuilibet status sui mutationi resistere pergunt*, eamque ut vim realem corporibus inhaerentem statuebant, quae efficaciter resisteret cuicumque vi in iisdem operanti, ut a statu suo ea removeat: hinc *vim inertiae* eam dicendam propugnabant. Recentiores vero Physici, inter quos eminet clarissimus Eulerus, et nostris diebus plane laudandi Pouillet, Despretz, aliique omnes, meliori sane calculo *inertiam* esse *vim* proprie dictam negant, eamque potius indifferentiam corporum ad motum, aeque ac ad quietem esse contendunt. Quae indifferentia est mere passiva: consistit enim in capacitate prorsus passiva recipiendi in se vim, quae mutationem status ejus gignit; ipsiusque effectus nibil aliud est, nisi ab uno ad aliud corpus virium communicatio, ob quam corpus agens suae vis partem deperdit, corpus patiens aequali ejusdem parte augetur. Corpus patiens vim agentis non imminuit, vel destruit ei resistendo, sed tantummodo in se eam recipit; eo ipso modo, quo vas vacuum cum aliquo vase aqua, vel alio quolibet liquore pleno communicans, liquidum hujus alterius vasis imminueret non aliquam ejus partem destruendo, sed eam in se recipiendo. At inquies, si manus percutiamus corpus quodlibet, ex: gr: pomum in quiete, vel in motu, qui sit tardior motu manus percutientis; si aliquo instrumento corpus quodcumque moveamus, aliquam resistentiam nobis sentire videmur. Sed nullius momenti hanc esse difficultatem facile quisque deprehendet. Resistentia enim, quam videmur sentire, est mera sensuum nostrorum illusio; haec autem inde noscitur, quod in nostra manu vel immediate, vel instrumenti ope eadem impressio efficitur, quam experiremur, si manu quiescente, corpus in eam incurreret vel immediate, vel etiam instrumenti ope, cum motu in directione omnino contraria. Pro certo igitur statuere possumus, adhiberi posse voces istas *inertia*, *vis inertiae*, modo illis designetur tantum vi quadam opus esse, ut corpus a quiete ad motum transeat, vel ut corpus jam motum velocius moveatur; sed iisdem vocibus uti non expedit ad exprimendum vim proprie dictam, quae in materia resideat.

ARTICULUS SECUNDUS.

DE PROPRIETATIBUS CORPORUM SECUNDARIIS.

18. Inter generales corporum proprietates, quas ab extensione, et impenetrabilitate pendere diximus, ideoque *secundarias* vocavimus, prima omnium sese prodit *divisibilitas*, ea nempe proprietas, qua corpora secari, ac dividi in varias partes possunt. Quum enim extensio sit essentialis, ac primaria corporum proprietas (11); quaelibet materiae particula, quamvis infinite parva, extensione praedita est: atqui extensionis conceptus partes extra partes necessario ponit; quidquid vero partes extra partes habet, est divisibile: quaelibet igitur materiae pars est divisibilis. Hanc corporum divisibilitatem nemo diffitetur; quotidie enim omnes experiuntur, ligna, lapides, metalla, ipsumque durissimum adamantem varias in partes alterius corporis actione resolvi; denique solida omnia ex caloris actione liquefieri, liquida vero in vapores converti. At illud, quod veterum, ac recentiorum Physicorum curiositatem movit, quodque hic inquirimus, hoc unum est, an scilicet omne corpus, sive solidum, sive liquidum, sive fluidum illud sit, reapse talis divisionis sit capax, quae possit in infinitum protendi.

19. Duas in partes hac super re veteres aeque ac recentiores scinduntur: qui enim cum Leibnitio censent corpora constare elementis inextensis, et *dynamicum*, ut ajunt, systema sectantur, nullos agnoscunt divisionis limites, quum nulla dari possit, ex illorum sententia, tam exigua extensae substantiae pars, quae ex aliis minutioribus non coalescat: qui vero cum Newtono materiam conflari statuunt ex extensis quidem, at individuis elementis, quae proinde *atomi* vocantur (1), infinitam divisibilitatem dari posse pernegant; ubi enim, ajunt, ad individua elementa devenietur, ibi omnis divisio cessabit. At quum haec questio non tam abstractis ratiociniis, quam observationibus, ac experimentis sit definienda (2), en quidquid certi statuere possumus. Corpora utcumque

(1) Ab α privativa, et τέμνω seco, quasi *insecabilia*.

(2) Il vero Fisico non deve attenersi nè al sistema degli atomi, nè al dinamico; l' intima natura dei corpi sarà sempre un mistero. Quello, che noi conosciamo delle loro parti esteriori, lo dobbiamo interamente ad una vigile osservazione, e ad una critica prudente su tutto quello, che ei viene indicato dai nostri sensi. Fischer Fis. mec. c. 4. §. 4.

eorum elementa considerantur, non sunt in infinitum secabilia, quum enim eorum extensio finita, atque limitata sit, eorumdem partium numerus infinitus esse non potest: attamen in partes adeo exiguas dividi possunt, ut hae omne nedum sensuum, verum etiam cujuslibet vel perspicacissimi ingenii aciem fugiant. Longum esset omnia afferre experimenta, quae hanc materiae proprietatem evidenter demonstrant: sufficiat hic pauca tantum delibasse.

20. 1.° Granum unum ejus pulveris, quae *carminio* apud nos vocatur, in aqua solutum, libras 40 hujus liquidi rubro colore ita inficit, ut ex illa tingantur fila linea vel bombycea ad telas conficiendas. Librae 40 aequales sunt granis 288000: itaque granum unum carminii in totidem particulas divisum est, quot partes visibiles continentur in 288000 aquae granis. Jam vero si concipiamus quodlibet aquae granum in decem partes sectum, unum carminii granum in 2880000 partes aeque divisum erit. Indacum, aliaeque substantiae colorantes eumdem effectum in aqua producunt. 2.° Corpora odora suae substantiae particulas quaquaversum emanant, ita ut odoram quamdam atmosphaeram constituant per plures hebdomadae dies, quin tamen sensibilem ponderis deminutionem patiantur. Modicum thuris granum in ignem conjectum tot in partes resolvitur, ut cubiculum satis amplum, ipsasque vastissimas sacras aedes odoro fumo impleat. Rosae, lilia, aliique flores eumdem producunt effectum. Assae foetidae quaedam massa a Rob. Boyle sex dierum spatio aeri exposita, vix $\frac{1}{8}$ grani partem in suo pondere amisit; hinc uno tantum die amisit ejusdem ponderis $\frac{1}{48}$ partem, et uno minuto ejusdem grani $\frac{1}{69120}$ partem: hic enim numerus est productum $\frac{1}{48}$ in 1440 minuta, quae diei naturalis intervallum conficiunt. Si ponamus ex illa quolibet temporis minuto totidem effluvia exhalasse, quot implendae sphaerae, cujus radius habeat quinque pedes longitudinis, sufficerent, quae imaginationis vis concipiet in quot particulas hujus grani pars $\frac{1}{69120}$ divideretur? (1) 3.° Artifices, qui aurum tundunt *(i battiloro)* ex auri grano bracteam quadratam efficiunt, cujus superficies 50 pollices quadratos contineat. Ope cultri microtomi, quod vulgo Cummingii appellatur, cujuslibet pollicis longitudo visibiliter dividi potest in 2000 partes; hinc in quolibet pollice quadrato existerent 4000000 par-

(1) Hoc principio nituntur medici *omeopathici* ut aegris eam pharmacorum minimam quantitatem praescribant, quae millesimam vel etiam millionecsimam partem unius grani vix adaequet.

tes, et ideo in pollicibus 50 eaedem partes erunt 20000000 : auri granum igitur in 20000000 partes dividi potest. Mirum! (1) D.nus Wollaston ex substantia, quae vulgo dicitur *platino* filum efformavit, cujus diameter erat $\frac{1}{2000}$ unius millimetri, talis scilicet, ut si ponerentur 140 ipsorum simul, eorum diameter aequalis esset diametro fili serici unius tantum elementi; hinc quamvis platinum sit corpus ponderosius, ejus filum 300 pedum longitudinis vix pondus unius grani haberet. 4.° Saponis bullae nihil aliud sunt nisi aqueae lamellae exilissimae, quae sphaerae vacuae specie nobis apparent: earum densitas, Newtono observante, non superat $\frac{1}{10000}$ millimetri. Quorumdam insectorum alae perlucidae minoris etiam densitatis esse reperiuntur. 5.° Quid dicemus de animalculis microscopii ope observatis? Wolfius refert in spatio unius grani sabuli observasse 50 ova, ex quibus nata sunt insecta piscibus similia. Lewenoekius in ranae semine deprehendisse asserit animalcula adeo exilia, ut eorum 1000000 simul vix efficerent globum, cujus diameter capilli humani diametrum adaequaret. In aqua ostrearum, in splene piscis aselli, in aceto, in lacte, in aliisque ejusmodi substantiis aperto aeri pluribus diebus expositis, animalcula anguillarum instar ita exilia conspiciuntur, ut plura eorum millia in acus cuspide consistere possent (2). Quum haec animalcula moveantur, et vitae animalis signa edant; quumque habeant caput, oculos, intestina, venas, arterias, sanguinem, aliaque ad vitam necessaria; quis concipiet, cujus exilitatis debeant esse musculi, quorum ope illa moveantur? quam tenuia vascula, quantilla denique fluida per ea decurrentia? Stupet certe imaginatio! His, aliisque innumeris observationibus, ac experimentis in corporibus cujuscumque status institutis, quos videsis apud quoslibet obvios Physicae Tractatores, plane evincimur, corpora, omnemque materiam in partes adeo exiguas dividi posse, ut omnem imaginationis vim supereut, atque transiliant.

(1) Numeri exprimentes partes, in quibus parva materiae quantitas dividitur, sunt ita ingentes, ut omnem imaginatinnis vim exsuperent. Ut aliquam ideam numeri harum exiguarum particularum animo concipiamus, sciendum est, quod si pro unaquaque numeranda impendatur unius minuti secundi intervallum, tempus impensum in numerando 10,000000 minutorum esset plusquam annorum 3, ac totidem mensium.

(2) Ut de existentia ejusmodi animalculorum certus esse possis, in vas quoddam aqua plenum aliquantulum foeni immitte. Tempore aestivo, post aliquot dies, dum in aquae superficie quaedam spuma efformata est, sume hujus aquae guttam, eamque microscopio subjice; ope hujus instrumenti animalcula ejusmodi observabis, quae post aliquot dierum intervallum magnitudine et numero augentur.

21. Corpora omnia etiam *porositate* donantur, ea scilicet proprietate, qua multis foraminibus, seu *poris*, pertusa deprehenduntur. Proprietas haec generalis est, at non essentialis, quemadmodum et divisibilitas; fieri enim posset, ut aliquando e visceribus terrae sese proderet corpus aliquod, in quo ne unus quidem porus neque nudis oculis, neque microscopii ope inspiciatur. Quapropter Physici, ut hanc proprietatem corporibus generaliter competere statuerent, omnia corpora hucusque cognita observationibus, ac experimentis subjecere, hocque modo suas confecerunt rationes. Quaelibet corpora ad mineralia, vegetabilia, et animalia rediguntur: atqui ex his nullum est, quod innumeris non scateat poris: quaelibet igitur corpora sunt porosa. Ex mineralibus lapides, et metalla innumeris pertusa poris inveniuntur. Lapides durissimi, qui e mari, vel flumine eruuntur, humidissimi sunt. Inter lapides siliceos, ille qui dicitur *hydrophanus*, quamvis opacus sit in naturali suo statu, si tamen in aqua mergatur, perlucidus tamquam vitrum evadit. Marmora quibuslibet imbibi posse coloribus, lippis etiam et tonsoribus hodie notum est. Metalla omnia, inter quae aurum, et platinum omnium ponderosissima, microscopio inspecta, cribri instar perforata videntur. Ignis calor in omnia metalla sese insinuat, eorumque dilatat volumen (1). Aqua in auri sphaera ab Academicis Florentinis *del Cimento* dictis anno 1661 inclusa, quum fortiter comprimeretur, omnem auri substantiam pervasit, et sphaerae exterior superficies aquae guttis ad roris instar conspersa apparuit. Vegetabilium poros ostendit eorum vegetatio, et incrementum; haec enim locum non haberent, nisi poris mediantibus, per quos succi ad extremas usque ramorum partes propagari possunt: ostendit eorumdem dissectio in exilissimas lamellas, quae jugiter perlucidissimae apparent, et microscopio suppositae innumeros spectandos exhibent poros diversae figurae, ac magnitudinis: ostendunt omnia ligna diversis atmosphaerae vicissitudinibus exposita, unde fit, ut humido aere fenestrae, et portae difficulter claudantur; aere autem sicco contrarii habeantur effectus (2). Animalium denique corporum poros evincunt sudor, et exhalationes, quibus obnoxia sunt animalia viventia. Illa enim insensibilis perspiratio, quae tanta est, ut si San-

(1) Haec est ratio, cur machinae ad tempus designandum comparatae, quae vulgo *Orologi da tasca* dicuntur, aestate lentius procedunt, quam hiberno tempore. Calor tempore aestivo in earum poros sese insinuat, earumque dilatat partes: contrarium evenit hiberno tempore; hinc lentius aestate ob auctum affrictum; velocius hyeme, ob eumdem imminutum, moventur.

(2) Ut his occurratur incommodis, lignum pictura olearia illini solet; hoc enim modo pori obstruuntur, et omnis humiditati via intercluditur. Ex eodem principio fluit, ova diu servari posse incorrupta, si in aliquo liquido, quod eorum poros opplere valeat, detineantur.

ctorio (*de Med. stat. Sect. 1, aph. 4.*) fides adhibenda sit (1), omnes alias simul sensibiles evacuationes longe superet, probat, eorum cutem innumeris esse foraminibus pertusam. Idem constat ex variis remediis animalium corporibus exterius applicatis, quibus ars medica morbos innumeros ab his depellit. Idem denique deprehendemus, ubi miram facilitatem, qua mercurius uon hominum modo cutem, sed et durissima bestiarum coria permeare solet, inspiciamus: idem, ubi lucem liberrime per quamlibet animalis corporis partem transire observemus, si quando digitum fenestrae foramini, per quod lux in cubiculum sese intromittit, opponamus; tunc enim digitus lamellae corneae instar perlucidus videtur (2). Quid de liquidis, ac fluidis dicemus? Nullus est, qui nesciat, lucem, et calorem per haec omnia permeare. Omnia liquida ignis ope calefiuut donec ebulliant; fluida *aeri formia* non sunt, nisi ob partium mobilitatem, ac proinde ob poros numero innumerabiles, qui inter ipsas interpositi sunt. Nullum est itaque corpus, quod porositate non sit praeditum; adeoque *porositas* inter generales corporum proprietates est reponenda.

22. Hic autem quaedam observatu dignissima veniunt adnotanda. 1.° Quum non omnia corpora sint aeque porosa; in duobus corporibus ejusdem voluminis, diversae tamen speciei, major partium numerus minus spatium porosum relinquere debet; et viceversa. Hinc si corporis cujusque elementa *massae*, *vel quantitatis materiae* nomiue vocentur, hoc eruitur theorema: *corporum massa est in inversa porositatis ratione.* 2.° Si materiae quantitas in aliquo corpore sit compactior, ut proinde pauciores, ac minutiores relinquat poros, quam in alio corpore ejusdem voluminis continentur, illud dicitur isto *densius*: hinc fluit theorema: *densitas est in directa massarum ratione.* 3.° Denique volumen crescit, si eadem manente densitate, augeatur massa; decrescit vero, si eadem permauente mas-

(1) Illustris hic medicus Patavinus tanta fuit, ac constanti patientia, ut per plures cujuslibet diei horas 30 annorum spatio culeo telae bombycinae ceratae clausus in bilancis lance maneret. Quumque omnia, quibus vescebatur, tum liquida, tum solida diligenter alimenta ponderasset, deprehendit, ex octo alimentorum libris, quas intra uuum diem sumebat, quinque circiter per expirationem insensibilem avolare. Repetitis experimentis, eosdem fere obtinuerunt effectus tum Dodart, et Reith, tum Lavoisier, et Seguin. Hi duo postremi tamen statuerunt, expirationem pulmonarem in hac amissione praecipuas partes habere, ita ut ex dictis octo alimentorum libris circiter $\frac{2}{8}$ amittantur per expirationem ex cute, $\frac{3}{8}$ per expirationem pulmonarem, et reliquae $\frac{3}{8}$ nutritioni inserviant, et per consuetas secretiones emittantur.

(2) Ope microscopii in nostra cute pori innumerabiles deprehenduntur, ita ut in superficie unius millimetri quadrati eiusdem, si Leeuvveooekio fides adhibenda sit, 3025 numerari possint. Nil mirum igitur si inde alimentorum tauta quantitas per insensibilem exspirationem disperdatur.

sa, augeatur densitas. Hinc *volumen est in ratione directa massae*, et *reciproca densitatis* (1).

23. Ex his porro principiis prono alveo fluit, cujuslibet corporis *materiae quantitatem, seu massam, ut productum ex volumine et densitate* considerari posse: quocirca datis duabus harum quantitatum, tertiam facili negotio invenire possumus. Hinc si vocemus M *massam*, D *densitatem*, V *volumen* alicujus corporis, erit $M=D\times V$; ideoque $D=\frac{M}{V}$; $V=\frac{M}{D}$. Si porro m, d, v, alterius pariter corporis *massam, densitatem, volumenque* vocemus, erit etiam $m=d\times v$; $d=\frac{m}{v}$; $v=\frac{m}{d}$. Hinc massas duorum corporum comparantes, inveniemus,

1.° $M : m = D\times V : d\times v$.

2.° $V : v = \frac{M}{D} : \frac{m}{d}$

3.° Si $M=m$ foret, erit $D\times V=d\times v$, adeoque $D : d = v : V$.

4.° Si $V=v$ foret, erit $D : d = M : m$.

5.° Si $D=d$ foret, erit $M : m = V : v$; scilicet,

1.° *Massae sunt in ratione composita directa tum voluminum, tum densitatum.*

2.° *Volumina sunt in ratione composita ex directa massarum, et inversa densitatum.*

3.° Positis aequalibus massis, *densitates sunt in ratione voluminum inversa.*

4.° Positis aequalibus voluminibus, *densitates sunt in directa massarum ratione.*

5.° Positis aequalibus densitatibus, *massae sunt in directa voluminum ratione.*

24. *Comprimi* dicuntur corpora, quum eorum massae minus volumen occupare compelluntur. *Compressio* itaque est proprietas, qua corporis massa intra minus volumen coarctatur ex alterius corporis impulsu, vel pressione. Omnibus corporibus hanc proprietatem competere vel ex eo patet, quod si nullum datur corpus,

(1) Corpus densius hactenus cognitum est *platinum* quod 21 vicibus est ponderosius eodem volumine aquae destillatae; corpus minus densum quam quodlibet aliud hucusque detectum est *hydrogenium*, cujus pondus est $\frac{1}{14}$ circiter minus eodem volumine aeris atmosphaericae: aqua enim (ut infra videbimus) est unitas mensurae ad quam comparantur corpora tum solida tum liquida; aer vero atmosphaericus est unitas mensurae fluidorum elasticorum. Quumque aqua sit 770 vicibus densior aere atmosphaerico; patet densitatem hydrogenii esse $\frac{1}{10780}$ densitatis aquae, et $\frac{1}{226830}$ densitatis platini.

quod innumeris non scateat poris, nullum pariter incompressibile existere debet, quum compressio magnitudini, ac numero pororum sit proportionalis. Hinc videmus, corpora magis porosa magis comprimi posse; spongia ex: gr: in volumen adeo exiguum redigitur, ut occupet spatium decies minus eo, quod priusquam comprimeretur, habebat; charta, bombyx, lana, ligna, omnia denique composita, quae aqua imbibi possunt, ad minus pariter volumen rediguntur. Etiam lapides, quum magno pondere premuntur, compressioni subjacent, ut videre est in basi alicujus columnae, vel aedificii magnae molis. Metalla etiam sunt compressibilia: alioquin quonam modo ex ære, argento, auro cuderentur nummi? Tantae vis est compressio, cui in his operationibus metalla subjiciuntur, ut ea non modo referant omnes vel levioris formae impressiones, verum etiam æris cusi volumen minus evadat eo, quod ante compressionem habebat. Liquida corpora, quum vi comprimenti efficaciter resistant, tamquam *non compressibilia* a veteribus Physicis putabantur; eique opinioni litarunt etiam Academici Florentini (21) postquam inspexerunt aquam in auri sphaera inclusam potius auri poros pervasisse, quam vi comprimenti cessisse: attamen Physici recentiores etiam in his compressibilitatem agnoscunt, quamvis in gradu longe minori quam in solidis. Zimmerman, Canton, Perkins, Oersted, aliique observarunt, bellicum tormentum (*un cannone*) cui tres densitatis pollices inerant, ruptum fuisse, antequam aqua in eo contenta validae compressionis ope ad $\frac{19}{20}$ partes sui voluminis redigeretur (1). Fluida denique maximo gradu compressibilia sunt. Si folliculum, vel vesicam aere turgentem valide premas, illico complanabuntur, eoque magis, quo validius ea presseris. Idem de aliis quibuscumque fluidis dicendum. Instrumentum, quod vulgo *accendi-fuoco pneumatico* appellatur, hoc nititur fundamento. (*V. Pouillet c.* 2. § 11).

25. *Elastica* dicuntur corpora, si desinente compressione, in priorem formam, ac statum sese restituunt. Hac proprietate, quae *elaterium* dicitur, corpora quaelibet pariter donantur, quamvis non in eodem gradu: ex quo factum est, ut Physici elasticitatem *perfectam* ab *imperfecta* distinguerent. Folliculus, aut vesica aere repleta, ut diximus, cessante pressione, vi cujus complanatur, statim

(1) Quinimo Colladon, et Sturm Genevenses Physici, instrumento, quod *piezometrum* dicitur, captis innumeris experimentis, statuerunt aquam pressione unius atmosphaerae comprimi 0,000048 sui voluminis; spiritum vini 0,000098, mercurium denique 0,000003. (Vide *Annales Phys. et Chym*: Parisiis anni 1828). Corpora autem dicuntur comprimi sub pressinne unius atmosphaerae, vel plurium, ubi subiiciuntur pressioni unius columnae mercurii, vel plurium, quae eamdem cum dato corpore habeant basim, et altitudinem pollicum 28.

resilit, et priorem sibi vindicat figuram. Undenam hoc, nisi ex eo, quod aer in his inclusus, compressione coangustatur; hac vero cessante, ad suam redit formam, sursumque repellit partes folliculi, vel vesicae depressas? Idem dicendum de aliis fluidis, quae propterea *fluida elastica* antonomastice vocantur. Liquida compressa item, compressione cessante, ad pristinum rediguntur volumen; unde patet, illorum elaterium esse compressioni, cui subjacent, proportionale; quocirca, quum liquida sint minus compressibilia quam solida et fluida, patet, illa minus elastica quam ista esse debere. Dura vel solida denique corpora elasticitate pariter praedita esse deprehenduntur. Chalybis lamina si curvetur, statim ad pristinam rectitudinem redit. Chordae tensae varias edunt oscillationes. Globus eburneus ex quadam altitudine in planum perpolitum, seboque vel olio illitum demissus, notam in sebo vel olio imprimit majorem aut minorem, prout major vel minor est altitudo, ex qua dejicitur, quamvis ille post collisionem eamdem retineat figuram. Haec nota luculenter globi eburnei elasticitatem evincit: nam si sphaera in unico puncto planum tangit, ut mathematicis notum est; non aliunde illa nota repetenda est, quam a compressione globi quum in planum decidit; ejusque restitutio ad pristinum elaterio tribuenda. Corpora itaque omnia elasticitate, quamvis non eodem gradu, praedita sunt (1).

26. At unde, quaerunt Physici, repeti debet elasticitatis caussa? Cartesius eam derivat ab aetheris subtilioris actione poros interfluente. Alii *actionem caloris* elasticitatis caussam esse docuerunt; id autem verum quidem aliqua ratione esse posset, ubi id de calore *latente*, *seu chimice combinato* intelligerent; nam si de calore, quem *liberum* dicunt, loquerentur, eorum sententia esset omnino falsa; quo enim copiosior est calor, eo minus elastica sunt corpora; minus enim elastica sunt metalla calentia, quam frigida, uti et in omnibus aliis corporibus, quae caloris actione liquescunt, et in ipso aere, aliisque fluidis elasticis perspicere cuique obvium est. Newtonus denique ab universali corporum, minimarumque componentium particularum *attractione cohaesionis* elasticitatem repetit; quatenus scilicet corporis compressi minimae particulae a suis primigeniis contactibus recedentes, nec in novos contactus abeuntes, attractionis vi priores contactus petunt, atque ita corporis restitutionem gignunt. Attamen satius est asserere duas hasce caussas, caloricum scilicet, et attractionem cohaesionis ad elaterium corpori impertiendum simul concurrere; nisi velimus cum Musschem-

(1) Corpora magis elastica sunt chalybs igne temperatus, aurichalcum recusum, ebur, ossa cete, ungues, cartilagines, gummi elasticum, pili, plumae, etc: minus elastica sunt stannum, plumbum, aurum, argentum, argilla, corpora denique omnia, quae *mollia* dicuntur.

broekio fateri, veram elasticitatis caussam adhuc latere. Illud unum hic adjicere oportet, nempe a Physicis quaedam corpora vocari *non elastica*, non quod elasticitate prorsus orbentur (quum omnia corpora aliquo elasticitatis gradu praedita esse diximus), sed quia eorum partes compressae vel sensibiliter non introcedunt, nec figuram mutant ; vel si introcedunt, nulla sensibili vi sese restituere nituntur. Prioris generis corpora dicuntur *dura*, posterioris vero *mollia*.

27. *Dilatantur* corpora, quum eorum massae amplius volumen exhibent ex caloris actione : *densantur* vero cum ex caloris subtractione ad minus volumen rediguntur. Hac etiam proprietate generaliter corpora donari, plurimae observationes, et experimenta nos docent, de quibus in eo Physicae particularis Tractatu, in quo caloris theoria evolvetur, erit dicendi locus. Ut autem haec generalis corporum proprietas hic in antecessum statuatur; admoveas, velim, igni flaccidam vesicam, cujus collum filo firmiter sit constrictum ; videbis eam paullatim intumescere, donec ingenti cum fragore disrumpatur : si vero eam ab igne removeas sic inflatam, priusquam rumpatur, statim flaccida evadet. Cur? nisi quia aer in ea inclusus ex caloris actione sese expandit; ex ejusdem vero subtractione intra minus volumen restringitur ? In liquidis idem evenire, experientia multiplici pariter comprobatur. Habeatur tubus vitreus, cujus extrema pars in sphaeram desinat, ut A B (Fig. I.). Aqua, vel *mercurio* usque ad altitudinem C repleatur; deinde haec sphaera prius in aqua calida, postea in nive, aut glacie contusa mergatur: in primo casu, aqua, vel *mercurius* ascendet ad altitudinem *c*, in secundo descendet usque ad *c'*. Si vero in aere reponatur, ubi prius erat, ad punctum C sese restituet. Idem in solidis experieris. Virga quaelibet metallica, quae strictim per ferreum quoddam foramen transit, si igni admoveatur ut incandescat, nullatenus transibit : quum vero refrixerit, iterum pertransibit (1). *Omnia itaque corpora calore dilatantur, frigore densantur*. Quumque caloris quantitas quolibet horae momento sit varia propter varias tum solis, tum aliarum caussarum actiones; patet, quaelibet corpora his omnibus subjici debere vicissitudinibus, nec proinde stabiles habere dimensiones, ut vulgo creditur. Patet etiam, corporum materiam, quae iners et inactiva se praebet, perpetuis agitari motibus tam interius, quam exterius, ob actionem virium activarum, quae ipsam adficiunt, et ei veluti adhaerent. De his itaque viribus nunc agendum.

(1) His fundamentis nititur Thermometri, necnon Pyrometri fabricatio, de quibus alibi erit dicendi locus.

CAPUT SECUNDUM

DE VIRIBUS, QUAE CORPORA ADFICIUNT, IISQUE INHAERENT.

28. Materiam natura sua inertem probavimus (16). Si itaque prima corporum elementa alia aliis admoverentur, molem rudem, indigestam, incohaerentem, arenae, vel pulveris massae simillimam, non autem corpora composita, compacta, et coagmentata efformarent. His efformandis ut nunc habentur, et in nostros sensus incurrunt, necessario aliqua requiritur caussa, quae atomos inter sese invicem adnexas, et cohaerentes retineat. Quocirca quodlibet corporis elementum aliis vicinioribus ita adnexum spectari potest, quemadmodum et ingens saxum terrae arctissime adhaeret: et sicut magno opus est conamine, ut saxum illud moveatur; pari etiam ratione nisus valde major adhibendus esset, ut quaelibet atomus ab altera segregari possit, si quando unam ab alia discernere nobis daretur. Caussa istaec, a qua omnes pendent actiones, quas materiae elementa in se invicem exercent, *attractionis vis* appellatur. Vocari etiam solet *vis* seu *attractio molecularis*, eo quod in cujuslibet corporis elementis, et in atomis, ex quibus quodlibet elementum efformatur, suam vim exerit.

29. Sed corpora non persistunt solum in eo adhaesionis statu, in quo semel attractionis ope constituta sunt: ea variis quoque agitari motibus cuique obvium est. Videmus enim, corpora quaelibet sibi permissa deorsum ferri; flumina jugiter versus mare defluere; Solem, aliaque astra in coelo moveri. Quamvis vero haec phaenomena in nostros incurrant sensus; serio tamen autumamus, materiam vel his orbatam motibus existere posse; ideoque pro certo statuimus, illos esse caussarum quarumdam effectus accidentales. Hae caussae, quarum ope corpora in se mutuo agunt, et quosdam concipiunt motus si in quiete fuerint, vel a motu in quietem redigantur, *vires* pariter vocantur, suntque diversae speciei, ut inferius dicemus. Quumque effectus similes diversis caussis adscribi non debeant; ideo Physici recentiores, duce Newtono putant, vim, qua materiae particulae ad mutuos contactus propendunt, eosque quum obtinuerint, jugiter servant, nisi contraria, majorque vis adhibeatur, ejusdem esse naturae, ac eam, qua corpora terrestria in terram feruntur, et planetae, cometaeque omnes Solem petunt. Quapropter *attractionis* vocabulo eam generaliter appellantes, quo majori cum diligentia, et claritate mirabiles illius effectus contemplarentur, illam *attractionem molecularem* vocant, istam vero *attractionem massarum*, seu *gravitationem*, vel *gravitatis vim* denominant. Utriusque effectus seorsim duobus in articulis considerabimus.

ARTICULUS PRIMUS.

DE VI ATTRACTIONIS.

30. Omnibus materiae elementis hanc inditam esse a Deo vim ut mutuis attractionibus se invicem petant, varia ac diversa corpora efforment, ac infinita alia edant phaenomena, quibus explicandis mirum quantum inter se digladiabantur veteres Physici, adeo nunc comperta res est, ut cuique obvia sint facta innumera, quae illam perlucide ostendunt. Hinc tamquam principium certum, atque indubium hodie Physici statuunt, attractionem esse primariam, ac generalissimam materiae proprietatem, exiguis ac minimis corporum elementis ab initio a Rerum Creatore inditam, quemadmodum est extensio, impenetrabilitas, et inertia; ab eaque elementorum attractione compositorum deinde corporum attractionem pendere; adeoque illius non aliam quaerendam esse caussam, vel principium, praeter Dei ipsius voluntatem, ita corporum elementa constituere volentis, ut finibus sibi ordinatis apte possent respondere. De hujus vis natura exploranda parum solliciti, quum nostrarum cognitionum limites plurimum excedat, et ipse Newtonus eam fassus sit ignorare (1); in illius existentia constabilienda, legibusque examinandis paullulum immorari debemus.

31. Triplici sub respectu hanc *attractionis* speciem, quam *molecularem* diximus, Physici considerant; vel enim inter atomos, quae diversorum corporum superficiem componunt, illa se exerit, et *attractionem*, seu *vim adhaerentiae* eam vocant; vel inter atomos unius ejusdemque corporis locum habet, et *attractionem*, seu vim *cohaerentiae*, aut *cohaesionis* nominant; vel denique inter atomos, quae diversorum corporum substantiam efformant sese edit, et *attractionem*, seu *vim affinitatis* eam appellare solent. Triplicem hanc *attractionem* dari, paucis hic ostendemus.

32. Et primo quidem *attractionem adhaerentiae*. Haec inter corpora solida, et similiter solida; inter liquida, et similiter liquida; demum inter solida, et liquida locum habere potest. Si duae laminae vitreae, planae, politae, mundae, siccae, sibi imponantur,

(1) En ipsius Newtoni, ubi de attractionis caussa loquitur, verba: « Qua caussa efficiente hae attractiones peragantur, in id vero non inquiro. Quam ego attractionem appello, fieri sane potest, ut ea efficiatur impulsu, vel aliquo modo nobis ignoto. Hanc vocem *attractionis* ita hic accipi velim, ut in universum solummodo vim aliquam significare intelligatur, qua corpora ad se mutuo tendant, cuicumque demum caussae sit attribuenda illa vis; jam ex phaenomenis naturae illud nos prius edoctos oportet, quae corpora se invicem attrahant, et quaenam sint leges, et proprietates ipsius attractionis, quam in id inquirere par sit, quanam efficiente caussa peragatur attractio » — Nevvto. Opt. L. I. Quaest. 31.

et ad invicem apprimantur, hae inter se tali adhaerentia jungentur, ut difficulter, et nonnisi magno cum conatu separari poterunt. Idem evenit non in vitreis laminis solum, sed et in aliis quibuscumque corporibus, quorum superficies sint bene complanatae, ut expertus est Musschenbroekius (1) ope duorum cylindrorum ex auricbalco, quorum bases probe levigatae erant; et Beniaminus Martin duobus plumbeis globulis, de quibus loquitur Poli (*Fis. T. 1. lez. 1. n. 49.*). Haec omnia probant, solidorum corporum partes, ubi ad immediatos contactus devenerint, magna adhaerentiae vi inter se copulari. Quumque baec adhaerentia crescat, si augeantur contactus, et oppleantur pori innumeri, quibus corpora vel laevigatissima scatent: idcirco si lamellae, aut plana quaecumque perpolita, halitu, vel aliquo fluido parumper illiniantur, quo hae corrigantur irregularitates, mirifice haec augebitur adhaerentia (2). Refert equidem laudatus Musschenbroekius loco citato, duos illos cylindros, quum nullus fluidus interpositus esset, sibi invicem adhaesisse vi aequali duobus granis; aqua vero liniti, vi unius librae aequali; cera, libris plusquam 1400. Quod quum evenisset tam in pleno, quam in vacuo; patet, ab attractione in contactu, non ab aeris pressione illud phaenomenon derivandum esse. Ex hoc principio fluit etiam ratio inaurandi metalla, et specula efformandi ex vitris stamnea amalgama obductis.

Liquidorum partes se mutuo attrahere evincunt ejusdem liquidi cujuslibet generis guttae, quae in minimis intervallis ad invicem conjunguntur, et majorem guttam efformant. Praeterea diversorum liquidorum, aquae ex. gr. et vini partes, quamvis diversam habeant gravitatem specificam, tantum abest ut separentur, et vinum aquae supernatet, quemadmodum ex hydrostaticae legibus evenire deberet, ut potius inter se commisceantur, et unam efficiant massam.

Denique liquida a solidis attrahi demonstrant tum liquida omnia super politam superficiem effusa, quae non in sphaericam, sed in quasi-sphaericam figuram aliquantulum complanatam sese conformant; tum guttae cujuslibet liquoris ad inferiorem vitri plani paullulum ad horizontem inclinati superficiem adhaerentis, quae perpendiculariter non descendunt juxta naturalem gravitatis directionem, sed plani longitudinem radunt (3); tum duae laminae ex metallo

(1) Percelebris hic Physicus plura in hanc rem experimenta instituit, ut videri potest in ejus Dissertatione, cui titulus: *Introductio ad cohaerentiam corporum firmorum*, quae inter ejus Dissertationes Physico-Geometricas habetur.

(2) Inde pendet ratio, cur ad corpora unienda adhiberi solet pro substantiis vegetabilibus gluten, pro lapideis caementum, pro mineralibus adferruminatio diversae speciei.

(3) Attractio adhaerentiae, quae est vitrum inter et aquam, est ratio cur in aqua e

politae, et levigatae inter se ad minima intervalla parallelae, et inferioribus extremitatibus in aqua mersae, per quas aqua inter laminas sursum ascendit, et eo altius, quo minori intervallo distant; tum denique aqua, quae, digito ejus superficiei admoto, ad parvi coni modum sese conformat, et ad eum veluti convolat, antequam hic ipsam tangat. Sed haec hactenus: infinitum me esse oporteret, si omnia adducere vellem tum facta, tum experimenta, quibus attractionis adhaerentiae exsistentia probatur (1).

33. *Attractione*, quam *cohaesionis* diximus, omnia corpora tum solida, tum liquida, seu fluida coagmentata esse, eaque de caussa ita esse comparata, ut in partes redigi, vel comminui nequeant, nisi major, vel minor conatus pro illorum majori vel minori soliditate adhibeatur, nullus est, qui ignoret. Hac ablata, corpora vel solidiora nullo negotio disrumperentur, et in pulverem minutissimam redigerentur; quinimmo nec ullum corpus esset solidum, nec liquida species tum densitate, tum cohaerentia diversas efformarent. De solidis hoc non est ambigendum; illud enim innuit tum conatus, qui, ut diximus, requiritur in illis disrumpendis, major, vel minor pro diversa partium cohaesione (2); tum etiam varia crystallorum efformatio, quam *crystallisationem* Chimici vocant, diversarum nempe substantiarum forma primitiva, a qua, et a majori vel minori attractione, varia corporum densitas pendet (3). De liquidis idem

cyatho parum inclinato effundenda, haec quin normaliter decidat, cyathi superficiem externam radit. Id adeo verum est, ut si cyathus magis inclinetur, aqua normaliter decidit: tunc enim aquae gravitas suae cum vitro adhaerentiae prevalet. Ita etiam liquida quaecumque, quae per canales horizonti parallelos decurrunt, si parvae fuerint quantitatis, lentissime procedunt, et in canalis extremitate in parvas guttas se se conformant, donec earum massa suo pondere adhaerentiam superet, et inde ad terram decidant.

(1) Quidam putant *adhaerentiae vim* strictim *attractionem* eam ob caussam dici non posse, quia *adhaerentia* augetur prout corporum se mutuo contingentium superficies augetur, *attractio* autem semper est in directa non superficierum, sed massarum ratione.

(2) Ex minimarum partium cohaesione pendet cujuscumque corporis *cohaerentia absoluta*, ut Physici eam vocant (*la tenacità* dei corpi), vis nempe illa, qua corpus actum a viribus secundum ejus longitudinem trahentibus, resistit ne frangatur. Hujus cohaerentiae mensuram Architecti et Artifices maxime callere debent; ex ejus enim ignoratione saepe accidit, ut machinae aliquae, vel aedificia in prototypo delineata, omnem promiserint successum; sed executioni postea mandata, spem fefellerint, et aliquae fornices ex. gr. statim conciderint; cujus damni memorabile exemplum refert Galilaeus in Mechanicae Dialogo 1. circa initium. Percelebris Musschembroekius ex innumeris institutis experimentis eruit, hanc vim in corporibus homogeneis oblongis, regularibus, sed diversae crassitiei, et longitudinis, esse in ratione composita ex directa quadratorum crassitiei, et inversa longitudinum. Multa ad rem perutilia videri possunt in *Introductione ad cohaerentiam corporum firmorum* hujus Physici illustris. Cap. 2. Prop. 8.

(3) Ubi aliqua liquida corpora lentae evaporationi, vel refrigerationi subjecta sunt, eorum minimae partes, attractione cohaesionis non quidem indistincte ac confuse, sed ordinate, et regulariter invicem uniuntur, variasque corporum formas sym-

ferendum judicium patet ex figura quasi sphaerica, in quam sese conformant liquidorum guttae super politam superficiem effusae; quae conformatio eo magis ad sphaeram accedit, quo minor est gutta, et illius superficiei attractione minus afficitur. Unde enim repeti potest hoc phaenomenon, nisi ab aequali partium liquidi cohaerentia? Haec inquam, efficit, ut quum aequales liquidi partes aequaliter inter se cohaerescant, adsit inter eas aequilibrium, adeoque ita sese conforment, ut a centro aequaliter distent., et sphaericam induant figuram. Ipsae liquidorum guttae majoris voluminis super aliquam superficiem planam excurrentes hemisphaeroidis formam cum axe minori verticali induunt, eo quod cohaesionis vis in hoc casu tum a gravitate, tum a vi attrahente superficiei, cui insistunt, contenditur; si vero superficiei inferiori alicujus corporis suspendantur, ex eadem ratione oblongantur ita, ut axis major hemisphaeroidis perpendicularis evadat. Fluida denique elastica huic legi etiam subjici, quamvis remissius, demonstrat eorum impenetrabilitas: resistunt enim quum in vesica, in folli, in alio quovis recipiente coarctantur; id quod non eveniret, si eorum particulae, quamvis invisibiles, et exilissimae, aliqua cohaesione non unirentur. Idem ex respirationis, et expirationis phaenomeno evincitur. (*Vide Pouillet Fisic. t. 1. n. 5.*).

34. At, cur, inquies, haec cohaesionis vis non in omnibus corporibus aequaliter sese prodit, ita ut major sit in solidis, minor in liquidis, minima in fluidis? Id a duabus caussis repetendum est; a minimarum partium, seu atomorum diversa figura, et a caloris actione. Quum attractio ad minima intervalla sese exerat, et sit quantitati contactus semper proportionalis, ut ex omnibus allatis experimentis constat; patet, vim cohaesionis a minimarum partium figura multum pendere. Si cubicae ex. gr., vel polyedrae fuerint materiae partes, validior erit attractio, quia in omnibus, vel saltem in multis suis punctis se tangent: si vero partes fuerint sphaericae, ita ut in uno puncto solummodo se tangant, attractio erit remissior, et corpus vel minus solidum, vel potius liquidum, aut fluidum: liquidorum autem partes figurae sphaericae esse Physici autumant ex guttarum in hanc figuram conformatione quum in plano perpolito effunduntur, ut diximus (33). Altera hujus diversae cohaesionis caussa a caloris actione repeti debet: videmus enim corpora duriora caloris actione dissolvi, liquefieri, et aliquando etiam fluida evadere; quinimo huic caussae magis, quam

metricas producunt, quas *crystallos* vocant: operatio vero ipsa dicitur *crystallisatio*. Crystalla hoc modo efformata planis superficiebus plerumque terminantur, eorumque formae pro eadem materia eaedem sunt, pro materiis diversis diversae. Hinc a mineralogistis corpora inorganica in diversas classes dispescuntur, pro diversa figura, quam illa in suis crystallisationibus constanter subeunt.

partium figurae diversorum corporum status tribuendus est. Calor spectari potest ut principium repellens, quod attractioni directe semper opponitur; quocirca si ejus actio vi cohaesionis prevaleat, qua corpora in statu solido inveniuntur, statum liquidum induent; si vero haec actio magis augeatur, liquida in vapores dissolventur, ut videre est in aqua, quae nunc in glaciem, nunc in vapores convertitur, prout actioni caloris vel subtrahitur, vel subjicitur. Idem mercurius, qui admodum difficulter solidus evadit, nonnisi caloris subtractione ad eum statum reducitur. Diversa itaque partium figura, et caloris actio vel intensior, vel remissior, sunt caussae majoris vel minoris cohaesionis; ideoque efficiunt, ut corpora triplicis sint generis, *solida* scilicet, *liquida*, et *fluida*.

35. Attractionis *affinitatis* effectus vere mirabiles luculenter ostendunt omnes Chimicae operationes, quae *affinitate aggregationis* id intendunt, ut homogeneae partes uniantur; *affinitate combinationis* unionem partium heterogenearum producunt. Huic partium *affinitati* debentur chimicae *praecipitationes*, ut vocant; salium ac metallorum solutiones, aliaque omnia Chimicae miracula, de quibus alibi quoddam specimen exhibebimus. Concludamus itaque, attractionis vim in omnibus materiae particulis suum imperium, suamque potentiam exercere.

36. Ad confirmandam attractionis tum *adhaerentiae*, tum *cohaesionis* existentiam plurimum conferunt *tuborum capillarium*, ut vocant, vere mirabiles effectus. Sed satius ducimus de iis quaedam in hydrostatica delibare, ut hujus theoriis antea explicatis, plenius intelligi possint.

37. Quibusnam autem legibus attractio subjicitur? Putabant veteres Physici, inter quos aliqua ex parte ipse Newtonus, nihil certi hac super re statui posse, adeoque huic interrogationi non satis accurate respondebant. Hodie vero satis superque compertum est, omnes attractionis species, *attractionem* nempe *massarum*, seu *gravitationis*, *attractionem molecularem*, *attractionem electricam* ac *magneticam*, ipsam denique *attractionem*, quam acus magneticus in quolibet puncto torrentis electro-magnetici (di una corrente elettromagnetica) exercet, duabus, iisque simplicissimis legibus regi, quarum prima est, ut *attractio sit semper in directa massarum ratione;* altera vero, ut in *inversa duplicata distantiarum ratione* sese exerat. Observationes et experimenta, ex quibus hanc posteriorem legem D. Coulomb paucis abhinc annis omnium primus in attractionibus etiam *electricis* ac *magneticis* detexit, fuse exposita invenies in Physica D.ni Pouillet, Tomo 2., num. 179., 201.; quam consulas, volumus.

ARTICULUS SECUNDUS.

DE VI GRAVITATIS.

38. Non solum materiae primigenia elementa ex attractionis vi se invicem petunt, et varia corpora efformant; verum etiam haec eadem vis sese prodit inter omnia naturae corpora, in immensis aeque, ac in minimis distantiis. Hac vi planetae omnes, cometaeque variis in intervallis circa solem retinentur, ac moventur; planetae secundarii in suos primarios gravitant, terrestria denique corpora sibi permissa versus terram perpendiculariter feruntur. Hinc universalis exsurgit harmonia, quae in hoc mundano systemate luculenter apparet. Haec vis, ut diximus, a Newtono *attractio universalis* appellata, *in gravitationem universalem*, et *gravitationem* simpliciter dictam, seu *gravitatis vim* ab eodem distinguitur, prout vel corpora celestia omnia, vel dumtaxat terrestria afficit. De hac posteriori breviter sermonem instituemus, quum utriusque eaedem sint leges; ideoque quidquid de hac dicemus, de illa etiam, de qua alibi loquemur, intelligi debeat.

39. Corpora omnia sibi permissa non quiescere donec ad telluris superficiem recta perveniant, phaenomenon est constans, quod non in terra solum, sed et in aere, et subtus etiam terrae faciem observatur. Grando enim, et pluvia e nubibus altissimis recta decidunt; gravia quaelibet etiam in puteis profuudissimis recta pariter fundum petunt. Materia autem, utpote iners, nec motum sibi dare potest, nec in quiete, quum movetur, se constituere; non potest itaque a seipsa versus terram descendere, alioquin a seipsa moveretur; sed vis aliqua requiritur, quae ipsi hanc propensionem indesinenter communicet, eaque est, quae *gravitas* appellatur. *Gravitas* proinde est vis, ob quam corpora terrestria sibi permissa terram petunt secundum lineam horizonti terrestri perpendicularem; vel si retineantur, in eadem linea perpendiculari premunt subjecta corpora, eaque deorsum secum movere couantur. Gravitas itaque pro potentia obstaculum premeute etiam haberi potest. Non autem solus corporum descensus huic vi tribuendus est; plurima alia phaenomena, quamvis vulgo diversis nominibus appellentur, ab ea etiam proveniunt. Fluidorum egressus ex vasorum foraminibus; fluminum cursus versus mare; corporum leviorum ascensio ex aquae fundo in ejus superficiem, nec non globorum aerostaticorum in aere; haec, iuquam, omnia non sunt nisi ejusdem gravitatis effectus, ut ex dicendis compertum erit, quamvis haec posteriora gravitati contradicere videantur.

40. Quoniam vero gravitas omnibus aeque materiae particulis

competit; perspicuum plane est, *gravitatis actionem* seu *celeritatem* quam gravitatis actio corporibus decidentibus communicat, *non pendere a corporum massa, sed eamdem semper esse tam in materiae partibus simul conjunctis, quam in iisdem ab invicem disjunctis.* Quocirca si fuerint duo corpora, quorum unum sit mole majus alio, vis secundum quam terrae centrum petunt, eadem in utrisque erit, licet primum corpus partium numerum alio majorem contineat. Quamvis paradoxo similis videatur haec veritas, ratio simul et experientia rem ita esse demostrant. Si enim concipiatur massam corporis A esse quadruplam massae corporis B, dici poterit corpus A esse quadruplo ponderosius B, illudque quatuor habere gravitatis gradus, ex quibus unum dumtaxat continet corpus B. Sed quum quaelibet pars corporis A aequalis sit corpori B, unaquaeque illarum impulsus aequales a gravitate recipiet, quibus aeque velociter omnes descendent. Hinc quatuor materiae partes simul junctae non sentient majus gravitatis impulsum, quam disjunctae; quum illarum unaquaeque a propria gravitate cogatur descendere; quemadmodum si quatuor homines sejunctim aeque velociter currant, tum manus simul jungant, non videntur eam ob caussam incitatius currere debere. Hoc idem sequenti experimento comprobatur. Machinae Boyleanae cylindrus aptetur, qui *de gravium descensu* vocatur. In ejus summitate aliquo adposito istrumento ad eamdem altitudinem detineantur diversi generis corpora, frustulum nempe plumbi, levis pluma, lanae flocculus. Si aere cylindrus exhauriatur, et postea pari tempore haec diversa corpora deorsum demittantur, eodem pariter momento sensibiliter cylindri fundum pertingent, ita ut nullum temporis discrimen in horum corporum casu deprehendi possit. Qua ratione id eveniret, si gravitas eamdem non exerceret actionem in corpora cujuscumque voluminis, massae, figurae demum illa sint? Sicut centum materiae partes ab invicem sejunctae, eodem tempore descenderent, quum unaquaeque eadem vi impellatur; ita pariter 95 in plumbo simul unitae, et 5 in pluma, eodem momento terrae superficiem pertingere debent (1).

(1) Hanc eamdem veritatem suspicatus jam fuerat Epicurus, et post eum Lucretius, qui in libro 2. v. 248. de rerum Nat. sic cecinit:

Omnia quapropter debent per inane quietum
Atque ponderibus non aequis concita ferri.

Galilaeus vero hanc perlucide factis comprobavit: quum enim ex 150 pedum altitudine per aerem demisisset globos ex auro, plumbo, cupro, porphyrite, et cera, observavit, tempora diversa lapsus horum corporum nullam habere rationem differentiae eorum ponderum; ideoque collegit, hanc velocitatis differentiam nonnisi ab aeris resistentia derivare. Newtonus insuper multis capiis experimentis, idem in vacuo contingere demonstravit.

41. At, inquies, cur omnia diversi generis corpora, quae sub aequali volumine, ponderibus diversis sunt praedita, eadem cum celeritate non decidunt; sed corpora, quae plus densitatis habent sub eodem volumine citissime descendunt, ea vero, quae sunt minus densa, longe tardius feruntur? Responsio est in promptu. Illud discrimen non oritur, nisi ab aeris, quem trajicere debent, jugi resistentia. Quum enim, ut infra demonstrabitur (198), medii aerei resistentia sit in directa ratione voluminis corporis in ipso moti, et in ratione massarum inversa; patet, decidua corpora ejusdem massae, ac voluminis parem ab aere pati resistentiam, et pari velocitate descendere; corpora vero ejusdem massae et diversorum voluminum, et viceversa, non aeque ab aere retardari, nec proinde aequaliter descendere. Quod si illud tolleretur obstaculum, uti evenit in Machina Boyleana, omnia corpora pari velocitate descenderent. Si ergo quaelibet materiae particula eadem vi a gravitate impellitur, ut terram petat: quodlibet corpus vero veluti quoddam aggregatum materiae particularum aequalium spectari possit, ex quibus unaquaeque aequali versus telluris centrum propensione, seu aequali gravitate fertur; sequitur, quodlibet corpus aequali celeritate, ob vim eamdem, cadere debere, sed gravitatis actionem in illud augeri vel minui prout numerus partium corporis augetur, vel minuitur. Hinc sequens lex statui potest: *gravitatis vis in corporibus agit in directa massarum ratione*. Ex eo autem quod in vacuo corpora diversi ponderis aequalibus temporum momentis in terram decidant, non sequitur, eumdem debere effectum producere, ideoque chartam, et plumbum aequali vi planum percutere debere. Quum enim, ex postea dicendis (62), *motus quantitas sit factum ex massa, et celeritate*, patet, plumbum, et chartam, quamvis eadem celeritate instructa, longe diverso impetu planum percutere debere, quum prioris massa longe massam posterioris superet.

42. Cave igitur, ne corporum *gravitatem* cum ipsorum *pondere* confundas. Gravitas enim eadem est, ac vis elementaris, qua singulae materiae partes etiam seorsim spectatae versus terrae centrum impelluntur; eaque in omnibus corporibus quantumvis diversa sit eorum moles, aeque semper agit, ut diximus (41). *Pondus* vero est summa, seu aggregatum harum virium, a quibus omnia cujusque corporis elementa impelluntur; eaque summa major est, vel minor, prout corpus majori, vel minori partium numero constituitur, scilicet *materiae quantitati est proportionalis*. In corporibus homogeneis *pondus* crescit prout volumen augetur, nempe *pondus est volumini proportionale*. *Sub eodem volumine* pondus in ratione densitatis augetur; hinc *pondus est densitati proportionale*. In eodem itaque loco *pondus* est *densitati* ac *volumini*, seu corporum *massae* proportionale, in locis vero inter se plurimum dissitis pondus est

etiam *gravitati* proportionale; nam gravitas, ut ex dicendis compertum erit, ob sphaeroideam Terrae figuram ab aequatore ad polos jugiter crescit. Quocirca ponderis formula est $P = gvd$, in qua g gravitatem exprimit, v volumen, d densitatem. Denique pondus cujuslibet corporis seorsim a suo volumine spectatum, *pondus absolutum* dicitur, quod reipsa non est, nisi *resultans* omnium virium gravitatis suarum partium minimarum. Pondus vero *relativum*, seu *gravitas specifica* est ipsum pondus absolutum sub data voluminis unitate, palmi, pedis cubici ex. gr. etc. Vulgo *gravitas* pro *pondere* indiscriminatim accipitur; quamvis strictim loquendo duas diversas notiones significent; *gravitas* enim est caussa, *pondus* vero est effectus.

43. Jam superius diximus, corpora quaecumque, si non sustineantur, in lineas perpendiculares superficiei terrestri cadere. Haec autem propositio aliqua indiget explanatione: non enim de superficie quocumque modo accepta id intelligendum est; non inquam de illa superficie, quae vallibus et montibus quum sit conspersa, non ubique eamdem exhibet convexitatem: verum de imaginaria quadam telluris superficie, quae montibus aeque ac vallibus orbata, eodem modo sese prodat, ac si aquis oceani, ut est in parte, sic tota cooperiretur. Hoc modo intellecta, prono alveo fluit, omnes gravitatis directiones in ipsius telluris centrum tendere; perpendiculares enim sphaericae superficiei in ipsius sphaerae centrum desinunt, ut geometris notum est (1). Possunt itaque omnes hae directiones spectari tanquam radii a telluris centro emissi; quorum divergentia quum augeatur prout ab ipso centro magis recedunt, manifestum est, gravitatis vim, quae a terrae centro quaquaversus diffundi concipitur, eo remissiorem evadere, quo magis radii divergunt, scilicet decrescere, prout spatia, in qua diffunditur, augentur. Ex hoc principio Newtonus intulit, *gravitatem corporum ultra terrae superficiem positorum, quaeque a terrae centro diversam habent distantiam, esse in inversa ratione quadratorum a centro.* Hoc theorema quidem Newtonus deduxit ex observationibus astronomicis circa lunam factis, ex quibus eruit vim gravitatis in luna esse ad vim gravitatis prope terrae superficiem ut $1 : 3594$, aut quam proxime ut $1 : 60^2$; idest in ratione inversa distantiarum a terra: quia posito terrae radio $= 1$, distantia lunae a terra erit

(1) Haec illatio perfectam telluris sphaericitatem ponit. At quum tellus sphaeroideam habeat figuram, sub polis depressam, sub aequatore elatiorem, hae perpendiculares non omnes sphaeroidis centrum pertingent, exceptis iis dumtaxat, quae ab axium extremitate ducuntur. De caetero quum axis major ad minorem sit ut 311 : 310, juxta recentiores supputationes Domini de Zach, haec axium differentia tamquam minimi momenti haberi poterit, ideoque telluris centrum esse commune gravium omnium centrum statuere licet.

= 60 semidiametris terrestribus. Sed quum ejus demonstratio aliquibus innitatur principiis nondum constabilitis, clarius ac brevius hujus legis ratio ita suaderi potest.

44. Posito T Telluris centro, (Fig. 2), vis gravitatis, quae tamquam in centro T accumulata concipitur, agit in directione radiorum T H, T I, T L . . . , qui a centro quaquaversum emittuntur. Spatium ab iis radiis occupatum in puncto A repraesentatur a superficie AB, in punto C a CG, in puncto H ab HM, etc; per has enim superficies omnes radii a centro emissi pertransire debent. Hinc gravitatis efficacia in distantia A tanto major erit ejusdem efficaciae in puncto C, vel H, quanto superficies AB minor erit superficie C G, vel H M; radii enim magis convergunt in A et B, quam in C et G, in H et M. Atqui ex geometria compertum est sphaericas superficies esse inter se ut quadrata radiorum, qui hic distantias a centro T repraesentant; ergo gravitatis vis eo efficacior est in distantia T A, quam in distantia T C, vel T H, quo quadratum radii TA minus est quadratis radiorum T C, vel T H; idest vis *gravitatis se exerit in inversa ratione quadratorum distantiae a telluris centro*. Illud autem sic intelligitur. Si corpus aliquod ad intervallum ex. gr. decem milliariorum data gravitate trahatur versus terrae centrum, ad duplo majus intervallum gravitas quadruplo minor evadit; ad triplum intervallum novies minor fit, et sic deinceps (1).

45. Hoc ratiocinio (quo plures Physici utuntur, licet nonnullis aliis aliquantulum infirmius videatur) probatur etiam, omnes qualitates, quae ab aliquo centro veluti in sphaeram propagantur, uti sunt lux, odor, sonus, etc. decrescere in ratione duplicata distantiae auctae a centro. Hinc colligitur, gravitatem non esse vim constantem, idest non eadem constantique ratione deorsum urgere corpora utcumque a terrae centro dissita. Nihilominus in examinandis corporum motibus prope telluris superficiem, citra physicum errorem eorum gravitas tamquam *uniformis*, et *constans* spectari potest; haec enim gravitatis differentia in altitudinibus diversis, in quibus experimenta capiuntur, ita est exigua, ut tamquam nulla spectari possit (2). Pari ratione in hypotesi, quod sphaerica sit telluris figura (quae certe parum a vera differt), gravium directiones ad telluris centrum inter se convergentes sunt,

(1) Hoc calculo Newtonus statuit, corpus, quod ad telluris superficiem 3600 libras ponderis haberet, si usque ad Lunam transferretur, nonnisi unius tantum librae ponderis inveniri deberet. Luna enim a terra distat, ut diximus, 60 semidiametris terrestribus; quadratum vero numeri 60 est 3600.

(2) Hujus rationis differentia esset ut 7680 : 7679 $\frac{295000000}{385000000}$ Vide Musschenbroek Elem. Phys. §. 233 cap. 7

non autem parallelae. Attamen quum ingens sit corporum, quae prope telluris superficiem deorsum dimittimus, distantia ab ejusdem centro, physice saltem eaedem directiones pro parallelis habentur. Physicis enim notum est, duo gravia supra terrae superficiem, in locis per 200 pedes parisienses distantibus, deorsum demissa suis directionibus non efficere in terrae centrum, nisi angulum circiter unius minuti secundi. Hoc probe notandum, ne in gravium descendentium legibus inferius constabiliendis aliqua difficultas suboriatur.

46. Quamvis autem posuerimus gravitatem in terrae centro esse accumulatam, animadvertendum est tamen, id geometrice tantum asseri posse; nam reipsa quum in omnibus materiae partibus haec vis sit aequaliter diffusa, ab omnibus materiae partibus terram componentibus pariter irradiari debet. Quocirca Newtonus (in Princ. Mat. Part. 1. prop. 74) demonstravit, *vim, qua corpus intra terram ad diversas distantias a centro positum hoc centrum peteret, esse terrae radio directe proportionalem*, idest minui prout terrae radius minuitur, ita ut in centro nullius prorsus sit efficaciae. Hoc modo corpus, quod super terrae superficiem 20 libras ponderis haberet, ad mediam terrae a centro profunditatem 10 libras ponderaret, et nullius ponderis esse ad telluris centrum inveniretur. Et re quidem vera, si corpus terrae superficiem pervaderet usque dum ad ipsius centrum perveniret, omnes materiae partes huic corpori superiores nullam in illud exercerent actionem, et nonnisi a partibus ipso inferioribus idem corpus traheretur; traheretur itaque a vi proportionali ipsius terrae radio.

47. Gravitatis autem vim non esse reipsa in terrae centrum accumulatam, sed ab omnibus ejus materiae partibus diffundi, probatur etiam ex eo, quod praesenserat Newtonus (1), et anno 1737, experti sunt D.ni de la Condamine, et Bouguer, qui quum in Regno Peruano prope *Chimborachi* montem 4317 hexapedas super terrae superficiem elevatum suis vacarent physicis observationibus, animadverterunt, plumbeum penduli globum non amplius ad perpendiculum aptari, sed versus montem vergere ea declinatione, quae cum linea verticali angulum circiter octo minutorum efficiebat. Idem expertus est illustris Maskheline anno 1774 super montem Scotiae. Idem nostris diebus confirmavit Humboldt, et D. Cavendisch, qui suo invento duorum globorum ex plumbo, quorum unusquisque circiter quingentas libras ponderabat, ostendit, hos

(1) Hic vir eximius scriptum reliquerat, quod si mons conicae figurae existeret, cujus basis pro diametro sex haberet milliaria, altitudo vero esset trium milliariorum, plumbeus penduli globus versus montem ea declinatione vergeret, qua angulum duorum minutorum cum verticali efficeret. Ejus vaticinium facta comprobarunt.

globos, quum moverentur, ad se attrahere duos globulos bilibres pariter plumbeos, ad extremitates vectis horizontalis adnexos, qui filo metallico erat suspensus. Probant haec omnia non modo gravitatem esse in omnibus terrae partibus ubique diffusam, ita ut sensibiliter sese exerat in montibus, qui aliquam cum terrae massa proportionem habere possunt; verum etiam corpora sese mutuo attrahere, ita ut corpus mole majus attrahat aliud sibi vicinum, et mole minus: id vero si nonnisi raro sensibus obvium est, a terrestri gravitatione repeti debet. Vis enim qua immensa terrae moles corpora supra ipsius superficiem posita ad se attrahit, ita superat vim, qua illa corpora sese invicem trahunt, ut eam penitus elidat, et ad nihilum redigat. Et haec de vi gravitatis in praesenti sufficiant. De legibus, quibus corpora decidua subjiciuntur, aliisque phaenomenis, quae ex gravitate originem trahunt, loquemur in Mechanica, ad quam exponendam nunc pergimus.

SECTIO II

DE MECHANICA.

48. Quum nihil in hac mundi machina eveniat, quod motu non peragatur; maxime interest motus theoriam paullo fusius evolvere. Lubenti itaque animo hanc aggredimur tractationem, quam tria in Capita partimur, in quorum primo de motu generatim, ejusque variis speciebus, ac generalioribus Legibus loquemur; in altero conditiones aequilibrii virium expendemus, conditiones nempe, quae necessario requiruntur, ut corpora a contrariis viribus impulsa in quiete permaneant, id quod est *Staticae* objectum; in tertio denique leges motus, quae sese produnt quum aequilibrii conditiones desunt, ad trutinam revocabimus, id est *Dynamicae* Leges statuemus. Ita *Solidorum Mechanicae* principia universaliora veluti in nucleo exhibebimus.

CAPUT PRIMUM.

DE MOTU GENERATIM, VARIISQUE EJUS SPECIEBUS, AC LEGIBUS GENERALIORIBUS.

ARTICULUS PRIMUS.

DE MOTU GENERATIM, VARIISQUE EIUS SPECIEBUS.

49. Nisi constanti experientia comprobatum esset illud Varronis effatum: *vix aegrotum somniare quidquam tam nefandum, quod non aliquis dixerit philosophus*, miraremur profecto cur Diodorus Chronus, Zeno, Parmenides, Melissus, aliique ejusdem furfuris eo insaniae devenerint, ut motus existentiam inficiarentur aperte, nedum in dubium revocarent (1). At motum reipsa existere quum adeo

(1) En quibus putidis sophismatibus motum Diodorus Chronus oppugnabat. « Corpus, ajebat, aut movetur in loco, in quo est, aut in loco, in quo non est: si istud, tunc numquam ex illo loco exit; si hoc, absurdum est corpus agere aliquid ibi, ubi non est». Sed huic facile respondetur, corpus, dum movetur, transire e loco, in quo est, ad alterum, in quo non erat. Quam optime tamen Herophilus medicus illum joco non inficeto coegit sui sophismatis absurditatem fateri! Nam hic vocatus ab ipso, ut luxatum humerum ipsi restitueret, sic protinus respondit: *si humerus tuus est motus, motus est vel in loco in quo erat, vel in quo non erat; sed in horum neutro potuit moveri; ergo non est luxatus*. Bayle Diction. Crit. art. Zenon. Rem. K.

certum sit, ut ab eo tantum in dubium revocari queat, qui loquatur quin linguam moveat, operam et ingenium perderemus, si in demonstranda motus existentia aliquid vel minimum temporis vellemus absumere. Diogenem illum Cynicum itaque imitati, qui, ut ait Sext. Empiric. (Lib. IX. adv. mathem.) *quum de motu interrogaretur, nihil quidem respondit, sed surgens, ambulavit, per ipsam evidentiam sophistae sensum exprobrans,* pro certa atque indubia motus existentiam habentes, ejus varias species hic assignabimus.

50. Corpora omnia, ut sensus nostri testantur, ex uno loco in alium transeunt, ut ideo in uuo esse desinunt, quia alteri praesentes efficiuntur. Tuuc *moveri* usitatiore vocabulo dicuntur. Ubi vero corpora in eodem loco permanent, in *quiete* sunt constituta. Hae duae ideae *motus* ac *quietis* sunt simplices ac primitivae, ideoque non tam definiri, quam describi possunt. Omnes intelligunt quid sit *motus*, quidnam *quies*; quamvis sapientibus aeque ac insipientibus motus natura sit incomperta; et quaenam sit ea vis intime corpora pervadens, quae motum producit, omnes ignorent. Nonnisi generaliori modo igitur hae duae motus ac quietis ideae tradi possunt, nec explicari nisi per vocabula synonima. *Motus* itaque *est translatio corporis ex uno loco in alium*; *quies* est *permanentia corporis in eodem situ.*

51. Ut motus accuratam ideam acquiramus, duobus sub respectibus eum considerare debemus; nempe respectu *spatii*, quod mobile percurrit, et respectu *temporis*, quod in spatio percurrendo mobile impendit. Quum *spatii* naturam spectamus, potest hoc *lineam rectam* repraesentare, vel *curvam*; quapropter motus hac ratione potest esse *rectilineus*, vel *curvilineus*, prout mobile per spatium transire concipitur, quod rectam lineam exhibeat, vel curvam. Si vero *temporis*, quod in spatio percurrendo mobile impendit, ratio habeatur, motus *aequabilis* sive *uniformis*, et *variabilis* sive *difformis* ideam animo concipiemus. *Motus aequabilis* habetur quum mobile aequalibus temporibus aequalia spatia describit; *variabilis* vero, seu *difformis* tunc habetur, quum aequalibus temporibus spatia inaequalia, aut inaequalibus temporibus aequalia spatia mobile percurrit. Motus indicis minutorum in horologio, quod horas accurate indigitet, ex g., putari debet *uniformis*, quippe qui semper horae unius intervallo totum quadrantis orbem aequabiliter percurrit. Motus viatoris celerrimi e contrario, longi itineris spatio fatigati, ideoque pedetentim postea procedentis, erit variabilis. Haec motus varietas duobus modis effici potest; vel enim mobile longiori temporis intervallo eamdem spatii quantitatem ac antea percurrit, vel tempore breviori. In primo casu motus erit *retardatus*; in altero vero *acceleratus*. Quandoquidem vero porro hoc temporis augmentum, vel deminutio, uniformiter fieri possit in suc-

cessive describendis aequalibus spatiis; hinc idem motus erit vel *uniformiter retardatus*, vel *uniformiter acceleratus*.

52. *Velocitatis*, seu *celeritatis* conceptus oritur ex relatione spatii, quod corpus motu suo peragit, ad tempus quod interea labitur. Extra omnem dubitationis aleam quippe est, corpus aliquod *celerius* alio moveri, ubi eodem tempore per majus spatium, vel per aequale spatium minori tempore abripitur. Hinc non immerito *celeritas* a Mechanicis definitur: *motus affectio, qua mobile datum spatium in dato tempore percurrit*, seu breviori modo: *ratio spatii ad tempus*.

53. Est et alia motus considerandi ratio. Potest enim mobile locum *absolute*, vel *relative* mutare; quocirca motus est *absolutus*, vel *relativus*. *Motus absolutus* est migratio corporis ab uno in alium locum absolutum, sive ab una in aliam spatii partem. *Motus* vero *relativus* est transitus corporis ex vicinia eorum corporum, quae illud immediate contingunt, et tamquam quiescentia spectantur, in viciniam aliorum. Homo, ex. gr. sedens in navi movetur *motu absoluto*, dum navis a ventis defertur, quia cum navi aliam atque aliam spatii partem successive occupat; movetur *motu relativo* si spectetur distantia, quae crescit, vel minuitur inter navem et littus, a quo recedit, seu ad quod accedit. *Quies* itidem est vel *absoluta*, vel *relativa*. Illa est permansio corporis in loco absoluto; haec vero est permansio ejusdem in eadem distantia a corporibus, quæ circa illud sunt.

54. Hinc corpus potest *absolute* moveri, et *relative* quiescere, vel vicissim. Homo, ut diximus, quiescens in navi mota movetur *absolute*, quia ad diversas spatii absoluti partes successive transit; quum autem a partibus navis semper eamdem distantiam servet, *relative quiescit*. Ita pariter homo in rheda sedens, *absolute* movetur, *relative* quiescit, quia eamdem semper cum sui itineris sociis relationem servat. At quomodo corpus *absolute quiesceret*, et *relative moveretur?* En exemplum. Concipe hominem posse intra 24 horarum spatium terrestrem aequatorem percurrere ab oriente ad occidentem, dum interim motu contrario tellus intra idem temporis spatium ab occasu ad ortum movetur; hic homo quantum motu proprio versus occasum progrederetur, tantumdem motu telluris versus ortum regrederetur; hinc permaneret in eadem parte spatii mundani; ideoque *absolute quiesceret*, sed *relative* moveretur, relate ad loca terrestria, quae reipsa mutaret (1).

(1) Notandum heic, *motum* ac *quietem absolutam* esse simplices mentis nostrae conceptus, quum nihil in creaturis *absolutum* inveniatur, omnia sint *relativa* et *conditionalia*; adeo ut statui possit, quaelibet objecta, quae supra Terrae superficiem *immobilia absolute* videntur, in *quiete relativa* tantummodo esse. Arbores sunt in quiete relativa respectu montium, quemadmodum montes respectu reliquae superfi-

55. Denique motus est vel *proprius*, vel *communis*. Si corpus seipsum transfert, seque ad diversas corporum adjacentium partes applicat vel vi propria, ut animal ambulans, vel ex impulsu alterius vis, ut corpus quodcumque in aere projectum, haec *motu proprio* moveri dicuntur. Si vero corpus una cum aliis delatum, horum quidem respectu situm non mutat; attamen cum corporibus illud deferentibus diversas subit situum relationes ad alia corpora, ut homo in navi vel in rheda sedens, qui a navi vel rheda transfertur, quique etsi respectu navis aut rhedae situm non mutet, tamen simul cum navi aut rheda diversas subit situum mutationes respectu aliorum mundi corporum; tunc homo iste *motu communi* movetur. Hoc sensu corpora omnia super terrae superficiem posita motu communi circa solem feruntur.

56. His praemissis de motus multiplici divisione, quaedam constabilienda sunt theoremata de motu aequabili, quorum notitia lucem plurimam affert in multis Mechanicae quaestionibus. Quamvis autem vel raro, vel numquam hic motus in natura contingat, ob innumera obstacula, quae illum impediunt; quaeque proinde (ut postea videbimus) in quolibet motus genere aestimando semper considerari debent; cognitio tamen legum et proprietatum ejus plurimum adjumenti Physicis affert ad facile intelligendas caeteras omnes motuum species et proprietates.

57. Theorema fundamentale motus aequabilis est sequens: *In motu aequabili spatium est in directa ratione tum temporis, tum celeritatis.* Nam spatium augeri debet vel minui, dato tempore, prout majori vel minori velocitate incedit mobile; itemque aucta vel imminuta velocitate, rursus augetur vel minuitur prout tempus augetur vel minuitur. Si viator, ex. gr., data velocitate, unius horae intervallo quatuor milliaria peragat, in duabus horis eadem cum velocitate percurret octo milliaria, tribus horis milliaria duodecim etc., nam $2 \times 4 = 8$, $3 \times 4 = 12$, etc. Pari modo, si dato tempore duo viatores inaequali cum celeritate procedant, majus itineris spatium ille conficiet, qui majori celeritate incedit, minus qui celeritate minori. Quapropter si *spatium* vocetur S, *tempus* T, *celeritas* C, erit $S = T \times C$; ideoque $C = \frac{S}{T}$, e et $T = \frac{S}{C}$; nempe

ciei terrestris: arbores tamen ac montes nobiscum vehuntur in orbita nostri Planetae, omnesque simul unius minuti secundi intervallo spatium describimus decem vicibus majus eo, quod eodem intervallo describitur a globo tormenti bellici vi pulveris pyrii exploso. Quamvis autem hac magna celeritate per spatium coeleste vehamur, de nostro tamen motu absoluto nullum judicium ferre possumus; multum enim verisimile est, Solem suo translationis motu secum ferre Planetas eodem modo, quo Tellus secum ducit suam atmosphaeram, arbores, plantas, montesque. Pouillet. c. 1. § 6.

celeritas obtinetur dividendo spatium per tempus; tempus autem dividendo spatium per celeritatem.

58. Hujus aequationis ope conferri poterunt spatia duorum mobilium motu aequabili procedentium; omniaque erui Theoremata ad hanc motus speciem spectantia. Si enim alterius mobilis spatium, tempus, et celeritas vocentur s, t, c, erit

1°. $S : s = C \times T : c \times t$.

2°. $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$

3°. $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}$,

id est 1°. spatia sunt in ratione composita celeritatum ac temporum;

2°. celeritates sunt in ratione composita ex spatiorum directa, et temporum inversa.

3°. tempora sunt in ratione composita ex directa spatiorum, et celeritatum inversa.

Si spatia fuerint aequalia, id est si

1°. $S = s$, erit $C \times T = c \times t$, hinc $C : c = t : T$.

2°. Si $C = c$, erit $\frac{S}{T} = \frac{s}{t}$, adeoque $S : s = T : t$.

3°. Si $T = t$, erit $\frac{S}{C} = \frac{s}{c}$, id est $S : s = C : c$; nempe

1°. Si spatia fuerint aequalia, celeritates erunt in inversa temporum ratione.

2°. Si celeritates duorum mobilium fuerint aequales, spatia erunt in ratione directa temporum.

3°. Si tempora fuerint aequalia, spatia erunt ut celeritates.

His litteris numeros substitue, et exemplis haec theoremata illustrabis.

ARTICULUS SECUNDUS

DE VIRIUM AESTIMATIONE, AC DE MOTUS QUANTITATE.

59. Jam diximus (29) *vim* appellari quidquid in corporibus motum, vel quietem excitare aut perturbare potest. Hic autem addendum, quamlibet *vim* pro variis modis, quibus operari potest, variis etiam donari nominibus. Si in instanti agit, et statim cessat, *vis impellens*, seu *projectionis* dicitur: talis est vis manus vel pedis uno ictu globum quiescentem impellentis. Si aliquam velocitatem infinite parvam corpori communicat, quae postea, repetita actione, quantitas finita evadit, vis ista dicitur *continua*: talis est gravitas, quae quolibet tempusculo novos celeritatis gradus corpori–

bus communicat. Vires praeterea sunt vel *homogeneae*, si ejusdem sint speciei ut duae vires impellentes; vel *heterogeneae*, si diversae sint speciei, ut *vis impellens* et *vis continua*.

60. Vires in corpora agentes, quae vel motum, vel quietem ciere possunt, sunt precipue 1°. *attractio* tum universalis, tum gravitatis, tum denique molecularis; quae ab eodem principio pendent, ut diximus (ib.); 2°. *vis musculorum* tum hominum, tum animantium; 3°. *vis percussionis* ex ictu et collisione corporum, 4°. *vis elasticitatis*, 5°. *vis electrica*, 6°. *vis magnetica*, 7°. *calor*. Harum quaedam sunt *immediatae*, quae nempe origine sibi propria donantur, ut vis muscularis, vis electrica etc; quaedam vero sunt *mediatae*, quae nempe existunt quatenus a viribus immediatis producuntur; tales sunt vis percussionis et elasticitatis; istae enim existere nequeunt nisi mediante actione alterius vis prioris generis. Omnes autem hae vires ubi in corpora agunt, aliquas tantum corporis partes actione sua adficiunt. Sic quum pulvis pyrius globum e tormento bellico explodit, actionem suam exerit tantum in globi hemisphaerium internum; ventus, vi cujus navis movetur, hujus vela solummodo urget: attamen omnes tum globi, tum navis partes moveutur, quamvis non omnibus vis sese applicaverit. Necesse est igitur, ut aequalis motus diffusio in omnibus corporis partibus fiat, quo aliae celerius aliis non moveantur. Haec autem motus diffusio in omnibus corporis particulis non fit in instanti, sed quoddam temporis intervallum requirit, quod, utcumque brevissimum concipiatur, necessario intercedere debet, ut celeritas, quam partibus tactis mobile impressit, in reliquas corporis partes aeque extendit possit. Quando haec vis hoc modo operata est, et motus sese expandit in omnibus corporis partibus, quae ideo communi moventur velocitate, tunc *suum effectum* dicitur *produxisse*. Mobile itaque manu vel istrumento quolibet actum, moveri pergit, ut obediat vi motrici, quae ipsum explodendo, suum jam produxit effectum; ita ut si in obstacula non impingeret, nullaque alia vis in eo operaretur, motu uniformi ea via procederet, qua ab initio impulsus fuit; neque umquam vergeret, aut cessaret, semperque eamdem haberet directionem, ac celeritatem. Haec corporis in motu perseverantia ab inertia, ut diximus, pendet; ideoque statui potest: *vis motricis actionem in minimo tempusculo se prodere; effectum autem ejus perpetuo perseverare.*

61. Ex hoc principio duo sequuntur, 1.° nempe in quolibet corpore semper vestigia ejus vis remanere, cui parere debuit; 2.° unam eamdemque vim pro diversitate corporum, in quibus operatur, effectus producere omnimode diversos. Undenam hoc? Quia eadem vis dum in aliquod corpus agit, singulis hujus partibus determinatos quosdam celeritatis gradus communicat (60); ex quo fit, ut si corporis

massa evadit dupla, celeritas ipsi impressa ad dimidiam partem prioris celeritatis redigitur; si corporis massa evadit tripla, celeritas redigitur ad tertiam partem prioris celeritatis, etc; ita ut ex actione unius ejusdemque vis celeritas eadem ratione minuatur, qua corporis massa augetur, et viceversa. Evidenter itaque patet axioma illud, quod totius Mechanicae fundamentum dici potest: *Eadem vis in diversis corporibus agens ipsis communicat eam celeritatem, quae est in ratione reciproca massarum, sive materiae quantitatum, ex quibus constant.* Ex. gr. vis unius et ejusdem quantitatis pulveris pyrii, quae successive globulos plumbeos exploderet, quorum materiae quantitates essent ut, 1, 2, 3, 4, etc., ipsis velocitates communicaret, quae essent ut $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ etc; hinc globus, cujus massa foret $= 10$, haberet velocitatem $\frac{1}{10}$; si massa globi foret 100, ejus velocitas esset $\frac{1}{100}$, et sic deinceps; ex quo efficitur, massam uniuscujusque globi in celeritate ejusdem ductam(cujus caussa hic semper eadem supponitur, nempe eadem quantitas pulveris pyrii) semper idem factum dare; nam pro primo hoc factum erit $1 \times 1 = 1$; pro secundo erit $2 \times \frac{1}{2} = 1$, etc. Hoc factum ex massa, seu materiae quantitate corporis cujusque in celeritatem *Quantitas motus*, seu *Momentum* appellatur.

62. Hinc prono alveo fluit, eamdem vim eamdem semper motus quantitatem gignere, cujuscumque speciei sit mobile, in quod operatur; ideoque *motus quantitatem* esse veram rationem aestimandi vires motrices. Vis impellens dicitur *dupla, tripla*, vel *quadrupla* alterius vis, ubi duplicem, triplicem etc. motus quantitatem gignit. Possumus itaque sequens constabilire theorema; *Vis motrix est ut motus quantitas, seu momentum, id est ut factum ex massa et celeritate* (1). Quare si *vis* dicatur V, *momentum* seu

(1) Circa virium motricum aestimationem acerrime decertarunt saeculo proxime elapso magni nominis Physici. Ante Leibnitii aetatem vires motrices a solo producto massae in simplicem celeritatem aestimare omnes consueverant; Leibnitius omnium primus vim motricem in *vim vivam*, et *vim mortuam* dispescuit; per *vim vivam* eam intelligens, quae cum actuali motu conjuncta est; per *vim mortuam* vero eam, qua corpus moveri nititur, seu qua ad motum actualem tendit, quamvis non moveatur, ut videre est in lapide super tabulam posito, vel ope fili suspenso, qui in utroque casu deorsum labi conatur. Facta itaque hac distinctione, contendit illam ex ductu massae in celeritatis quadratum esse aestimandam, hanc vero ex ductu massae in simplicem celeritatem. Hoc idem post Leibnitium propugnarunt Fratres Bernoulli, Wolfius cum iis omnibus, qui ejus dogmata sequebantur, Marchio Poleni, Hermannus, Ricter, et P. Vincentius Riccati in Dialogo de *virium vivarum*. At pro vetustiori virium mensura veluti pro aris et focis decertarunt non inferioris subsellii Philoso-

quantitas motus vocetur Q, *massa* autem et *celeritas* M, et C, erit $V = M \times C = Q$. (Deinceps pro V semper Q adhibebimus). Quapropter $Q = M \times C$; adeoque $M = \frac{Q}{C}$, et $C = \frac{Q}{M}$. Positis his aequationibus, conferri poterunt momenta duorum quorumcumque mobilium aequaliter delatorum. Si enim litterae q, m, c vim, celeritatem, et massam alterius mobilis designent, erit etiam $Q = m \times c$, et $m = \frac{q}{c}$, $c = \frac{q}{m}$. Hinc sequitur

1.° $Q : q = M \times C : m \times c$.

2.° $C : c = \frac{Q}{M} : \frac{q}{m}$

3.° $M : m = \frac{Q}{C} : \frac{q}{c}$.

4.° Positis $Q = q$, erit $M \times C = m \times c$, adeoque $M : m := c : C$, et viceversa.

5.° Si $C = c$, erit $Q : q = M : m$.

6.° Si $M = m$, erit $Q : q = C : c$.; scilicet

1.° Quantitates motus sunt in ratione composita directa tum massarum, tum celeritatum.

2.° Celeritates sunt in ratione composita ex directa momentorum, et massarum inversa.

3.° Massae sunt in ratione composita ex momentorum directa, et celeritatum inversa.

4.° Ubi quantitates motus sint aequales, celeritates sunt in ratione massarum inversa, et vicissim.

5.° Ubi celeritates sint aequales, quantitates motus sunt in directa massarum ratione.

phi, quos inter eminent cl. Newtonns, qni veatigiis illustriorum Italorum inhaerere non dubitavit, Desaugulerius, Zanotti, de Mairan, aliique permulti. Verum controversiam istam tanto animorum aestu agitatam, non esse nisi de nomine litem, si temporia ratio habeatur, clamarunt Boscovichius, d' Alembert, Nollet, Poli, ac, ut caeteros omittamua, Nicolaus Fergola. Equidem tam Newtoniani, quam Leibuitiaoi in resolvendis quaeationibus eodem perveniebant; plurimique novis experientiia auam opioionem solidare nitebantur, dum alii novis rationibus contrariam propugnare senteotiam studebant. At numque haee lis eo eontentionis perducta esset, si utrique observassent, qnod si aliqua vis V in aliqua temporis unitate alicui massae M celeritatem quamcumque imprimat, ut haec dupla, tripla ete. efficiatur, opus est etiam vim hanc duplam, triplam etc. effici : vel, alio modo, si vis alicui massae M datam celeritatem C communicet, ut baec eadem celeritas in massa dupla vel tripla etc. habeatur, patet, vim duplam, triplam etc. esse debere; adeoque, si temporis uoitas spectatur, statuere possumus esse $V = M. \times C$. Si vero banc vim duabus, tribus, quatuor unitatum temporibus agere consideremus, manifeste apparet, ipsius effectum duplum, triplum, quadruplum effici oportere. Hinc vis minor, quae longiori tempore opersri coocipitur, effectnm producere potest aequalem ei, qui produceretur a majori vi in minori temporis intervallo operante. Controversia itaque inter Leibnitianos et Newtonianos ex hoc potissimum oriebatur, quod posteriores vim aestimabant, ac deinde temporis rationem habebant; priores vero tempus implieite computabant, quum molem in celeritatis quadratum ducebant.

6.° denique ubi massae sint aequales, quantitates motus sunt in directa celeritatum ratione.

Haec omnia numeris illustrari possunt, ut superius indicavimus.

63. Non abs re diximus (61) theorema illud, *ubi celeritates fuerint in ratione massarum inversa, momenta sunt aequalia*, esse totius Mechanicae fundamentum; nam in Mechanica quum id agatur ut magna obstacula superentur, illud nonnisi magna motus quantitate obtineri potest; quantitas autem motus, seu momentum, quum augeri possit vel celeritatem augendo, eadem manente massa; vel augendo massam, eadem manente celeritate, hoc principio semper Mechanici in suis operationibus utuntur. Hinc globi plumbei ex tormento bellico explosi magna cum celeritate parietes majori nunc impetu feriunt, quam arietes, aliaeque machinae bellicae, quibus olim veteres utebantur, quae ex ingenti materiae mole efformatae, exiguam concipere poterant celeritatem. Etiam mulieres, quum nent, verticillum fuso nodo adhibent, ut hic facilius vertatur, et efficacius filum contorqueat ob majorem motus quantitatem, quae ex aucta massa gignitur; illud auferunt, quum ea fili quantitas fuso obvoluta est, quae hunc aeque ponderosum, adeoque ejusdem effectus producendi capacem reddit.

64. Hic tamen illud animadvertendum ducimus, quod corpora inaequalis massae etsi eamdem motus quantitatem habere possint, non semper eumdem effectum gignunt. Mobile, quod sub parva mole ingenti celeritate donatur, corpora celeriter pervadit ac penetrat; mobile vero magnae molis, sed exigua celeritate praeditum aliis corporibus applicatum, illa quatit, agitat, disrumpit, quin ea pervadat. Et re quidem vera si globulum e tormento bellico explodas in laminam vitream filo pendulam, globulus eam perforabit, et ulterius gradietur, quin illam moveat: si vero in eamdem laminam plumbi massam, vel lapidem manu injicias, lamina quin perforetur, in minutissima frustula disrumpetur. Cur hoc? Non alia de caussa id evenit, quam ex mobilis celeritate. Ut enim mobile aliquod toti corporis alicujus massae motum suum communicare valeat, quoddam temporis intervallum intercedat, necesse est, ut diximus (60); quocirca, quum in primo casu celeritas globi explosi sit maxima, adeoque in minimo agat temporis momento, iis laminae, partibus dumtaxat sese communicat, per quas transit, quin ad reliquas sese diffundere possit; in secundo vero, quum lentius procedat, ejus celeritas omnibus laminae partibus, in quam impingit, sese communicat, quin illam penetret ac pervadat. Ex eodem principio plura ejusdem generis phenomena explicantur.

ARTICULUS TERTIUS

DE GENERALIORIBUS MOTUS LEGIBUS

65. Quidquid hucusque diximus, quidquid inde dicemus de corporum motu, variisque quae inde emergunt phenomenis, tribus famigeratis Naturae Legibus, quas Newtonus exposuit (*Princ. Math. Phil. Nat. edit. Amst.* 1723. *pag.* 12.), velut proprio innituntur fundamento. Dicuntur hae generaliores Naturae Leges, quia omni motus speciei, omnique corporum generi conveniunt, quocumque in statu illa sint. Ipsissimis verbi Magni Angliae Physici eas referre hic libet.

1.ª Lex: *Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

2.ª *Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur.*

3.ª *Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem.*

66. Prima lex sponte manat ex naturali materiae inertia, qua fit ut corpus in statu vel motus, vel quietis, in quo erat, semper permaneat, nec retardationem vel accelerationem, vel directionis mutationem sua virtute sibi comparare possit. Necessario itaque sequitur, omnem motum esse ex natura sua aequabilem et rectilineum, adeoque nec illius velocitatem retardari, nec directionem mutari, nisi aliquod obstaculum mobili offeratur.

Secundae legis ratio haec est. Mutatio motus semper ab aliqua caussa procedit; ergo quum sit effectus, suae caussae debet esse proportionalis. Praeterea, dum corpus movetur, singulis momentis fertur ab uno puncto in alterum: atqui duo puncta juxta se invicem posita non efficiunt, nisi lineam rectam; ad lineam quippe curvam tria saltem puncta requiruntur, duo scilicet, quae aliquam directionem determinent, tertium vero, quod ab illa directione declinet; id quod fieri non potest, nisi alia vi accedente, quae illud a priori directione deturbet. Hinc patet, corpus motum a linea recta ex seipso non posse deflectere, quippe quum sit ad quamlibet directionem indifferens, nullaque activa polleat facultate.

67. Tertia lex, utpote non tam clare enunciata, semper juvenum torsit ingenia. Newtonus multis eam illustravit exemplis, quorum en unum. Si equus lapidem funi alligatum trahit, funis retrahet etiam et equum in lapidem; nam funis utrimque distentus eodem relaxandi se conatu urgebit equum versus lapidem, et hunc versus equum; tantumque impediet progressum unius, quantum promovet progressum alterius. Quod si equus lapidem ad se trahet,

hoc efficiet cum excessu vis, qua opus fuit, ut lapidis *resistentiam* vinceret. *Actio* itaque seu nisus equi, ut lapidem traheret, destructa fuit ab hujus *reactione*, seu *resistentia*; id enim per *actionem* et *reactionem* Newtonus intelligit. Si vero objiciatur, ex actionum aequalitate quietem sequi debere, reponit *vim* ab *actione* distinguendam. *Vis* enim est tota efficacia per quam corpus agere potest; *actio* est ea efficaciae pars, quam corpus adhibet ad resistentiam superandam, vel melius, ad motum eidem communicandum. Si itaque equus lapidem ad se trahet, id efficiet ope ejus vis, quae ei superest, actione sequuta. Haec aliaque Newtoni tum argumenta, tum exempla plurimis fucum fecerunt, ut *resistentiam*, sive *inertiam* ut *vim* corporibus inhaerentem admitterent. At si observationes supradictas (16. not. 1.) prae oculis habeamus, facile colligemus *reactionem*, stricte loquendo, proprie locum non habere, si reactionis nomine aliquam vim corpori inhaerentem intelligamus; sed potius hanc, quam reactionem appellant, esse communicationis motus, et impenetrabilitatis materiae effectum. Et re quidem vera, si materia ob suam inertiam aliquam opponeret resistentiam, numquam verum esset (ut postea videbimus) in corporum collisione corpus collidens tantumdem motus sui deperdere, quantum ejusdem motus corpus collisum acquirit; id quod experientiae adversatur. Ex eo autem, quod verum est, motum a corpore inerti in collisione deperditum aequalem esse motui, quem alio corpori communicavit, sequitur, ut in solvendis mechanicis problematibus, sive admittatur, sive non admittatur illa inertiae *vis resistens*, iidem semper habeantur effectus.

ARTICULUS QUARTUS

DE MOTU COMPOSITO TAM RECTILINEO, QUAM CURVILINEO.

68. Antequam motus compositi naturam, legesque exponamus, monitos omnes esse volumus, caussas, id est vires in corpus aliquod agentes mensurari posse si conferantur alicui vi particulariter pro unitate acceptae; quemadmodum mensurantur lineae, superficies, pondera etc., accepta pro unitate aliqua linea, vel superficie, vel pondere. Magnitudinis autem conceptus viribus directe non adplicatur: expedit itaque accurate definire quid virium aequalium, duplicium etc. nomine intelligatur.

69. Duae vires dicuntur *aequales* ubi in aequales massas agentes, aequales ipsis celeritates imprimunt; vel si massae fuerint inaequales, ipsis celeritates imprimant, quae sint in inversa massarum ratione. Facile autem attendenti patet, vires aequales dum in puncto aliquo, vel in extremitatibus lineae inflexibilis opponuntur,

aequilibrium gignere debere. Duae vires aequales efficiunt vim *duplam* quum *conspirant*, id est ubi versus eamdem partem, seu directionem feruntur; *vis tripla* etiam haberetur, si tres vires aequales in eamdem pariter conspirarent directionem, et sic deinceps. Hinc, si statuatur vim quamcumque repraesentari quovis numero, vel linea, ejus vis *dupla* exprimeretur etiam numero vel linea duplici : quare ad vires designandas semper adhiberi poterunt numeri, vel lineae ; operationesque, quae in his conficientur, tamquam si in viribus ipsis factae fuissent, spectari possunt.

70. Ubi plures vires in aliquod corpus agunt, quocumque illae sint numero, et quavis agant directione, huic nonnisi unum motum secundum datam directionem imprimere possunt. Facile autem unusquisque intelligit, dari posse unam tantummodo vim, quae effectum eumdem producere valeat, quem multae simul conspirantes producerent : haec vis unica, quae aliarum omnium vice adhiberi possent, a Physicis *resultans* appellatur. Navicula, ex. gr., quae velis, remisque impulsa, secundo flumine vehitur, eadem incedit via, qua incederet, si aliquis robustus nauta, fune ad hujus proram alligata, illam traheret in eadem directione, qua a tribus illis viribus impellebatur. Si haec funis impulsui fluminis, venti, ac remorum jam cessato substitueretur, in navis motu idem semper effectus nobis conspicere daretur.

71. Virium complexus ad effectum aliquem conspirans, *virium systema* appellatur. Hae autem vires, si relate ad *resultantem*, quae ipsis substitui posset, spectentur, *componentes* dicuntur. Evidens est, quod si virium systemati vis aliqua resultanti aequalis in contrariam directionem opponeretur, tunc aequilibrium existeret, et corpus in oppositas partes distractum quiesceret. Hac praecipue nota *resultans* distinguitur. Hinc in adducto navis exemplo, si eo ipso, quo ventus, remi, ac fluminis impetus suam vim exerunt, funis ad puppim apponeretur, quae ipsam retrotraheret in partem directioni *resultantis* contrariam, aequilibrium haberetur ; et navicula non magis moveretur, quam si anchora jacta consisteret; nec inde procederet, vel retrotraheretur, vel directionem mutaret, nisi nova accedente caussa, quae aequilibrium peturbare posset.

72. Nunc ad motus compositi leges statuendas transeamus. Ubi plures vires aliquod corpus impellunt, tres casus dari possunt. Vel enim vires versus eamdem directionem urgent corpus, et *resultans* aequalis erit omnium summae; tunc autem vires sic agentes *conspirantes* dicuntur : vel vires sunt e diametro *oppositae*, et tunc, si aequales sint, eliduntur, nullusque inde nascitur motus ; si inaequales, vis majoris excessus solummodo corpus urget in directione, secundum quam ipsa agit. Motus autem tam in virium *conspiratione*, quam in earum *oppositione* tamquam simplex spectari potest.

Si denique vires partim *conspirantes* fuerint, partim *oppositae*, ita ut earum directiones angulum efficiant, tunc nascitur *motus compositus*, in quo semper *resultans* aequalis est differentiae duorum systematum virium oppositarum, et in directione vis majoris pergit. His positis, en motus compositi praecipuum theorema :

73. *Si corpus* A (Fig. 3) *a duabus simul viribus urgeatur juxta directiones* An , *et* Ay *angulum capientes* , *quarum celeritates sint ut* Ac *et* Ab ; *motu composito per directionem intermediam* Az *movebitur* , *et describet diagonalem parallelogrammi designati a lineis* , *quae virium directiones et intensitates exprimunt*, *intra idem tempus, quo latus unum peragraret*, *si ab unica vi moveretur*.

Communis hominum sensus hoc innuit; sed pro statuenda *resultantis* directione ac intensitate , opus esset hic argumentis, quae juvenum intelligentiam superant (1). Sufficiat tamen hoc generale principium compositionis virium hac simplicissima ratione suaderi. Compleatur parallelogrammus A *b r c* , cujus duo latera sint A *c* et A *b* celeritates et directiones virium designantia ; deinde ducatur diagonalis A *r*. Punctum A, a duabus viribus A *b* et A *c* impulsum, in iisdem est circumstantiis, ac si impelleretur a sola vi secundum A *z* directa , cujus intensitas rectae A *r* foret aequalis; id quod verum est sive aequales aut inaequales sint vires , sive earum directiones angulum rectum, acutum , vel obtusum efficiant. Si enim corpus A dumtaxat juxta horizontalem A *b* propelleretur , lineam hanc decurreret. Si vero secundum verticalem A *c* moveretur , eamdem pariter insisteret viam. Atqui corpus A simul eodemque tempore secundum duas illas directiones vi aequali impellitur; ergo neutram sequi debet, sed utrique pariter obsequi. Jam vero utrique pariter obtemperabit lineam describendo , quae media sit inter lineas A *c* et A *b*: atqui linea haec media ipsa est diagonalis A *r* parallelogrammi A *b r c* ; ergo corpus a duabus viribus etc.

Illud vero, quod in secunda propositionis parte adstruimus , nempe diagonalem a mobile describi intra idem tempus, quo latus unum peragraret , si ab unica vi impelleretur , ita etiam suaderi potest. Si mobile A unica vi secundum A *b* moveretur, primo temporis momento foret in aliquo puncto ejusdem A *b*, veluti in *h*, et ad rectam *h l* ipsi A *c* parallelam accederet. Si vero , unica vi secundum A *c* urgeretur , eodem primo temporis momento foret in aliquo punto ipsius A *c*, puta in *t*, et ad rectam *t l* ipsi A *b* parallelam accederet. At mobile A eodem momento a duabus simul viribus impellitur, et nequit una alteram impedire , quum oppositae

(1) Hoc theorema, quemadmodum et alia quamplurima, quae postea occurrent, strictim in Operibus Mechanicis demonstrantur ope altioris Mathematicae cognitionum; eruuntur nempe ab idea virium abstracta cum Geometriae sublimioris auxilio.

non sint, sed conspirantes. In fine ergo primi momenti reperiri debet tum in *h l*, tum in *t l*; idest in puncto *l*, quod est utrique commune. Idem dicendum de secundo, de tertio, ac de reliquis instantibus, in quibus, quum vires constanti celeritate in corpus agant, nemo non videt, celeritatem ejusdem in diagonali percurrenda, semper eamdem esse, ac si solum latus A*b* vel A *c* ex unius vis impulsione describeret (1).

74. Hinc sequitur, *mobilis celeritatem* in motu composito semper *esse minorem summa celeritatum, ex quibus componitur.* In parallelogrammo enim A *b r c* celeritates seorsim sumptae exhibentur a lineis A *b* et A *c* = *b r*; celeritas motus compositi vero per lineam *Ar* repraesentatur: cuique autem compertum est, in omni parallelogrammo diagonalem esse minorem duobus lateribus simul sumptis.

75. Superius theorema hac etiam experientia confirmari potest. Ponamus formicam aliquam motu uniformi per aliquam regulam A C (Fig. 5.) sursum deorsum progredi eodem temporis intervallo, quo regula vehatur ex A in B motu sibimet parallelo, ita ut formica describat spatium A I, et regula eodem tempore deferatur in E: tunc formica reipsa in H reperietur. In altero tempusculo formica percurret spatium I K, et regula spatium E F; ac proinde in G illa reperietur. Denique si regula transvecta fuerit in B quum formica advenerit in C, necesse erit hanc formicam in D reperiri. Nulli itaque dubium est, quin verum sit hoc theorema.

76. Prono inde alveo haec fluunt corollaria. 1.° Ubi vires motrices sunt aequales, diagonalis resultans semper bifariam dividit angulum ab earum directionibus efformatum, qui proinde *Angulus directionis* vocatur; hujus tamen diagonalis longitudo vel major, vel aequalis, vel minor qualibet ipsarum seorsim sumptarum esse potest, ut patet ex figuris 6, 7, et 8.—2.° Ubi duae vires inaequales sunt, diagonalis *resultans* angulum directionis in duas inaequales partes dividet, et ad majoris vis directionem semper accedet, ut patet ex fig. 9. Et re quidem vera, ubi minor est angulus directionis, vires ad conspirationem magis accedunt, adeoque corpus validius propellunt; idque evenit quum acutus sit hic angulus: ubi vero idem angulus est major, scilicet obtusus, vires ad oppositionem magis accedunt, adeoque corpus debilius urgent.

77. Propositio superius constabilita multa explicare valet Mecha-

(1) Expeditius etiam hac sequenti ratione istud theorema demonstrari potest. Ponamus vim P (Fig. 4.) in primis agere, a puncto A incipiendo; ob ipsius intensitatem corpus in P perveniet: agat nunc vis Q secundum directionem PR, seu AQ; hujus ope corpus in R perveniet, donec PR=AQ: atqui in hoc casu punctum R in extremo puncto diagonalis AR parallelogrammi APRQ invenitur, nam, ex hypothesi, PR=AQ eidemque parallela: ergo etc.

nicae phaenomena. Ex multis hoc unum adnotabimus. Si homo supra cylindrum mobilem stans, in adversam partem prosilire tentet, plerumque fit, ut cadat. Id non ex alia repetendum est caussa, nisi ex eo quod pars corporis superior directionem accipiat, qua feratur antrorsum; cylindrus autem mobilis eam pedibus directionem det, qua ii ad retrocedendum sollicitentur: hinc evenit, ut pedes suae directioni obsequentes retroferantur; caput pariter suam sequens directionem antrorsum procurrat; ac proinde corpus omni fulcro sit destitutum; inde sequitur lapsus. Ita pariter homo in rheda sedens, ubi aliquod sibi imminens periculum evadere velit, ad angulum rectum exterius sese projicere debet; quacumque enim alia directione sese projiceret, sub rotas caderet. Ex eodem principio explicatur tum avium volatus, tum hominum ac piscium natatio.

78. Eidem propositioni pariter virium *compositio* ac *resolutio* innititur. *Componi* dicuntur vires, ubi earum plures ad unam rediguntur: quod superius observavimus, quum duae vires parallelogrammi lateribus expressae ad unicam ejusdem parallelogrammi diagonalem reductae fuere. Idem cum tribus, et quotlibet aliis peragere possumus. Si ex. gr. quaeratur unica vis tribus A B, A C, A D aequivalens (Fig. 10.), primo componentur duae quaelibet A B et A C in unam A *a* ope parallelogrammi A B *a* C; deinde haec *resultans* A *a* componetur cum residua A D in aequipollentem A *b*, ope parallelogrammi A *a b* D, sicque ista A *b* erit tribus datis aequivalens; cui si opponatur in directum alia ipsi aequalis, in aequilibrio tres illas continebit. Idem de plurium aliarum virium compositione dicendum.

79. Sicut autem duae vel plures vires in unam componi possunt, ita e converso una in duas sibi aequales potest resolvi, quarum una quibusdam etiam conditionibus subjici potest, ut nempe per datum punctum transeat; ut datae alicui rectae sit parallela; ut cum hac eadem recta datum angulum capiat. Haec posterior operatio *virium resolutio* appellatur. Cuique namque compertum est, unicam vim tamquam a duabus per parallelogrammi latera expressis genitam concipi posse, quum vis quaelibet semper recta linea designari valeat, super quam infinita parallelogramma constitui queant. Observandum tamen, quod etsi datis viribus componentibus, earumque directionibus, statim *resultans* inveniri possit, non ideo viceversa, data aliqua vi, possunt inveniri vires componentes, earumque directiones, sed insuper, ut nuper diximus, alterutra harum componentium requiritur. Mirum quantum in mechanicis quaestionibus haec virium resolutio praestat. Si ex. gr. corpus A (Fig. 11) in superficiem B E juxta obliquam directionem A B impingat, resoluta vi A B in duas, nempe in A E superficiei perpendicularem, et A D

eidem parallelam, vis A E, quum normaliter agat in subjectam superficiem, in ictu elidetur; mobile itaque sola vi A D eidem superstiti moveri perget.

80. Sequitur etiam ex principiis supra constabilitis, quod si dentur duae vires P et Q, et earum *resultans* R (Fig. 12), quarum directiones et intensitates exprimuntur a lateribus D M et B M parallelogrammi MBED, et ab ejus diagonali ME, haec proportio institui potest; P : Q : R = M D, seu BE: BM: ME. Quoniam autem, ex Trigonometria, in quolibet triangulo sinus angulorum sunt ut latera iisdem angulis opposita; erit B E = sin E M B ; M B = sin M E B, et M E = sin M B E: atqui sin M E B = sin E M D; sinus vero M B E = sin D M B (1); erit itaque P: Q: R = sin E M B: sin EMD: sin DMB. Quaevis itaque trium harum virium est *ut sinus anguli, quem reliquarum directiones efficiunt.* Infra patebit hujus veritatis foecunditas.

81. Haec omnia, quae hactenus diximus, locum habent ubi vires in corpus aliquod agentes constantem inter se retineant directionem, ac celeritatem: id vero nonnisi admodum raro in rerum natura evenire conspicimus. Saepius autem accidit, ut inter se conveniant duae vires, quae tum directionis, tum celeritatis successivas experiantur variationes. Hoc casu manifestum est, corpus ab his duabus viribus motum, quamvis diagonalem parallelogrammi infinite parvi in quolibet tempusculo describat, per lineam curvam ex his diagonalibus conflatam moveri debere. Inde etiam patet, quemlibet motum, qui per lineam curvam efficiatur, a duabus saltem viribus impelli debere, quarum una corpus urgeat juxta directionem aliquam rectilineam, alia vero in ipsum constanter agens, quolibet tempusculo illud versus centrum sui motus trahendo, ejus immutet directionem, vi cujus mobile polygonum infinitis et infinite parvis lateribus conflatum describat, unde linea curva exsurgit, cujus natura a virium motricum combinatione ex sublimioris Geometriae principiis determinatur. Nobis vacat id usitatiore ratiocinio tyronibus suadere.

82. Sit corpus A (fig. 13) duabus impulsum viribus juxta directiones AM, AT: primo temporis momento diagonalem AB describet (73). Porro si ambarum virium directiones, ac celeritates eaedem semper remanerent, altero temporis momento corpus A moveri pergeret per eamdem rectam A B in C protensam. At si hoc temporis momento, eadem manente directione et vi A M, vis altera A T immutetur, quae novum impulsum, novumque proinde celeritatis

(1) Sinus anguli est etiam sinus ejusdem supplementi. Porro anguli MBE supplementum est DMB; ad efficiendam enim duorum rectorum summam in triangulo MBE requiruntur reliqui duo anguli EMB, et MEB, seu ejus alternus DME. Ergo DMB est supplementum anguli EBM, ac proinde sin MBE=sin DMB.

gradum corpori communicet juxta directionem B E, jam idem corpus urgeretur pristina vi B C, et nova adveniente B E; quapropter motu composito describet altero temporis momento diagonalem BD, et a priori semita B C deflectet. Ita etiam tertio tempusculo corpus in directum moveri pergeret juxta directionem D F, nisi nova vis accederet per D N; unde pristina vi per D F, ac nova sollicitante per D N, deflectendo a priori semita, describet mobile aliam diagonalem D G; atque ita porro, dum singulis momentis novus semper impulsus corpori imprimitur, corpus ipsum semper et a recto tramite deflectet, et novas diagonales angulos obtusissimos capientes describet. Atqui hae diagonales simul sumptae lineam curvam conficiunt; ergo *corpus a duabus viribus impulsum, quarum alterutra sit variabilis, et quovis momento agat, lineam curvam describit*. Hoc idem ratiocinium ad corpus a duabus viribus sollicitatum, quarum ambae sint variabiles, et inconstantem servent rationem, extendi potest.

83. Hanc motus curvilinei legem multa experimenta illustrare solent. Praeclarum est illud, quod a curriculo *di Steitz* dicitur: in hoc enim dum curriculus in plano horizontali probe levigato movetur, a capsula ipsi curriculo adnexa quaedam oblique sursum emittitur sphaerula, quae lineam curvam in aere describens, in eamdem capsulam ulterius progressam recidit. Hoc experimentum duo probat; 1.° nempe globulum curvam lineam describere ex conspiratione duarum virium tum impulsionis, tum gravitatis, quarum prima agit in instanti, altera vero ejus directionem jugiter immutat; 2.° eumdem globulum recidere in capsulam ulterius promotam, quamvis haec lineam rectam per planum excurrens descripserit, ipse vero lineam curvam, quia mobile ex motu composito per diagonalem actum per eamdem excurrit eodem temporis intervallo, quo per unum parallelogrammi latus incederet (73). Hoc idem periculum fecerunt Academici Florentini *del Cimento* ope tormenti bellici, a quo globus per vim nitrati pulveris emissus, dum interea a sex equis velociter illud vehebatur, prope ad ipsius tormenti os recidit, postquam curvam in aere descripsit. Denique ubi os cerasi digitis comprimitur, ab his elabitur lineam curvam in aere describens; a pollice enim ad partem dexteram versus, ab indice vero ad laevam impellitur; hinc motu composito diagonalem describeret, nisi gravitatis vi tellurem versus assidue impulsum, curvam lineam cogeretur describere. Patet etiam cur nauta, si velit flumen transfretare, non dirigit cymbam per lineam rectam ab una ad alteram fluminis ripam, sed eam movet per lineam sursum aliquantulum obliquam; hoc enim modo cymba, quae ab aqua fluente deorsum impellitur, quum a remis superius dirigatur, motu composito oppositam ripam petet, lineam curvam describendo. De cae-

tero, motus curvilinei exempla aliunde patebunt ubi de motu corporum projectorum, et de corporum coelestium motu sermonem instituemus.

CAPUT SECUNDUM

DE STATICA

84. Quae superius exposuimus principia de virium compositione (79), facilem nobis aditum praebent ad aequilibrii Leges expendendas, Leges scilicet, quibus vires obsequuntur quum earum plures ita in corpus aliquod agunt, ut unaquaeque a reliquis impediatur, adeoque illud in quiete constituant; id quod *Staticae* objectum esse diximus (48). In hoc igitur Capite agemus de aequilibrii conditionibus et Legibus; ac de harum applicatione tum ad gravitatis centrum, tum ad Machinas quaslibet sive simplices, sive compositas.

ARTICULUS PRIMUS.

DE AEQUILIBRII CONDITIONIBUS AC LEGIBUS.

85. Mechanici in aestimandis actionibus virium, quae in corpora agunt, ut in suis ineundis calculis expeditius procedant, omnes ipsorum corporum partes tamquam indivulse inter se unitas et adhaerentes concipere solent, abstractione facta a materiae divisibilitate. Quodlibet corpus itaque, ob hanc partium indissolubilem conjunctionem, ut punctorum *systema* ita efformatum concipiunt, ut actio virium uno tantum puncto, vel duobus applicata, statim ad omnia alia transmittatur, quae proinde omnia simul et semel moventur quum illud unum ex aliqua impulsione moveri cogitur (60). Vires praeterea aequales (69), quae in corpus aliquod suam edunt actionem, ubi ex oppositis agant directionibus, ad invicem eliduntur, nullus inde motus nascitur, et corpus in quiete perfecta constituitur. Haec quies ex virium aequalium elisione orta, *aequilibrium* appellatur, et a *quiete* proprie dicta distinguitur, quae est status, in quo naturaliter corpus permanet, ubi nulla mechanica vi urgetur.

86. Hujus aequilibrii conditiones ab illa simplicissima Lege procedunt, quam supra totius Mechanicae fundamentum esse diximus (61); duo nempe corpora se mutuo collidentia tum quiescere, quum ipsorum momenta sunt aequalia; atqui duorum corporum momenta tunc aequalia sunt, quum eorum massae et velocitates aequales sunt, vel quum massae sunt inverse ut celeritates; ergo

duae sunt necessariae aequilibrii conditiones, qnae strictim loquendo, ad unam reduci possunt, ad illam scilicet, in qua *celeritates sunt inverse ut massae*. Tunc enim quum motus quantitates, sive virium intensitates aequales sint, eliduntur, ob materiae impenetrabilitatem. Hinc aequilibrium (69).

87. Directiones virium in corpora agentinm quum lineis rectis semper repraesentari possint, quarum situs indicat plagam, in quam vires agunt, et longitudines earum exprimunt intensitates; lineae vero ad corpora applicari possint vel in directione parallela, vel obliqua, ita ut angulum capiant; quocumque modo illae applicentur, facile patet, semper componi inter se posse ea ratione, ut momenta sint aequalia, adeoque aequilibrium gignant. Et re quidem vera, si duae vires in eodem plano existentes (Fig. 14.) ad corpus M N applicentur secundum directiones A P, et B P'; quum punctum applicationis virium transferri possit ad aliud quodcumque ejusdem directionis, dummodo haec puncta inter se connectantur linea recta et inflexibili, quae impressionem unius in aliud statim trasmittere valeat; productis virium directionibus A P, et B P' usque ad C, ubi uniuntur, construi poterit parallelogrammus C D F E, cujus diagonalis C F exhibet resultantis directiouem et intensitatem. Porro si haec producatur, ita ut corpus M N urgeat, eumdem motum illi imprimere valebit, quem vires A P, et B P' simul junctae impressissent. Hujus resultantis directio et intensitas semper elidi poterunt, vim aequalem iis opponendo: tunc autem necessario aequilibrium sequetur. Idem dicendum omnimode, cujuscumque gradus angulum directiones virium capiant.

88. Si vero duae vires parallelae P, et Q (Fig. 15.) versus eamdem directionem agentes, ad lineae rectae inflexibilis A B extremitates applicentur, punctum C, iu quod resultans R C applicaretur, rectam A B dividet in inversa ratione P ad Q, ita ut habeatur P : Q = B C : A C; et haec resultans aequalis est summae duarum virium P et Q, ipsisque semper parallela. Si namque recta Q B producatur quantitate B Q' = A P; et A P similiter producatur donec A P' sit aequalis B Q: extremitates vero P' et Q' jungantur recta P'Q', haec per punctum C transibit, et rectam A B dividet in partes inverse proportionales rectis A P' et B Q', seu A P et B Q, ut liquet ex sola inspectione triangulorum similium ACP', et BCQ'.

89. Ut autem probetur resultantem duabus componentibus semper aequalem esse debere, iisdemque parallelam, sint A P et B Q (Fig. 16.) duae vires parallelae. Punctis A et B applicentur duae aliae vires aequales et oppositae S A, B S' secundum A B directae. Completis parallelogrammis SATR, BS'DL, duabus viribus T A, et S A substitui poterit earum resultans R A, quemadmodum et duabus aliis B S', B L substitui poterit earum resultans B D. Produ-

cantur hae duae resultantes donec concurrant in C; tunc quatuor vires S A, T A, B S′, L B concipi poterunt ad punctum C applicatae. Per punctum C ducantur recta E C I lineae A B parallela, et C MR′ lineis AT, BL similiter parallela. Sumatur C K = A R, et C Z=B D; et resolvantur in latera C N, Cx; C N′, C O. Perspicuum est, duas vires S A, et B S′ lineis N C, et C N′ expressas, utpote aequales et oppositas directione, elidi: hinc remanet resultans Cx + CO = PA + BQ, ipsisque parallela.

90. Hinc si resultanti R C (Fig. 15.) alia vis C R′ ei aequalis et opposita in puncto C substituatur, tres vires P, Q, R′ ad aequilibrium sese component. Hoc punctum, in quo vis resultanti opposita applicatur, *centrum virium parallelarum* dicitur, quia in illo puncto, tamquam in centro, actio totalis omnium virium accumulata concipitur. Ejus praerogativa est, nunquam locum mutare, etiam variata virium directione, dummodo hae pergant esse inter se parallelae. Si enim eaedem vires in directionibus A m, et B n (Fig. 17) agerent, quum earum quantitas et intensitas nullo modo immutata sit, adeoque pergant esse in distantiarum inversa ratione, patet, earum resultantem etiamnum per punctum C transire debere. Notandum praeterea, hanc esse hujus centri aliam proprietatem, quod si illud sustineatur, vel immobile reddatur, totum systema pariter sustentatur et in aequilibrium componitur, quaecumque fuerit ejus positio.

91. Si duae vires parallelae inaequales (Fig. 18) in opposita directione, ut A P, et C R rectae AC applicentur, invenies pariter punctum applicationis resultantis, si protrahes rectam A C in B, ita ut haberi possit proportio A P: C R = C B: B A. Nam si C R in duas partes dividas, quarum una aequalis sit A P, eique in puncto A illam opponas, ut A S, aliam vero in positione B Q transferas, rectae A S parallela, et versus eamdem plagam directa; habebis hoc modo tres vires, nempe A S, C R, B Q versus eamdem directionem agentes. Atqui C R spectari potest ut duarum A S, et B Q resultans; erit itaque C R = AS + B Q; adeoque BQ = CR — AS. Atqui AS : BQ = CB : C A; *componendo* igitur, erit A S: A S + B Q = C B : C B + CA; ac proinde A S: C R = C B: B A. Hinc si pro vi C R pones ejus componentes, duabus viribus datis A P, et C R tres vires substitues, nempe A P, et A S ad punctum A applicatas, et B Q applicatam ad punctum B. Sed duae vires aequales et oppositae A P, et A S eliduntur; remanet igitur dumtaxat vis B Q ut duarum virium resultans. Si vires A P et C R (Fig. 19.) aequales fuerint, et pariter in opposita directione rectae A C applicentur, earum resultans erit AP — CR = 0; adeoque erunt in aequilibrio.

92. Ubi non duae, sed plures fuerint vires parallelae, omnium

resultans invenietur prius duas earum componendo, postea harum resultantem cum tertia, et sic deinceps ad extremam usque. Si denique harum virium aliae in directione aliis opposita agant, quaeritur primo resultans in qualibet virium serie, et ita habentur duae resultantes in plagas oppositas directae, quae vel aequales, vel inaequales sunt. In primo casu eliduntur, et hinc aequilibrium: in posteriori vero ultima resultans earum differentiae est aequalis, et aequilibrium habetur vim huic aequalem ac contrariam ad virium centrum applicando.

93. Si a quolibet puncto E resultantis R duarum virium P, et Q (Fig. 20.), quae in puncto A concurrunt, ducantur normales E F E G super illarum directiones A F et A G, hae normales erunt inverse ut virium intensitates. Si namque a puncto F ad punctum G ducatur linea F G, et super diametrum E A describatur circulus A F E G, hic per puncta F et G transibit, ob angulos rectos E F A, E G A. Est autem angulus FAE = FGE, utpote in eumdem arcum FE insistentes; pariter angulus G A E = G F E, quia in arcum EG insistunt; triangula ergo ACD, EFG similia sunt (1). Erit itaque AC: CD, vel AB (quae eidem CD est aequalis), ut FE: EG; nempe A C : A B = F E : E G; hinc A B × F E = A C × E G. Si igitur uniuscujusque vis intensitas ducatur in perpendicularem suae directioni respondentem, producta erunt aequalia. Hoc productum vis alicujus in perpendicularem, quae a puncto quovis fixo ad ipsius vis directionem opportune sumptam ducitur, *momentum staticum ejus vis relate ad illud centrum* ab aliquibus dicitur, a nobis vero accuratius *momentum rotationis* appellabitur, quia reipsa vires ad quemdam rotationis motum circa illud punctum vel lineam producendum tendunt: inferius autem (118) quid *momenti statici* nomine intelligendum sit, statuemus.

Alia simpliciori via *rotationis momentum* concipi potest. Duae vires parallelae F, F′, (Fig. 1. Tab. V.) tamquam punctis A et C rectae ABC applicatae concipiantur, earumque resultans sit vis R puncto B ejusdem A C applicata. Erit, ex iis quae diximus (88) F: F′ = B C: B A. Per B ducatur recta *a* B *c* directionibus duarum virium F et F′ normalis: ob triangula similia *a* AB, *c* C B erit B C: B A = B *c* : B *a*; adeoque F: F′ = B *c* : B *a*; unde eruitur F × B*a* = F′ × B*c*. Punctum B tanquam obiectum resultanti R resistens considerari potest: hinc duae vires F et F′, quae rotationem rectae A C versus oppositam partem imprimere tendunt, circa punctum illud in aequilibrio erunt: quare ut hoc aequilibrium habeatur, necesse erit ut sit F × B*a* = F × B *c*. Productum F × B*a* erit momentum

(1) Angulus G = B A D; hic vero = A D C, utpote alterni; duo anguli igitur A D C, D A C trianguli A D C aequales sunt duobus angulis F G E, E F G trianguli F E G; ac proinde tertius A C D = tertio F E G. Hinc triangulorum similitudo.

rotationis vis F, et productum F′ × Bc erit momentum rotationis vis F′. Hinc statui potest hoc generale principium: *Ut duae vires parallelae in aequilibrio esse possint circa punctum aliquod resistens, momenta rotationis duarum virium aequalia esse debent.*

94. His positis, sint A P, et A Q (Fig. 21.) directiones virium P et Q in puncto A concurrentium. In harum directionum plano, sive intra, sive extra angulum P A Q sumatur punctum E, a quo in rectas P A, Q A, et harum resultantem A R ducantur perpendiculares E B, E D, E C. Producta P × E B, Q × E C, R × E D erunt momenta virium P, Q, R, relate ad centrum E. Quapropter si punctum E fuerit fixum et immobile, et perpendiculares E B, E C ut duae rectae inflexibiles spectentur, ad quarum extremitates applicatae sint vires P et Q; hae motum rotationis circa illud punctum immobile producent. Momentum resultantis harum virium ita dignoscitur. Ubi punctum E fuerit extra angulum P A Q (Fig. 21.), momentum resultantis R × E D aequale erit summae virium componentium; nam ambae id agunt, ut punctum A applicationis earum circa centrum E versus eamdem directionem rotet. Ubi vero punctum E intra angulum P A Q (Fig. 22.) cadat; quum vires P et Q in id incumbant, ut rectae AB,AC ad punctum A applicatae in directionibus oppositis moveantur, tunc resultantis momentum aequale erit differentiae momentorum virium componentium, adeoque punctum applicationis A rotabit versus directionem illius ex componentibus, quae majori momento praedita erat. Ubi denique vires P et Q fuerint aequales, adeoque ipsarum differentia sit $= 0$, seu nulla, tunc resultans R transibit per E, et aequilibrium habebitur. Licet hinc sequens theorema enunciare: *Momentum resultantis duarum virium aequale est summae, vel differentiae momentorum harum virium, prout puncta applicationis earum rotare pergunt vel versus eamdem directionem, vel in directiones oppositas circa aliquod punctum immobile tamquam horum momentorum centrum spectatum.* Id hac formula generali exprimi potest, $R \times ED = (P \times EB \pm Q \times EC.)$

95. Et haec de *rotationis momento*; nunc de *celeritate virtuali* pauca adjiciamus. Per celeritatem virtualem eam celeritatem Mechanici intelligunt, quam corpus habet, vel habere potest in primo tempusculo infinite parvo, quum ab aequilibrio ad motum transit. Quoniam autem haec celeritas proportionalis est etiam pressioni, quam patitur corpus ubi aequilibrium turbatur, ideo ad hanc pressionem exprimendam etiam celeritatis *virtualis* vocabulum adhibetur. Ut aliquam hujus ideam nobis efformemus, punctis A et B virgae inflexibilis A B ad punctum K aequilibratae applicentur duae vires P, et Q (Fig. 23.). Statim ac aequilibrium turbabitur, virga A B circa punctum K rotabit, et in primo tempusculo positionem *a* K *b* oc–

cupabit. Puncta extrema A et B arcus infinite parvos A a, et B b describent, quorum radii sunt eorum distantiae a puncto K. Hi arcus celeritates virtuales punctorum A et B, quae a viribus P et Q urgentur, designabunt. Si vires circa centrum K aequilibratae fuerint tres, ut P, Q, R, etiam tres arcus infinite parvi A a, B b, D d harum virium celeritates virtuales exprimerent. Idem generatim dicendum, quocumque tandem numero fuerint hae vires, quae corporibus circa centrum aliquod aequilibratis applicantur, dummodo, saltem in primo instanti, quo aequilibrium turbatur, fuerint inter se colligatae. Et quoniam motus etiam continuus ac rectilineus tamquam rotatio circa centrum aliquod infinite remotum spectari potest; idcirco celeritates virtuales generatim exprimi possunt lineolis rectis vel curvis infinite parvis, quae post aequilibrii turbationem a punctis applicationis virium circa centrum aliquod in primo tempusculo describuntur.

96. Innumera sunt, quae hac super re congeruntur a Mechanicis, praesertim postquam perillustris D. Lagrangia hoc principio usus est, ut ab unica aequatione solutionem omnium problematum Mechanicae, et Hydromechanicae deduceret. Sed quum horum theorematum demonstrationes, tyronum, quibus tantum scribimus, stomacho concoqui nequeant, nobis sufficiat haec tantum indicasse. Primus, qui de his celeritatibus virtualibus cogitaverit, fuit Guido Ubaldi Italus anno 1577; Galilaeus ad omnes Machinarum motus explicandos his principiis usus est. Ioannes Bernoullius anno 1717 demonstravit, omnia Staticae Problemata harum ope resolvi posse; Maupertuisius autem his usus est, ut *Legem quietis* ab eo dictam statueret, quam postea Eulerus generaliorem reddidit. Lagrangia demum, ut innuimus, formulam generalissimam invenit, cujus ope omnia Mechanicae et Hydromechanicae problemata resolvuntur. Qui plura desiderat, consulat inter alia *Staticam* D. Poinsot, et Opus D. Carnot, cui titulus *Principes fondamentaux de l' equilibre et du mouvement*, omniaque Mechanicorum Opera.

ARTICULUS SECUNDUS

DE CENTRO GRAVITATIS.

97. Gravitas, quae inter omnes Naturae vires praecipua est, cujusque actionem quolibet vitae nostrae momento experimur, omnium theorematum, quae nuper statuimus, foecundissimam nobis applicationem exhibet. Vis ista, cujus natura, ut diximus (30), nobis est prorsus impervia, se se prodit praecipue ubi corpora sibi relicta deorsum cadere pergunt. Quum per omnes minimas corporis cujusque particulas aequaliter distribuatur, in omnibus his suam

exercet actionem, aequalem illis impulsum imprimendo in ea directione, quae sit terrestri superficiei perpendicularis. Hae directiones productae, ad terrae centrum concurrere omnes concipiuntur, suntque convergentes: attamen ob ingentem radii terrestris magnitudinem, ut parallelae, et versus terrae superficiem directae absque physico errore spectari possunt (45): hinc iis omnia convenire debent, quae supra de virium parallelarum aequilibrio diximus. Quocirca *corpus grave* nobis est punctorum materialium complexus, quibus vires aequales, parallelae, et versus eamdem plagam directae applicantur. Omnes hae vires *resultantem* habent earum summae aequalem, et ipsorum directionibus parallelam (89). Hujus resultantis quantitas est corporis *pondus*, quod proinde minimarum partium numero, seu massae ejusdem corporis est proportionale (42); semperque per idem massae punctum pertransit, quacumque directione corpus vertatur. Punctum illud unicum, per quod gravitatis directio resultans pertransit, nihil aliud est nisi centrum virium parallelarum (90), et *centrum gravitatis* nominatur; quod si corpora sint regularia ac homogenea, idem nempe volumen, eamdemque densitatem ubivis habentia, *centrum massae*, *centrum figurae*, vel *magnitudinis* etiam appellatur: ipsa vero gravitatis directio *linea directionis* dicitur.

98. Quum itaque centrum gravitatis nihil aliud sit nisi centrum virium parallelarum, in quo totum corporis pondus tamquam accumulatum concipi potest (97); sequitur hanc esse ejus praecipuam proprietatem, nempe, ut sustentato gravitatis centro, in corpore quolibet semper adsit aequilibrium, semperque corpus quiescat, quaecumque fuerit ejus positio (90). Sustentaculum enim illud, quod resultanti opponitur, illius vim elidit, adeoque aequilibrium gignit. Si vero centrum gravitatis non sustentetur, quiescere nequit corpus, quamvis alicui plano vel fulcro sit innixum; id vero semper continget, quoties linea directionis extra innixi corporis basim, aut extra fulcrum cadat, vel vagetur. Corpora igitur eo firmius stant, quo latiores habent bases; contra vero, eo facilius decidunt, quo ipsorum bases sunt angustiores.

99. Hinc colligere licet signum infallibile, quo dignoscatur num corpus supra planum horizontale positum ibidem consistere, aut labi debeat. Si enim linea directionis intra corporis basim cadat, corpus illud extra periculum casus constituitur, quia tunc gravitatis centrum sustentatur; sin contra, corpus decidet, quia centrum gravitatis sustineri desinit. Hinc si centrum gravitatis corporis ABC horizontali plano innixi in puncto C sit constitutum, et linea directionis CF intra basim AE cadat (Fig. 24.), corpus profecto cadere nequit; sustentata enim linea directionis CF a subjecto plano, sustentatur etiam centrum C, in quo omnes gravitatis resultantes con-

veniunt, adeoque tota corporis gravitas collecta intelligitur. Sin vero basis AE innitatur plano horizontali *o m* (Fig. 25.), et directionis linea extra basim AE cadat, jam centrum gravitatis sustentari desinit, ut ideo decidere debeat corpus, sese convertendo circa extremum basis punctum A, descendetque centrum gravitatis C per arcum CL infra horizontalem lineam C *n* positum.

100. Ex hoc pariter fluit, ad corporum stabilitatem non conferre eorum rectam, vel obliquam positionem, sed centri gravitatis, et lineae directionis situm. Nisi enim linea directionis extra basim excurrat, corpora, utcumque inclinentur, numquam labi vel decidere possunt. Turris ex. gr. ABED (Fig. 26), quamvis inclinata sit, ideo non corruit, quia linea directionis CF extra ipsius basim non excurrit, adeoque tota moles firmiter sustentatur: si vero paullulum adhuc inclinaretur, ut A *b e* D, tunc statim praeceps rueret, quia tunc eadem directionis linea extra basim caderet. Hinc est, quod turris Pisana, vulgo dicta *il Campanile di Pisa*, quae 138 pedum altitudinem habet, quamvis per 15 pedes in horizontem inclinetur, ab anno 1179, quo aedificata fuit, usque adhuc firmissime stat: pariter turris Bononiensis, vulgo dicta *la Garisenda*, 130 pedes alta, ab anno 1110 immota manet, etsi 9 pedibus in horizontem propendeat.

101. Sequitur etiam, globum immotum manere non posse, nisi in plano perfecte horizontali, ut *o m* (Fig. 27.); tunc enim solum linea directionis CD in basim, quae in solo contactus puncto sita est, cadit: si vero planum aliquantulum inclinetur, linea directionis extra basim excurrit, ut *c d*; ideoque decidat globus necesse est, circa suum centrum se volvendo.

102. Necessaria itaque conditio, ut aequilibrium stabile haberi possit, est ut linea directionis centri gravitatis intra basim corporis semper cadat, adeoque quo magis ampla erit basis, eo firmius stabit corpus. Plurimum etiam ad illud confert ejusdem centri positio. Quo magis centrum ad basim accedet, corpus firmius etiam stabit; et vice versa. In primo casu aequilibrium dicitur *stabile*, in secundo *instabile*. Hinc videmus, rhedas, currus, caeterasque alias machinas vehendis hominibus vel rebus destinatas hoc artificio fabrefieri, ut nempe in inferiori parte sint ponderosiora, et ibidem etiam onera collocentur: si enim haec in superiori parte ponerentur, rheda, vel currus sursum deorsum verteretur.

103. Quaedam sunt corpora, quae ob suam particularem formam, vi gravitatis ascendunt, quin descendant; id quod *paradoxi mechanici* speciem quamdam exhibet. Si plano inclinato AB (Fig. 28.), ex. gr., imposueris globum ligneum, cujus pars *m n* sit plumbea, versus A ascendet, quin versus B descendat. Quum enim gravitatis centrum *c* sit in parte plumbea *m n*, si globus volveretur versus B,

necesse foret ut gravitatis centrum ascenderet ; id quod est absurdum: necesse est igitur ut corpus moveatur versus A ascendendo, quia in hoc casu centrum gravitatis C reipsa descendit. Ita pariter in *duplici cono* evenit. Sit conus duplex A H R I (Fig. 29.), cujus centrum gravitatis C sit in communis basis medio: sint praeterea duo plana BL, DE ita inclinata, ut differentia inter maximam et minimam planorum altitudinem non excedat basis conicae radium ; eaque sint horizonti ad perpendiculum insistentia, quae ex BD versus EL sensim diducantur. Si duplicatus conus in partem accliviorem BD constituatur, miro spectaculo conspicietur statim in subliemiorem LE sponte ascendere. Ejus ascensionis ratio haec est. Centrum gravitatis, ubi duplicatus conus est in BD, altior assurgit, quia tota basis peripheria planis junctis prominet: ubi vero conus ascendere incipit, eadem basis peripheria intra diducta plana insinuatur, ut ideo centrum gravitatis C reipsa descendat, et descendere pergat donec duo coni vertices planis inclinatis insistant. In hoc situ centrum gravitatis in linea, quae vertices jungit, positum, ad infimum devenit locum, et ulterius descendere desinit ; eoque quiescente, duplex conus etiam quiescit.

104. Non solum autem quum corpora *sustentantur* vel fulcro vel plano innixo, aequilibrium, adeoque et stabilitas habetur, verum etiam quum eadem corpora ad punctum aliquod filo inflexibili *suspenduntur*. In hoc casu corpora tum quiescunt, quum linea directionis per punctum supensionis transit ; id est quum suspensionis punctum, et centrum gravitatis sunt in eadem linea perpendiculari: nam punctum illud, ad quod filum appenditur, eumdem producit effectum, quem produceret vis aequalis et e diametro opposita resultanti gravitatis, cujus directio perpendiculariter per illud punctum transit (90). Si autem gravitatis centrum A (Fig. 30), et suspensionis punctum in eadem perpendiculari directione non sint, corpus quiescere nequit, sed se volutando descendet per A E, quia suspensionis punctum, utpote gravitati non e diametro oppositum, omnem ejus effectum elidere non valet. Resolvatur namque A D gravitatis resultans in componentes A F filo oppositam, et AE eidem normalem; illa elidetur a resistentia puncti S, istaec vero erit caussa, cur corpus volutetur donec linea S A lineae S E perpendiculari apte jungatur ; in qua directione, elisa omni corporis gravitate, ut diximus, illud quiescet statim ac celeritas, quae a rotatione orta est, extinguetur.

105. Ex his principiis facilis methodus practica eruitur, qua corporis cujusque centrum gravitatis inveniri poterit. Si namque corpus EFDIH (Fig. 31.) ex qualibet sui parte, F,, ex gr., puncto A suspendatur, atque ex eodem A pendeat filum F G plumbo instructum, cujus ope signetur recta F G dum corpus quiescit,

haec recta erit resultans gravitatis secundum directionem F D H E. Deinde suspendatur ex alia quavis ejus parte, D, ex. gr., eoque quiescente, signetur pariter altera recta D G. Rectae D G, et F G uti jacent inflexibiles, productae intelligantur usque ad oppositam corporis partem, ita ut, duobus planis efformatis, corpus quadrifariam partiantur; punctum medium intersectionum horum planorum dabit gravitatis centrum. Est et alia methodus empyrica inveniendi gravitatis centrum. Super latus prismatis triangularis constituatur corpus A B C D (Fig. 32.), et ultro citroque moveatur, donec perfecte aequilibretur: notetur linea F G, in qua fit aequilibrium; mutetur deinde ejus situs, et aequilibretur in recta E *d*, quae primam F G secet in B; punctum intersectionis B dabit gravitatis centrum in plano E F G D. Eadem ratione inveniatur in plano opposito idem gravitatis centrum *b*; tum puncta B, *b* jungantur recta B *b*. In hujus rectae medio erit centrum gravitatis corporis ABCD.

106. Hae autem duo methodi quum sint simpliciter mechanicae, nonnisi quum quaeritur gravitatis centrum in corporibus tum figura tum densitate irregularibus adhibendae sunt. Quod si corpora fuerint regularia et homogenea; quum in hoc casu *centrum gravitatis* idem sit ac *centrum magnitudinis* vel *figurae;* quumque corporis homogenei bifaria partitio nihil aliud sit, nisi ejus divisio in duas aequales massas, quae inter se aequilibrantur; hac sola consideratione ducti Mechanici, centrum gravitatis in hac corporum specie inveniunt simplicioribus, elegantioribusque artificiis, quorum praecipua pernosse non pigeat (1).

107. Hinc si etiam lineis, et superficiebus, quas Geometrae ut gravitatis expertes considerant, gravitas tribuatur, *centrum gravitatis lineae rectae erit in ejus medio.* Liquet etiam, quod si linea recta bifariam dividat omnes sectiones parallelas cujuslibet figurae planae homogeneae, centra gravitatis harum omnium sectionum erunt in linea, in qua est centrum gravitatis ejusdem figurae. Quod si altera etiam adsit linea, quae pariter bifariam dividat aliam parallelarum seriem, etiam in hac posteriori linea erit centrum gravitatis figurae, adeoque *erit in communi harum duarum linearum intersectione. In circulo* igitur (Fig. 34.), quum diameter A G bifariam dividat omnes sectiones chordae M N parallelas, ipsique normales; diameter vero D *d* omnes alias sectiones chordae F *f* item parallelas, *centrum gravitatis erit in puncto intersectionis horum diametrorum*, nempe *in figurae ipsius centro*. Idem de *sphaera* dicendum. *In cy-*

(1) Hic autem notandum, in aliquibus etiam corporibus, quae *regularia* strictim dici non possunt, centrum gravitatis mathematice determinari. In triangulo scaleno ex. gr., in pyramide cujuslibet formae centrum gravitatis eodem modo invenitur, ac in triangulo aequilatero, et in tetraedro regulari.

lindro, cujus bases sunt inter se parallelae, *idem gravitatis centrum est in axis medio. In parallelogrammo* centrum gravitatis erit *in puncto, ubi duae ejus diagonales intersecantur*.

108. *Centrum gravitatis trianguli est in puncto*, ubi secantur tres rectae quae a cujusque anguli vertice ad medium latus oppositum ducuntur; *quod punctum distat $\frac{2}{3}$ ejusdem rectae a vertice, et $\frac{1}{3}$ a latere opposito.* Si enim in triangulo A C D (Fig. 33.) ab angulis A, et C ducantur rectae A B et C F ad media latera opposita, hae bifariam divident omnes rectas his lateribus parallelas, adeoque in puncto H intersectionis earum erit gravitatis centrum. Ducatur F E rectae A B parallela. Erit $FD : AD = ED : BD$. Sed $FD = \frac{1}{2}\ AD$; etiam ED igitur erit $= \frac{1}{2}\ BD$, et $BE = ED$. Atqui $BD = \frac{1}{2} CD$; ergo $ED = \frac{1}{4}\ CD$, adeoque $CE = \frac{3}{4}\ CD$. Sed $CF : CH = CE : CB$; igitur etiam $CF : CH = \frac{3}{4} CD : \frac{2}{4} CD = 3 : 2$; scilicet $CH = \frac{2}{3} CF$, et $HF = \frac{1}{3}\ CF$. Pari modo demonstratur B H esse $= \frac{1}{3}\ BA$, et $AH = \frac{2}{3} BA$.

109. *Centrum gravitatis polygoni cujusvis existit in puncto, in quo intersecantur lineae, quae conjungunt centra triangulorum*, in quae polygonus resolvi potest, ut videre est in Fig. 35. In *trapezio* pariter centrum gravitatis eodem modo invenitur. Distinguendum tamen inter centrum gravitatis superficiei hujus polygoni, vel trapezii, et centrum gravitatis perimetri ejusdem figurae.

110. Haud difficulter etiam centrum gravitatis *pyramidis* vel *coni* invenitur. Quum enim pyramis spectari possit tamquam efformata ex planis similibus sibi superpositis, quae proportionaliter decrescunt usque ad verticem; patet, horum omnium planorum centra gravitatis superponi invicem debere, adeoque lineam, quae a vertice ad centrum gravitatis basis ducitur, transire per gravitatis centra horum omnium planorum. Hoc centrum in *pyramide triangulari* quae *tetraedrum* vel *tetragonum* vocari solet, situm est *in illo ejusdem lineae puncto, quod a basi pro quarta parte altitudinis ipsius pyramidis distat*, adeoque *a vertice pro $\frac{3}{4}$ ejusdem altitudinis.* Ductis namque rectis A H, CF a verticibus A, et C pyramidis A B D C (fig. 36.) ad centra gravitatis H, F planorum oppositorum BCD, BAD, ducatur linea FH. Hic $EF = \frac{1}{3} AE$ (108), $EH = \frac{1}{3} EC$; unde $EF : EH := EA : EC$. Triangula itaque EFH, EAC similia sunt; idcirco $FE : AE = FH : AC$; hinc $FH = \frac{1}{3} AC$. Angulus F H E = angulo

A C E; hinc recta F H est parallela rectae A C. Etiam triangula F I H, A I C sunt similia; ideoque F H : A C = I H ; I A; hinc $IH = \frac{1}{3} AI$; $3 IH = AI$; $AH = (AI + IH) = 4 IH$. Igitur $IH = \frac{1}{4} AH$, et $AI = \frac{3}{4} AH$. Ex quo patet, inter corpora solida regularia hujusmodi pyramidis speciem, quum gravitatis centrum basi proximiorem habeat, majorem stabilitatem exhibere (1).

111. Si *pyramis* fuerit *polygona*, quum resolvi possit in pyramides triangulares, simili ratiocinio concludi poterit, *ejus gravitatis centrum reperiri in linea*, *quae centrum gravitatis basis cum vertice conjungit*, *in puncto a basi distante pro quarta parte ejusdem altitudinis*. Quodlibet polyedrum in pyramides resolvitur, ut polygonum in triangula. Eadem est itaque methodus ejus centrum gravitatis inveniendi. *Conus* tamquam pyramis spectari potest, cujus basis sit polygonum numero laterum infinito. *Ejus* itaque *gravitatis centrum pariter* in linea, quae verticem cum basis centro conjungit, *reperietur*, *in puncto item a basi pro quarta parte altitudinis distante*. Si vero agatur de lineis, superficiebus, vel solidis, quae in iis partibus resolvi non possunt, quorum gravitatis centra cognoscuntur, ad altioris indaginis methodos confugiendum est; id quod ad rem nostram non pertinet.

112. Denique commune gravitatis centrum in duobus corporibus A et B linea inflexibili EF (Fig. 37) conjunctis reperietur in puncto C ejusdem rectae, quod a corporibus distet in ratione massarum inversa. Commune enim gravitatis centrum nihil aliud est, nisi punctum, in quo aequilibrantur vires aequales et parallelae; hae autem non aequilibrantur, nisi momenta sint aequalia; momenta vero tunc dumtaxat aequalia sunt, quum massae sunt in inversa ratione celeritatum, quae a partibus lineae EC, CF hic repraesentantur (58). Hinc si homo virgam humero sustentet, ad cujus extremitates appensa sint duo inaequalia pondera, unum nempe 24 librarum, alterum vero librarum 8, ut aequalem sentiat pressionem, virgam concipiat in quatuor partes divisam, et humerum adplicet ad punctum C, quod a corpore 8 librarum per tres ejus virgae partes distat: tunc enim erit $3 \times 8 = 1 \times 24 = 24$. Haud absimili ratione definire poteris commune gravitatis centrum plurium corporum simul junctorum, ubi eorum pondera comperta habebis.

113. Ioannes Alphonsus Borelli in aureo Libro *de motu animalium* variis rationibus demonstrat, centrum gravitatis in homine bene disposito, recto et immobiliter stante, positum esse in inter-

(1) Intelligitur inde quid significet ille Dantis versus Parad. C. XVII. v. 23.
. . . . . *avvegna ch' io mi senta*
Ben tetragono *ai colpi di ventura*.

na corporis parte prope umbilicum; lineam vero directionis hujus centri transire inter nates et pubim, et inter pedes decidere, qui totius Machinae humanae basim constituunt. Hinc ratio et experientia docent, nos tunc firmiter consistere, quum utroque pede pavimento nitimur; tunc enim haec linea directionis intra basim cadit, quae magis magisque amplificatur ubi pedes diducimus. Si alterutrum pedem attollamus, linea directionis in alterum dumtaxat pedem incidit; in quo statu, quum facile possit basis tam angustae limites praetergredi, in jugi casus periculo versaremur, nisi totum corpus versus eam partem dexteram, vel sinistram flecteremus, in qua est pes, cui insistimus. Hoc sane artificio utimur quum ambulamus: lineam nempe directionis ab uno alternatim ad alterum pedem ducimus. Si namque pedem dexterum movemus, corpus ad sinistram flectimus, ut directionis linea super sinistrum pedem cadat: ubi vero hunc attollimus, et in dextero consistimus, lineam directionis in dexterum pedem detrahimus. Longo usu didicimus hoc gravitatis centrum in singulis corporis motibus ita dirigere, ut linea directionis extra basim non decidat; vel si decidere aliquando contingat, statim eam lineam in situm suum restituere conemur. Hinc, si qualibet ex caussa, turbato aequilibrio, dexteram versus nutemus, illico brachium sinistrum protendimus; si ex parte sinistra labi incipiamus, continuo brachium dexterum porrigimus; in utroque enim casu id efficimus, ut linea directionis, quae ex corporis inclinatione a sua basi recedebat, intra illam reducatur. Quum per loca declivia descendimus, corpus inclinamus retrorsum; quum vero acclivia loca ascendimus, corpus antrorsum flectimus, ut linea directionis tunc antrorsum, nunc retrorsum cadens, in suam basim restituatur. Quum sedemus, si surgere velimus, caput, truncum, et genua antrorsum flectamus necesse est, ut linea directionis, quae extra pedes cadebat, intra suam basim retrahatur. In senectute, quum incurvatur corpus, baculo sustentari illud oportet, ut basis amplietur baculum inter et pedes; nam ex illa incurvatione linea directionis extra pedes cadit. Item bajuli, qui sarcinas humeris gestant, caput et pectus inclinant, ne ab onere retrotrahantur. Mulieres praegnantes; nutrices, quae parvulum inter ulnas tenent; ventre obesi, ne centro gravitatis tracti antrorsum procumbant, truncum et caput retrorsum protendunt. Qui dextera pondus sustinent, sinistrorsum, qui sinistra, dextrorsum corpus inflectunt; qui capite demum, recta consistunt. In singulis his casibus omnes id agunt, ut semper linea directionis e basi non excidat.

114. Saltatores denique, et funambuli hoc eodem artificio centrum gravitatis, ejusque lineam directionis ita dirigunt, ut in mirificis illis saltationibus numquam, vel saltem rarissime, in casus pe-

riculo versentur. Utuntur enim hi posteriores longa virga, cujus utraque extremitas plumbo instructa est. Corpus eorum super funem ambulans, ob istius mobilitatem varie inflectitur, adeoque centrum gravitatis identidem ultra funem, qui basis vicem gerit, profertur. Tunc funambuli, sentientes sese in aliquam partem ex corporis gravitate abripi, ut casum effugiant, statim in oppositam partem virgam protendunt, sicque lineam directionis in basim, sive funem revocant, aequilibriumque restituunt. Innumera alia ejusmodi existunt, quae magna cum delectatione cognoscuntur; sed brevitatis caussa omittuntur.

ARTICULUS TERTIUS

DE MACHINARUM AEQUILIBRIO.

115. Exposita hactenus aequilibrii theoria, tempus est, ut principia evolvamus, quibus aequilibrium, et motus machinarum omnium innititur, quae utilitati ac commoditati generis humani mirum quantum inserviunt. Sunt autem *Machinae* instrumenta quaedam ad objectum firmum et immobile applicata, quorum ope obstacula, quae motum impediunt, superantur; quaeque ad motum producendum ita conducunt, ut is vel virium, vel temporis lucro et compendio efficiatur. Differt *Machina* a simplici *instrumento*; istud enim tantummodo inservit homini, a quo ad effectum producendum adhibetur, sed sine lucro temporis vel virium.

116. Machinarum doctrina tota in eo sita est, ut definiantur virium intensitates, quae ad effectum producendum in qualibet machina adhiberi debent. Ad id consequendum, Mechanici praefiniunt conditiones aequilibrii necessarias inter vires Machinis applicandas, et obstacula, quae superari debent. Aequilibrio enim constituto, habitaque insuper ratione *affrictus*, de quo inferius loquetur, si vel tantillum vis augeatur, illico obstaculum movebitur.

117. In qualibet igitur Machina tria consideranda sunt, nempe *vis motrix*, *obstaculum*, quod superari debet, et *punctum*, cui machina applicatur. *Vis motrix*, quae κατ' ἐξοχὴν dicitur *Potentia*, est vis machinae applicata, quae ad motum semper tendit, sive illum actu producat, sive tantum producere nitatur; in priori casu appellatur *potentia movens*, in posteriori vero *potentia sustentans*. *Obstaculum*, sive *resistentia* appellatur omne pondus, quod machina sustentat, aut movet, et semper motui producendo utcumque resistit. *Punctum*, cui machina applicatur, alio nomine *fulcrum*, vel *centrum motus*, est punctum, circa quod machina movetur, ubi potentia et resistentia simul agunt, quodque in casu aequilibrii tamquam vis earum resultanti opposita et aequalis spectari potest.

118. Potentiae, quae Machinis applicantur, totidem esse possunt, quot sunt vires, quae in corpora agere valent, ut alibi diximus (60). Ad quinque tamen genera easdem revocat cl. Borgnis in pereximio Tractatu *de la Composition des Machines*; potentiae enim vices fungi possunt vel vires hominum, ac animantium, et tunc machinarum partes ad motum recipiendum destinatae *organa zoodynamica* (1) appellantur; vel aquarum decurrentium impetus, et tunc *organa hydrodynamica* (2) vocantur; vel aeris motus, et tunc *organa pneumodynamica* (3) habentur; vel vaporis actio, et tunc *organa* dicuntur *thermodynamica* (4); denique omnium generum pondera, vis gravitatis, vel elasticitatis, et tunc organa *heterodynamica* (5) seu, *diversi generis* existunt. Harum omnium potentiarum efficaciam et intensitatem Physici, subductis rationibus, accurate definierunt; sed instituti ratio nos vetat ad speciales applicationes descendere. Ut de sola vi musculorum tum hominum, tum animalium, cujus frequentior est usus, pauca dicamus, sciendum est, vim musculorum tum hominum, tum animalium, quibus homo utitur in suis laboribus, uti sunt equus, mulus, asinus, bos, etc., distingui solere in *absolutam* et *permanentem*. In illa homo, vel animalis agens totam suam actionem edit brevi temporis intervallo; in ista opus suum perficit actione uniformi et continua per datum temporis spatium, quin ejus valetudini nullum obveniat detrimentum. Haec virium distinctio non differt ab ea, quam n. 59 assignavimus. Prioris effectus vocatur *momentum staticum*, posterioris vero *momentum dynamicum*. Vis animantium absoluta aestimari solet ope cujusdam instrumenti, quod *dinamometrum* (6) vocant, estque diversae speciei. Vulgo consistit in lamina quadam chalybea spirae formam exhibente, cujus inferior extremitas basi interiori cujusdam tubi metallici adhaeret, extremitas vero superior adnexa est cuidam virgae quadrilaterae variis lineis horizontaliter obsignatae, et in manubrium desinenti. Ex compressione vel tractione hujus manubrii, lamina contrahitur vel dilatatur, et virga movetur per foramen in superiore tubi parte existens. Ubi nulla exercetur actio, et tum lamina tum virga in suo statu naturali remanent, planum superioris partis tubi cum prima linea virgae convenit, ex qua divisionum scala incipit: hinc si lamina comprimatur pondere unius duorum, trium etc. chilogrammorum (7)

(1) A ζόον, animal, et δύναμις, potentia.

(2) Ab ὕδωρ, ος, aqua, et δύναμις.

(3) A πνεῦμα, τος, spiritus, ventus, et δύναμις.

(4) A θέρμος, ου, calor, et δύναμις.

(5) Ab ἕτερος, ου, diversus, et δύναμις etc.

(6) A δύναμις vis, potentia, et μετρον, mensura.

(7) Chilogrammus est ad pondus, quod vulgo Neapoli dicitur *un rotolo*, ut 890 : 1000.

sensim contrahitur, et virga in tubum eadem proportione descendit, ita ut divisiones 1, 2, 3, etc. exhibeat; si vero virga retrotrahatur ope ponderis duorum, trium etc. chilogrammorum, divisiones in illa existentes indicant quantitatem vis adhibitae ad virgae tractionem. Ex compressione itaque laminae obtinetur mensura virium *prementium*, ex tractione vero habetur mensura virium *trahentium*; ita ut si quis dimetiri cupiat suam vim in aliquo pondere e terra elevando, id obtinebit pedes aptando ad inferiorem dynamometri basim hinc inde protensam, et manibus manubrium trahendo; quot enim lineis virga e suo foramine digredietur, totidem chilogrammos e terra elevare ille potest. Si eamdem vim in aliquo corpore trahendo explorare quis cupiat, basim tubi adnectere debet dato objecto immobili, et manubrium horizontaliter trahere. Ubi vim animalis alicujus in trahendo explorare velit, animalis aptatur eidem manubrio ope funis.

Variis captis experimentis, exploratum est, mediam mensuram vis absolutae hominis in ponderibus attollendis esse aequalem chilogrammis 130, scilicet duplam ponderis proprii corporis; vim mulieris esse $\frac{2}{3}$ vis hominis, nempe aequalem 86 vel 87 chilog.; in ponderibus autem humero vehendis vim hominis absolutam esse aequalem chilog. 150; vim mulieris esse item $\frac{2}{3}$ vis hominis, nempe 100 chilog.: denique quum in ponderibus trahendis magis propri corporis pondus, quam vis muscularis sese exerat, statutum est momentum staticum hominis in ponderibus horizontaliter trahendis non excedere 60 chilog.; momentum staticum, seu vim absolutam equi in trahendo esse fere septuplam vis hominis, nempe 350 chilog.; vim bovis item in horizontaliter trahendo ab aliquibus aestimari duplam vis equi; vim asini denique aestimari duplam vis hominis. Id autem est observatu dignum, vim equi et bovis in ferendis ponderibus minorem esse, quam in iisdem trahendis; ita ut communiter statuatur vim equi in ponderibus vehendis esse quadruplam vis hominis. Accurate etiam notandum est, in singulis hominibus et animantibus vim absolutam in ponderibus attollendis esse valde diversam pro diversa tum musculorum structura, tum vivendi ratione, tum denique exercitatione et usu: in iisdem vero horizontaliter trahendis eamdem vim angustioribus limitibus circumscribi.

119. Pro determinanda quantitate vis adhibendae in actione *permanenti*, nempe pro statuendo momento dynamico tum hominis, tum reliquorum animantium, observatur quantitas ponderis vel transvecti, vel a terra elevati, simul cum spatio peragrato, et tempore ad illud peragrandum impenso. Spatium et tempus ad unitatem reduci solent, et communiter unitas spatii est *metrum*, seu

palmi neapolitani 3,78 ; temporis vero unitas est pars aliquota diei naturalis, puta horarum, vel minutorum ; ita ut momentum dynamicum designetur a *pondere transvecto vel elevato ad unius metri altitudinem intra unius minuti secundi intervallum.* Distinguendum est etiam inter *momentum dynamicum*, et *effectum utilem* vis permanentis animantium: *effectus utilis* enim est summa omnium momentorum dynamicorum, quae homo vel animal intra unius diei intervallum absque valetudinis detrimento repetere potest. Ds. Coulomb pro determinando tum momento dynamico, tum effectu utili laboris hominis varias instituit observationes ; idem fecerunt Dni. Schulze et Brunacci pro eodem momento et effectu utili in reliquis animantibus determinando. En quidquid certi, ex repetitis eorum observationibus, apud omnes Mechanicos hodie habetur. 1.° *Momentum dynamicum* equi-vaporis (del *cavallo-vapore*) communiter statuitur esse 80 chilog., quae ad altitudinem unius metri intra unius minuti secundi intervallum attolluntur, id quod vulgo dicitur 80 *chilogrammi-metri*. Momentum dynamicum simplicis equi est dimidium momenti equi-vaporis, nempe 40 chilog. metra; momentum dynamicum hominis est 6 chilog. metra, idest fere $\frac{1}{2}$ vis simplicis equi. — 2.° Ex experimentis innumeris constat equum non posse sine valetudinis detrimento suum laborem amplius quam per sex horas continuare; hominem vero usque ad decem horas laborem suum protrahere posse. Hinc *effectus utilis* laboris hominis obtinetur ducendo 6 chilog. per horas 10; effectus utilis equi obtinetur ducendo 40 chilog. per horas 6; quocirca effectus utilis laboris hominis est ad effectum utilem laboris equi ut $10 \times 7 : 40 \times 4 = 1:4$; nempe effectus utilis hominis est $\frac{1}{4}$ effectus utilis equi — 3.° denique illud est observatu dignum, machinas vapore motas laborem suum indesinenter continuare posse interdiu et noctu ; quare effectus utilis illarum relate ad effectum utilem laboris equi ingens esse potest, astractione tamen facta a sumptu materiarum, quae ad vaporem producendum insumi debent ; id quod machinarum vapore motarum praestantissimam utilitatem commendat (1).

120. Cujuscumque autem generis sint vires machinis applicatae, vel quocumque tandem modo applicentur, concipere semper possumus *potentiam* et *resistentiam* esse ad duorum ponderum instar ;

(1) Qui plura tum de his, tum de aliis *mechanicis agentibus* scire cupit, adeat omnes *Mechanicae industrialis* tractatores, inter quos indicabimus Poncelet *Traité de Mechanique industrielle*, Borgnis supra laudatus, Dupin *Mecanique des arts et metiers*, et Magnum repertorium Parisiis editum cui titulus *Dictionnaire tecnologique*, 22 voluminibus comprehensum, sive ejusdem compendium sex voluminibus inclusum, cujus versio Italica Venetiis edita passim prostat.

ponderum enim actiones quibuslibet mechanicorum agentium actionibus aequivalere possunt ; vis hominis ex. gr. libras 60 attollere valentis totidem librarum ponderi est aequivalens. Ex hoc liquet, tum *potentiae*, tum *resistentiae actionem* tamquam *productum ex massa et celeritate spectari etiam posse*. Quum itaque motus quantitates, seu momenta aequalia sint ubi massae fuerint in inversa ratione celeritatum, seu spatiorum (61) ; in Machinis vero celeritates tum potentiae, tum resistentiae a spatiis designantur, quibus a centro motus ambae distant, nam eodem tempore ambae circa illud moventur (93, 95) ; patet proinde, legem aequilibrii Machinarum primordialem non aliam esse posse, quam istam: *in Machinis aequilibrium habetur ubi potentia ac resistentia sint in inversa ratione distantiarum a centro motus.*

121. Hac lege omnes Machinae construuntur, eaque est etiam caussa cur omnibus Machinis id convenire diximus ut cum virium lucro habeatur temporis dispendium, vel cum temporis lucro in vi dispendium habeatur. Si enim Potentia vocetur P, ejusque virtualis celeritas C ; Resistentia R, ejusque virtualis celeritas c ; ex lege jam dicta, ut aequilibrium habeatur, momentum $P \times C$ aequale esse debet momento $R \times c$. Ex aequatione $P \times C = R \times c$ sequitur haec proportio $P : R = c : C$. His positis, si potentiae lucrum obtinere cupias, si nempe potentiam minuere velis; ut proportio maneat illaesa, requiritur ut etiam c, id est resistentiae celeritas minuatur ; imminuta autem hac celeritate, tempus augetur, ut resistentia ad datam altitudinem attollatur ; celeritas enim est in ratione temporis inversa (58.). Si vero temporis lucrum obtinere cupias, tunc necesse est ut resistentiae celeritas, seu c, augeatur ; sed tunc etiam P, nempe Potentia augeri debet, ut proportio non turbetur. Hinc axiomatis loco haberi poterit illud Mechanicae principium, *temporis* scilicet *lucrum semper cum potentiae damno esse conjunctum*, et viceversa.

122. Quid ergo, inquies, Machinae nobis praestant? Equidem, respondemus, machinae non id agunt ut potentiae vi eadem semper manente, ampliores producantur effectus ; sed opportunitatem nobis praebent eam applicandi ad suum producendum effectum modo aptiori. Praeterea singulas potentiae actiones cumulant, quae nisi machinae adessent, in singulis instantibus omnino deperderentur ; dum e contrario harum ope accumulatae, resistentiam vincunt. Homo, ex. gr., qui tot viribus instructus est, quot 25 ponderis libras ad altitudinem 5 pedum in minuto secundo attollere possit, numquam ad eamdem altitudinem, etiam majori tempore, pondus librarum 1000 attollet ; nam effectus, quem suis viribus producit, a resistentia ponderis majoris eliditur. Id autem, quod immediata virium applicatione obtinere non poterit, consequetur

ope alicujus Machinae, quae dictos effectus deperdi non sinit, sed eos repetit, et eousque cumulat, donec eorum summa adaequet effectum producendum, nempe elationem 1000 librarum ad 5 pedes altitudinis. Potentiae momentum quum sit $P \times C$ (121), in hoc casu $P = 25$, et $C = 5$; tempus vero est 1″ (119). Horum numerorum productum adaequare debet resistentiae momentum, quod exprimitur ab $R \times c$, nempe a $1000 \times c$. Habebitur itaque aequatio $P \times C = R \times c$, id est $25 \times 5 = 1000 \times c$; adeoque $c = \frac{25 \times 5}{1000} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$. Ex hoc liquet, potentiam, unius minuti secundi intervallo, resistentiam 1000 librarum attollere posse ad $\frac{1}{8}$ pedis partem; adeoque ut ad 5 pedum altitudinem eam attolleret, per 40 vices eamdem actionem repetere deberet; nam $\frac{1}{8} p : 5 p = 1 : 40$. Homo itaque 25 virium gradibus instructus, intra minuta 40 illum produceret effectum, quem produceret uno dumtaxat minuto, si 1000 virium gradibus praeditus esset.

123. His praemissis, conditiones aequilibrii in Machinis expendamus. Porro quamvis eadem aequilibrii lex omnibus et singulis machinis competat; variae tamen Machinarum species adnumerantur, pro varia resistentiae vel positione, vel natura. Quaedam ex iis sunt *simplices*, quaedam *compositae*. Simplices sunt, quae ex aliis non coalescunt, et septem numerantur, *Vectis* nempe, *Trochlea*, *Axis in peritrochio*, *Planum inclinatum*, *Cuneus*, *Cochlea*, et *Polygonus funicularis*, cujus theoriam Varignonius primus exposuit.

124. Hic autem praemonendum ducimus, in omnibus Machinarum effectibus aestimandis, nos cum omnibus Physicis abstrahere a quavis externa alia resistentia quae in aequilibrium influere possit, uti est illa, quae a Machinarum affrictu, a funium rigiditate, aut quacumque accidentali alia caussa derivari potest; quinimo vel ipsas machinas, quibus potentia et resistentia applicantur, tamquam omni pondere destitutas, seu ut quantitates geometrice extensas, ab initio considerare.

§ I. *De Vecte.*

125. *Vectis* (omnium machinarum simplicissima) geometrice, ut diximus, inspectus, est virga quaelibet recta vel curva, gravitatis expers, rigida et inflexibilis, quae corporibus attollendis vel sustinendis destinata, circa punctum aliquod moveri intelligitur, quod *centrum motus*, *fulcrum*, vel *hypomochium* (1) dicitur. Tria in eo

(1) Ab ὑπό, sub, et μόχλος, vectis.

sunt distinguenda ; *fulcrum* nempe, circa quod motus fieri concipitur; *vis agens*, quae *Potentia* nominatur; et *vis resistens*, seu *pondus*, quod *Resistentia* appellatur.

126. Pro triplici ratione, qua fulcrum cum *Potentia* et *Resistentia* componitur, triplex etiam vectis species exurgit. Si enim *potentia* et *resistentia* occupent vectis *extrema*, *fulcrum* vero locum aliquem *intermedium*, vectis dicitur *primae speciei*, graeco nomine *heterodromus* (1), sive in *partes diversas currens*. (Fig. 38.) Si vero in una vectis parte extrema positum sit *fulcrum*, in altera *potentia*, in loco vero intermedio *resistentia*, hic vectis *secundae speciei* vocatur (Fig. 39.) Si denique potentia medium teneat locum inter fulcrum et resistentiam, quae duo vectis extrema occupent, vectis *tertiae speciei* appellatur. (Fig. 40.). Uterque secundi ac tertii generis vectis *homodromus*, sive in *partes easdem currens*, dicitur (2).

127. Potentiae, ac resistentiae directiones designatur per lineam rectam, juxta quam illae vecti applicantur. Potentiae directio potest esse vel *verticalis*, ut P*m*, vel *obliqua*, ut P*n* (Fig. 41). Directio vero resistentiae recta R *r* designatur. Distantia tum potentiae, tum resistentiae a fulcro semper dimetitur linea perpendiculari directionibus earum. Quapropter si virium directiones fuerint verticales, ut P *p*, R *r*, distantiae erunt ipsius vectis partes, quae *vectis brachia* dicuntur; si vero obliquae fuerint directiones, ut $p\,p'$, et $r\,r'$ (Fig. 42.), distantiae designabuntur a perpendicularibus F*m*, F *n* a fulcro ductis in lineas mp', et nr', quae potentiae ac resistentiae directiones denotant, et *virium brachia* appellari possunt.

128. Aequilibrium itaque in qualibet vectis specie tum constituitur, quum potentia et resistentia in eodem plano agentes, aequalia rotationis momenta producunt (93). Quum enim potentia et resistentia id agant, ut vectis circa fulcrum rotare possit; nulla alia ratione aequilibrium obtineri potest, nisi potentia et resistentia sint inverse ut earum distantiae a fulcro (88). Quocirca si harum directiones sint verticales, aequilibrium habetur ubi $P \times Fp = R \times Fr$; id est ubi $P : R = F\,r : F\,p$; si vero directiones fuerint obliquae, tunc aequilibrium consurget ubi erit $P \times F\,m = R \times F\,n$, id est ubi $P : R = F\,n : F\,m$. In quolibet igitur casu aequilibrium aderit inter Potentiam et Resistentiam, ubi *hae fuerint inter se inverse ut earum distantiae a fulcro*.

129. Ex sola inspectione trianguli F *m p* rectanguli in *m* liquet, hypotenusam F*p* esse majorem catheto F*m*. Quapropter, quum F*p* directionem potentiae normaliter applicatae indicet, F *m* vero

(1) Ab ἕτερος, diversus, et δρέμω, curro.

(2) Ab ὁμοῦ, simul et δρέμω, curro.

ejusdem obliquam directionem designet; sequitur actionem potentiae normaliter insistentis esse omnium maximam. Hinc ut potentia vecti applicata maximum effectum producat, verticalem habeat directionem oportet.

130. Si vectis fuerit *incurvus*, ut A C B (Fig. 43.), eique applicatae sint tam normaliter, quam oblique potentia P, et resistentia R, ratio momentorum eadem erit, ac prius; potentia scilicet et resistentia erunt in aequilibrio si fuerit $P : R = CE : CD$, hoc est in ratione inversa brachiorum. Si vectis fuerit *angularis*, vel *inflexus* sub quocumque angulo, ut A C B (Fig. 44.), eadem proportio locum habebit.

131. Ex his principiis prono alveo fluit, 1.° pondera aequalia posse inter se in aequilibrio consistere tunc solum, quum eamdem a fulcro distantiam habeant; 2.° corpus vel minimum aequilibrari posse cum maximo, si tantum a fulcro removeatur, quantum altero est mole inferius; adeoque minimam potentiam vel maximam resistentiam attollere posse, si illa a fulcro ad maximam distantiam ducatur. Haud inanis itaque fuit illa Archimedis jactatio, quum ait: *Da ubi consistam, et coelum terramque movebo.* Id facile exequutioni mandare potuisset supra tale fulcrum vectem constituendo, cujus brachium ex parte potentiae ea fuisset longitudine, ut alio brachio, cui tellurem appendisset, tanto majus esset, quanto telluris pondus unius hominis vim superat. Quis autem ei vectem tam longum praebuisset? Propositio itaque Archimedis, quamvis *mathematice* vera, *physice* tamen inspecta, mera est hypothesis (1).

132. Diximus hactenus vectem tamquam lineam geometricam, id est ut gravitatis expertem considerari. Quum autem tales vectes in natura non existant, vectes quales in usu quotidiano occurrunt, nempe graves, inspiciamus. Sit itaque *vectis gravis* ACB (Fig. 45), cujus fulcrum sit C, potentia P, et resistentia R; tunc pondus G tamquam vis centro gravitatis Q hujus vectis applicata spectari debet, ejusque momentum $G \cdot QC$ ad potentiae momentum addi debet, vel ab eo demi, prout cum resistentia, vel cum potentia ad vectem movendum conspirat. Formula itaque generalis aequilibrii in quolibet vectis gravis specie haec erit $P \cdot AC - (R \cdot BC \pm G \cdot QC) = 0$

(1) Curiositatis gratia Musschembroechius quaerit quantus esse debuerit Archimedis vectis ad Tellurem movendam. En problematis solutionem ab ipso concinnatam. Si pes terrae cubicus sit ponderis librarum 100, terrae autem semidiameter sit pedum Parisiensium 19688725, in tota telluris soliditate pedes cubici 399,784,700,200,000,000,000,000 inveniuntur, qui ducti per 2 0, dabunt integrum terrae pondus librarum circiter 399,784,700,200,000,000,000,000,000; et haec erit resistentia. Ponamus hominis vim libras 200 attollere posse; potentia erit ut 200. Potentia itaque erit ad resistentiam ut 200 : 399,784,700,200 . . . etc., et in minimis terminis habebitur 200 : 399,784,700,200. . . = 1 : $\frac{1 \times 399{,}784{,}700{,}200 \ldots \text{etc.}}{200}$; id est ut 1:199,892,350,000,000,000,000,000. Nugae!! — Essais de Phys. C. 8. §. 280.

Haec formula, inquam, generalis est; nam ad vectem etiam secundae et tertiae speciei extenditur, in quibus adhibetur semper signum + ; in vecte primae speciei vero, signum + adhibetur solummodo ubi Q est inter C et B; adhibetur signum — ubi Q est inter C et A. Quod si Q cum C coincidat, vectis pondus nullo modo aequilibrium deturbare potest; quum enim in hoc casu sit Q C =0, etiam G. Q C aequalis erit 0, adeoque vectis ut gravitatis expers considerari potest; et si P = R fuerint in aequilibrio, aequalem ab hypomoclio servabunt distantiam.

133. In vecte secundae speciei (Fig. 46.) est P. A C = R. B C + G. Q C. Hinc quum A C > B C, vis ad aequilibrium necessaria, seu Potentia, numquam major Resistentia esse potest: vectis autem gravitas semper in Potentiae damnum vergit. Ex quo liquet, quod etsi potentiae momentum ex aucta vectis longitudine augeatur, gravitas tamen ejusdem vectis illud minuit: hinc vectis vel nimis longus, vel nimis brevis semper potentiae contrarius est.

134. In vecte tertiae speciei (Fig. 47.) quum sit P. A C = R. B C + G. Q C, et semper A C < B C, potentia semper major resistentia esse debet, ac proinde hic vectis numquam potentiae favet. Porro lucrum, quod in hac machina habetur potest esse dumtaxat lucrum temporis; si enim Potentia P fuerit satis magna, ea parvo in tempore ingentem resistentiae communicare potest celeritatem, motu facto. Hinc est, ut veteres hoc vectis genere usi fuerint in balistis et catapultis, quibus lapides et saxa in hostes jaciebant, vel civitatum inimicarum moenia expugnabant. Hoc eodem utimur et nos hodie in forcipibus ad prehendendos carbones destinatis; in iis, quibus oves tondentur; et in omnibus aliis usibus, in quibus parva resistentia est superanda, et vires abunde suppetunt. Eodem denique vecte naturam uti in adhibendis musculis ad movendos artus in machina humana, omniumque animantium, eleganter ostendit Borellus nostras in eximio Libro supralaudato *De motu animalium*, quem videsis, si volupe est.

135. Ad vectem secundae speciei referuntur remi, quibus remiges naviculas promovent; in his enim aqua est fulcrum, obstaculum est ipsa navicula remis colligata, et potentia est manus remorum extremitatibus applicata. Ad hanc eamdem vectis speciem referuntur navium mali, januae suis cardinibus versatiles, cultri pistorii, animalium maxillae, etc.

136. Innumerae autem sunt machinae, quae ad primam vectis speciem revocantur. Forfices non sunt nisi duo primae speciei vectes, qui circa axiculum tamquam circa fulcrum moventur a potentia crurum extremitatibus applicata, ut interceptum corpus, quod resistentiae vices fungitur, discindatur. Idem de forcipibus dicendum. Malleus, dum bifida ejus parte clavi muro infixi avel-

luntur, est etiam vectis angularis, seu inflexus primae speciei; in quo resistentia est cohaesio clavis cum pariete, caput mallei vices fulcri gerit, potentia est manus hominis manubrio applicata, quod longissimum esse praestat. Inter alia autem omnia praecipuum locum obtinent *libra*, seu *bilanx*, et *statera*, de quibus nunc pauca dicenda sunt.

137. *Libra* (Fig. 48.) est vectis primae speciei bifariam divisus, cujus extremitatibus *binae lances* excipiendis corporibus destinatae appenduntur, unde etiam *Bi-lanx* dicitur. Vectis ipse B A C dicitur librae *jugum* vel *scapus* (il fusto), quod in duo brachia prorsus aequalia A B, A C, dividitur; medium bisectionis punctum *d* *axis* vocatur. Axi normaliter adferruminatur exilis hasta *d l*, quae *examen* vel *lingula* (l'ago, o la linguetta) dicitur. Jugum, ut libra rotare possit, suspenditur duabus laminis *c e f* hinc inde lingulae respondentibus, quae *trutina* vel *ansa* (la staffa) nominantur. In jugi extremitatibus, ex aequalibus catenulis vel funiculis appenduntur lances D E, F G aequalis etiam ponderis. Punctum suspensionis librae est fulcrum, pondera vero duabus lancibus imposita locum tenent unum potentiae, alterum vero resistentiae. Hic itaque aequilibrium habetur quum $P.\ AB = R.\ AC$. Atqui $A\ B = A\ C$; ergo etiam $P = R$ esse debet: id est aequilibrium habetur ubi duo pondera sint aequalia.

138. Ut accurata sit libra, sequentes requiruntur conditiones. Oportet 1.° ut ejus brachia sint utrimque ejusdem longitudinis, ejusdemque ponderis; si enim unum sit altero longius vel ponderosius, tunc duo pondera, quamvis inaequalia, stare poterunt in aequilibrio; quia pondus vel longiori, vel ponderosiori brachio appensum, majus momentum acquirit, adeoque majus apparet, quam reipsa est; 2.° ut centrum gravitatis scapi sit in linea verticali, quae per fulcrum transit; ipsumque gravitatis centrum, ut *aequilibrium stabile* haberi possit, subter fulcrum incidat, et in minima sit ab ipso distantia, ut libra admodum sensibilis esse possit; esset enim *stulta* (pazza), id est *aequilibrium instabile* produceret, si centrum gravitatis supra scapi fulcrum constitueretur; esset autem *indifferens*, vel *surda* (sorda), si haec duo puncta coinciderent, vel si motus vectis circa suum fulcrum ab aliqua asperitate impediretur. 3.° Brachia longiora et minus ponderosa praestantiora sunt; nam quo sunt longiora, eo celerius moventur pondera utrimque suspensa, adeoque sensibilior est libra: 4.° bilanx numquam ultra firmitatem suam onerari debet, ne brachia incurventur; tunc enim axis, adeoque centrum motus ascendit, et libra fit ad motum segnior: 5.° scapus in medio debet esse fortissimus, quia in eo resultans momentorum utriusque ponderis eorum summae aequalis applicata concipitur; 6.° in ipsius scapi medio, ne lingula fraudem

inducat, brachii inclinati pondus augendo, ex parte inferiori huic contrapondium addi debet: 7.° denique axis debet esse maxime mobilis, et ad prismatis triangularis (*a coltello*) formam, ut affrictio vitetur; lingula tenuis, sed lata, praestat rotundae; et lances melius suspenduntur ex catenulis metallicis, quam filis, in quae humiditas aeris inaequaliter agere potest.

139. Sed *in libra etiam dolosa verum* invenire licet *pondus*, dummodo illa cum solis et vacuis lancibus elevata, scapum teneat horizontalem. Veteres Physici variis modis verum pondus deprehendebant (1). Recentiores vero adhibent *methodum duplicis ponderis* (metodo del doppio peso), quam illustris I. C. Borda invenit; cujus ope verum corporis pondus obtineri potest etiam si librae brachia sint inaequalis longitudinis. Id obtinetur aequilibrando corpus, quod ponderare volumus, cum aequipondio quolibet, ex. gr. plumbi frustulis, sabulo, etc.; deinde in locum corporis substituendo pondus exactum, et probe cognitum, quod denuo cum illo aequilibretur; hoc pondus verum corporis pondus exprimet. Vocando enim a et b duo librae brachia, x corpus ponderandum, p aequipondium, et p' pondus cognitum quod secundo loco lanci imponitur, erit ex una parte $ap = bx$, ex altera vero $ap = bp'$; unde eruitur $bx = bp'$, et inde $x = p'$.

140. Mechanici quamplurimi hisce nostris temporibus bilancem exactam ad miraculum usque reddiderunt. D. Seguier in Relatione Academiae scientiarum Parisiensi reddita die 9 Januarii 1837, edidit, quemdam D. Ernest bilancem construxisse, in cujus singulis lancibus positis 500 *grammis*, aequilibrium ex sola additione unius *milligrammi* deturbaretur. Quid perfectius desiderari potest?

141. Unicum incommodum, quod adhuc librae superest, in eo consistit, ut magnum ponderum numerum in promptu habere oporteat si corpora diversae gravitatis explorare velimus. Inter varios modos, quibus huic occurritur incommodo, illud optimum nobis videtur, quo pondera parantur in progressione tripla; hac enim

(1) En quomodo hoc pondus veteres eruebant. Corpus x, quod ponderare volebant, lanci D E (Fig. 48.) ex. gr., imponebant, ut cum pondere cognito a aequiponderaret; deinde corpus x in alteram lancem F G transferebant, usque dum in aequilibrium reduceretur cum altero pondere cognito b in D E existente: ducebant in se invicem haec pondera, et ex producto radicem quadratam extrahebat; haec radix verum corporis pondus exhibebat. Ex. gr. si pondus corporis in E D erat librarum 8, in F G librarum 9; ducto 8 in 9, et extracta ex producto 72 radice quadrata, haec verum corporis pondus indicabat. Nam A B : A C $= a : x$ in D E positum. Facta corporis x translatione in F G, est A B : A C $= x : b$. Ex bis duabus aequalibus proportionibus eruitur tertia $a : x : x : b$; ac proinde $x^2 = ab$, et $x = \sqrt{ab}$; *pondus nempe corporis est aequale radici quadratae producti duorum ponderum, cum quibus illud aequilibratum fuit in alterna ipsius translatione super utramque lancem.*

ratione quatuor pondera alia 40 exaequare possunt. Si namque habeamus pondera 1, 3, 9, 27 librarum, omnia intermedia ab 1, ad 40 libras usque examinare possumus; ex gr. 3 — 1 pro 2; 3 + 1 pro 4; 9 — 3 — 1 pro 5, 9 — 3 pro 6, 9 + 1 — 3 pro 7, etc.; id unum animadvertentes, ut pondera, quae signo negativo adficiuntur, alteri lanci, in quo corpus examinandum continetur, apponantur.

142. At multo majus compendium, quo unico pondere omnia alia, quae in usum veniunt, ponderare possumus, nobis praebet illa, quae vulgo dicitur *Statera Romana* (Fig. 49.), quia Romani olim ea utebantur. Iisdem fere constat partibus, ac libra, *jugo* scilicet, vel *scapo* A C, qui in duo inaequalia brachia A B, B C dividitur; *ansa* vel trutina *cef*, cum lingula *fm* ad scapum perpendiculari; *lance* EF, cui merces imponuntur, vel *unco* B, cui merces amplioris voluminis suspendi possint; demum *pondere mobili* O P a Vitruvio *Sacoma*, vulgo *Romano* dicto, quod annuli cujusdam ope per longiorem scapi partem excurrens, aequilibrari possit cum ponderibus notis lanci vel unco in breviori scapi parte appensis.

143. In hac Statera pondus mobile P O vices gerit potentiae, et merx vice resistentiae fungitur. Punctum divisionis 0 determinatur aequilibrando pondus mobile P cum breviori brachio B C majoris massae, uncis, vel lance instructo. Divisio brachii longioris geometrice quidem fieri potest, sed commodius instituitur *empirice*, pondus scilicet jam notum unco vel lanci appendendo, et aequipondium a divisionis 0 removendo donec cum noto pondere aequilibrium observet. Partes multiplices, et partes minores distantiae interpositae intra *zerum*, et hoc primum divisionis punctum, iisdem partibus multiplicibus vel minoribus ponderis appensi respondent. Hujus constructionis ratio patet ex generali aequilibrii lege. Statera enim nihil aliud est, nisi vectis primae speciei inaequaliter divisus, in quo resistentia et pondus tunc ad aequilibrium se componunt, quum sunt inter se in ratione inversa distantiarum a fulcro (128).

144. Diversimode Staterae nunc construuntur, quae quia omnibus notissimae sunt, ab iis describendis abstinemus. Inter omnes praestat Statera Domini *Paul*, ponderum ac mensurarum Genevae Inspectoris, de qua videsis *Philosophical Magazine* tomo 3.°. Id commodi habent Staterae, ut earum axis duplici pondere non oneretur quemadmodum in libra, sed unico adhibito exiguo *sacomate* pondus vel maximum explorari possit. Verum, quia multifariam dolosae esse possunt, quam fraudem prompte detegere non valemus, ad usus civiles non essent admittendae, vel saltem nonnisi a moratis et religiosis hominibus adhibendae.

145. Denique *Statera Danica* (Fig. 50.), ita dicta quia a Danis

adhibetur, est etiam vectis primae speciei, qui in una sui parte extrema pondus notae magnitudinis B adferruminatum habet, in altera parte unco C instructa est, cui merces appenduntur, et unco A mobili, qui per vectem excurrens, fulcri vice fungi potest. Scapi divisiones incipiunt a centro gravitatis unius vectis (id est cujus extremis partibus nondum admoti sint uncus C et pondus B), et in harmonica proportione progrediuntur. Habet proinde istud incommodum et haec Statera, ut divisionis puncta sint inter se vicinissima versus extremam partem C, et prope indiscernibilia.

§ II. *De Trochlea.*

146. *Trochlea* (Fig. 51.) est cylindrus exiguae altitudinis circa suum axem volubilis, cujus curva superficies ita est excavata, ut funem, quo pondus aliquod sustollitur, suscipiat. Dicitur *fixa* quum puncto cuidam immobili, veluti fulcro, ejus axis innititur; *mobilis* vero, ubi simul cum potentia vel cum resistentia evehitur. Tunc autem non solum circa axem volvitur, sed etiam motum translationis habet. *Trochlea fixa ad vectem primae speciei* revocatur. Ducta enim diametro A B, patet, axem C fulcrum esse, radios AC et C B vectis brachia, quibus potentia et resistentia applicantur, quae brachia quum sint aequalia, etiam onera ipsis applicata aequalia esse debent.

147. Hinc perspicitur, hanc Machinam potentiae velocitatem non augere. In trochleis, quibus utimur ad aquam e puteis hauriendam, quotidie nobis observandum occurrit, potentiam tantum spatium percurrere descendendo, quantum ascendendo pondus decurrit. Cave tamen credas eamdem machinam nullius esse utilitatis: nam valde adjuvat *potentiam, cui commodiorem praebet situm.* Ubi enim sine trochlea corpus aliquod attollere nitimur, musculorum vis non solum resistentiae pondus, sed et proprii nostri corporis pondus sustinere debet. Trochlea autem adhibita, a corporis nostri gravitate adjuvamur, multoque facilius brachia deprimimus juxta naturalem eorum positionem, quam eadem attollendo. Praeterea *hujus ope imminuitur affrictus*; multa enim majori facilitate funis trahitur supra trochleam, quam supra clavum, vel aliud quodlibet funis sustentaculum.

148. Ut potentia adjuvari possit, *Trochlea mobili* (Fig. 52.) utendum est, in qua funis ipsam ambiens clavo suspenditur ex parte DE, et ex altera parte BA sursum trahitur a potentia P; axi autem appenditur pondus R. Hujus generis Trochlea est *vectis secundae speciei*; fulcrum enim in hoc casu est punctum immobile et fixum E, quod puncto D applicatum concipitur; Resistentia R ab hoc distat per radium C D; Potentia ab eodem distat per diametrum B D.

Erit itaque P : R = C D : B D = 1 : 2. In hac Trochlea igitur habebitur aequilibrium, si potentia fuerit ad resistentiam ut 1 : 2, id est *si potentiae pondus fuerit ponderis resistentiae dimidium*. Hinc ut resistentia attollatur, ex. gr. per unum pedem, potentia elevari debet per duos pedes; patet enim eodem tempore quo centrum trochleae attollitur, utramque funis partem tantumdem spatii excurrere.

149. Quod si funis directiones non fuerint parallelae, sed divergentes, ut C E et A P (Fig. 53.), ducantur a centro O radii O A, O C ad puncta A et C, in quibus funes a trochlea separantur, eaque puncta uniantur chorda A C, quae bifariam dividitur ab O *m*. Denique a puncto C ducatur CD perpendicularis in directionem lineae P R; haec perpendicularis distantiam potentiae a centro momentorum indigitabit. Ut habeatur aequilibrium, debet esse P × CD = R × C B (93); id est P : R = C B : CD; vel P : R = C O : C A ob triangula similia O B C, D C A, in quibus CB : C D = CO : CA. In *Trochlea* igitur *mobili*, in quocumque casu, *aequilibrium habetur quum potentia se habet ad resistentiam ut radius trochleae est ad chordam ductam per puncta, in quibus funis ab illa separatur*. Animadvertendum est etiam, ut aequilibrium verum ac legitimum erui possit, *trochleae pondus*, tamquam *resistentiae partem* semper in considerationem venire debere.

§ III. *De axe in peritrochio.*

150. *Axis in peritrochio* (italice *asse nella ruota*, *burbera*, etc.) est cylindrus AB rotae D ita conjunctus, ut unum quid cum ipsa efficiens, circa eumdem axem ambo moveantur (Fig. 54.). Constat *puncto fixo* in ipsomet cilindri axe sito; rota, vel tympano, *peritrochio* dicto (1), cui infiguntur radii ad libitum, qui *Scytalae* appellantur; his radiis applicatur potentia, quae peritrochium cum axe vertit. Circa axem circumvolvitur funis, cui adnectitur pondus R. Ut plurimum omittitur peritrochium, et ejus loco adhibentur scytalae longiores axi vel cylindro infixae; effectus vero semper est idem. Axis autem constitui potest vel horizonti parallelus, idque fit quum pondus aliquod est attollendum; vel horizonti perpendicularis, id quod evenit quum pondera sunt trahenda, et tunc *Ergata* vocatur, italice *Argano*.

151. Patet itaque, axem in peritrochio esse vectem perpetuum primae speciei; si enim A B D repraesentet tympani et axis sectionem transversam, atque per centrum C ducatur horizontalis A E, directio ponderis R distat a centro motus C quantitate CA; dire-

(1) A περιτρέχω, circumcurro.

ctio potentiae P distat quantitate C E; itaque P: R=C A: C E; idest *potentia est ad resistentiam ut radius axis est ad radium orbis ab extremitate scytalae descripti.*

152. Si potentiae directio fuerit obliqua, ut E O, demissa ex centro C normali C I, haec indicabit distantiam potentiae ab ipso centro motus. Aequilibrium in hoc casu habetur si fuerit P : R = C A : C I, idest *ut radius axis ad normalem ductam a centro motus ad potentiae directionem.* In hac Machina igitur, potentia, quae esset = 2, ad sustollendum pondus librarum 20 valeret, si scytala, cui applicatur, fuerit axis diametro decies longior. Ut autem potentia meliori ac faciliori modo agat, curandum est, ut *scytalae longiores* constituantur, et *axis minimam* habeat *crassitiem*, quantam tamen ad pondus sustinendum sufficiat. Proportio illarum ad hunc ut plurimum est ut 10: 1; si enim vel longiores fuerint scytalae, vel minus crassus axis, tunc potentiae lucrum cum ingenti temporis damno esset conjunctum. Funis praeterea, qui axi circumvolvitur, debet esse flexilis et tenuis, ne multum virium absumatur in flectenda ejus rigiditate; deinde ne gliscat super axem, aut super se convolvatur, ex quo consequeretur ut onus attollendum recideret. His occurritur incommodis, apponendo ad funis extremum, cui potentia applicatur, pondus aliquod, quod e summo deorsum descendat, dum resistentia ex imo sursum ascendit.

153. Peritrochium, in aliquibus Machinis, in quibus occurrit, aliquando est cylindrus cavus, qui proprie *tympanum* (tamburo) dicitur, cui motum communicant homines, vel animalia, quae per gradus in parte ejus interiori positos ascendere nituntur, ut videre est in Fig. 55. Ratio ejus costructionis eadem est.

154. Ad *Axem in peritrochio* revocantur molendinorum rotae, in quarum circumferentia aptantur pinnae, seu palmulae, in quas aqua decurrens irruit, et motum gignit. Terebra (*la trivella*) est etiam axis in peritrochio; nam ejus axis est ipsa terebra, cujus acumen in lignum, vel in aliud corpus penetrat; rota vero, seu peritrochium constituitur a manubrio, quod hominis manus circumvertit, cujusque diameter est ipsius manubrii longitudo; obstaculum denique est ipsum corpus perforandum, quod veluti moveri debet.

§ IV. *De plano inclinato.*

155. Corpus a pluribus impulsum viribus, ubi plano innitatur, idque in variis punctis tangat, ut in *aequilibrio stabili* esse possit, ita se habere debet, ut omnes hae vires ad unam reduci possint, plano perpendicularem, cujus directio intra polygonum a punctis contactus efformatum decidat (98). Ubi uno tantum puncto planum tangat, pressio, quam vires exercent, aequalis est earum resultan-

ti. Si duobus in punctis illud tangat, resultans, quae necessario cadit in lineam rectam haec duo puncto jungentem, resolvitur in duas vires parallelas his duobus punctis applicatas, quae singulas earum pressiones exprimunt (88). Si generaliter loquendo, punctorum numerus duo vel tria excedit, pura Staticae principia ad definiendam pressionis quantitatem in quolibet puncto factam prorsus non sufficiunt. Ds. d'Alembert, Bossut, alique Geometrae edixerunt, pressiones corporum esse mathematice *indeterminatas*; Eulerus, Lambert, et permulti alii magni nominis Mathematici ire in hanc sententiam noluerunt; denique Ds. Augustinus Cournot, hujus problematis solutionem dedit innixus novis quibusdam principiis, quae ad *Dynamicam latentem*, sive ad scientiam de virium effectibus retulit. Haec quaestio fuse pertractatur in Gallico libro, cui titulus *Bulletin des Sciences Mathematiques an.* 1827. n°. 5. et 76., et an. 1828. n. 5°. e 6°.

156. Quidquid vero hac de re sentiant Mathematici, nos corpora hic considerabimus ut planum in unico puncto tangentia; et aequilibrii leges inter potentiam et resistentiam in hac Machina statuemus, abstractione facta ab affrictu, et a pressionibus in pluribus punctis, quae in his legibus varietatem inducunt. Ubi planum, de quo loquimur, non fuerit perpendiculare directioni gravitatis, sed cum linea horizontali angulum acutum efficiat; corpus vero illud tangens retineatur ab unica vi, quae cum ipsius pondere aequilibretur, tunc *planum* dicitur *inclinatum*, cujus *altitudo* est recta verticalis A C, *longitudo* recta A B, *basis* denique recta C B (Fig. 56.).

157. Quacumque directione potentia resistentiam trahat, hae duae vires erunt in aequilibrio, ubi fuerint inter sese *ut sinus angulorum, quos illae efficiunt cum normali ad planum inclinatum*. Si igitur potentiae directio *plani longitudini fuerit parallela*, aequilibrium constituitur ubi potentia sit ad resistentiam ut *plani altitudo ad ejus longitudinem*; si vero directio fuerit *horizonti parallela*, habebitur aequilibrium ubi potentia sit ad resistentiam ut *altitudo plani ad ejus basim*. Si enim ab E centro gravitatis corporis *mo* demittantur E R normalis plano A B, et E Q superficiei terrestri perpendicularis, quae gravitatis directionem designat; quum corpus *mo* a potentia P in plano A B sustineatur, linea vero E P et E Q directiones tum potentiae, tum ponderis designent, normalis E R concipi poterit tamquam tertia vis duarum E P et E Q resultans, ac in eodem plano posita. Erit proinde, ut aequilibrium haberi possit, P : Q $=$ sin REQ : sin PER (80.); atqui sinus REQ $=$ sin ABC $= \frac{AC}{AB}$;

ergo P : Q $= \frac{AC}{AB}$: sin PER; vel P : Q $=$ A C : AB. sin PER (*);

adeoque $P = \frac{Q.\ AC}{AB.\ \sin\ PER}$.

158. Patet itaque, posita semper eadem plani inclinatione, ad sustinendum idem corpus eo minorem vim necessariam esse, quo major sit sinus P E R ; hinc vis minima tunc adhibenda erit, cum potentiae directio fuerit plani directioni parallela, id est quum angulus P E R = 90°; tunc enim sinus P E R=1, id est radio. Si igitur in supradicta proportione (*) ponamus pro sin P E R ejus valorem = 1, erit P: Q = A C: A B, nempe potentia ad onus, seu resistentiam, ut *plani altitudo ad ejus longitudinem*.

159. Si potentiae directio basi parallela evaderet, tunc angulus P′ E R aequalis esset angulo C A B, ob triangula similia E A R, et C A B; hinc sinus P′ E R = sin C A B = $\frac{CB}{AB}$: quocirca in proportione (*) substituendo $\frac{CB}{AB}$ pro sin P′E R, erit P: Q=A C:AB· $\frac{CB}{AB}$ = A C: CB, scilicet potentia ad resistentiam ut *plani altitudo ad ejus basim*.

160. Hic advertas, volumus, pondus illud superstes, quo corpus plano inclinato impositum descendere nititur, vocari *gravitatem relativam*; integrum pondus *gravitatem absolutam*. Ex dictis etiam patet, duplici modo in plano inclinato potentiam posse adjuvari, scilicet vel augendo plani longitudinem, eadem altitudine manente; vel plani altitudinem minuendo, eadem longitudine retenta.

161. Qui planum inclinatum ad vectem revocari volunt, illud ad primam vectis speciem referunt. Quum enim, inquiunt, potentia in directionem P E agat; pondus, seu resistentia in directionem verticalis E Q; fulcrum vero considerari possit in pucto R, quo resistentia plano innititur; si ab hoc puncto perpendiculares R E et RF in virium directiones E P, et E Q ducantur, planum inclinatum tamquam vectis incurvus primae speciei considerari potest, in quo aequilibrium constituitur ubi potentia fuerit ad resistentiam ut duo vectis brachia R F et R E, id est ut C A : A B, ob triangula similia R E F, C B A. Ubi vero potentia P′ in directionem P′ D basis plano parallelam ageret, tunc perpendiculares in virium directiones erunt R G, et R F = GE; ideoque erit pariter P : R = G E: G R, vel ut A C: C B, ob triangula pariter similia E G R, et A B C.

§ V. *De Cuneo.*

162. *Cuneus* est prisma triangulare, et solidum, cujus duae superficies in se invicem inclinatae intra durum aliquod corpus adiguntur, ut illius partes laterales premant, easque scindant vel di–

vidant. Figura 57. ejus transversam sectionem exhibet. Angulum diedrum O, quo cuneus intra corpus scindendum se se insinuat, *aciem* cunei vocant: parallelogramma adjacentia, quae angulum illum componunt, sunt cunei *latera*; parallelogrammum M N, quod latera conjungit, dicitur cunei *dorsum* vel *basis*. Huic semper potentia normaliter applicatur, vel premens tantum, vel etiam ut plurimum percutiens; hic autem illius priorem applicationem dumtaxat consideramus.

163. Partes corporis, quod cuneo dividi debet, pro varia ipsarum cohaerentia variam etiam resistentiam opponunt; eaque est caussa, cur hucusque intensitas potentiae cuneo applicandae strictim definiri nequeat, et aequilibrii conditiones in hac Machina diversimode statuantur. Inter varias methodos, ad quas Mechanici confugiunt, nobis arridet illa, quae cuneum respicit tamquam planum inclinatum, in quo corpus a duabus viribus urgetur. Ponamus enim potentiae directionem esse, ut diximus, cunei dorso perpendicularem, ut A P. A puncto A hujus directionis ducantur AB, AC lateribus M O, ON perpendiculares; sumatur AD, quae potentiae directionem et intensitatem exhibeat, et compleatur parallelogrammum A B D C. Patet, potentiam P resolutam esse in duas AC, A B, quae pressiones in resistentiam exhibent; adeoque erit P: Q: R $=$ AD: AB: AC, vel BD; id est ut latera trianguli ABD (80), quod quum sit simile triangulo MNO cunei sectionem exhibenti, erit P: Q: R $=$ M N: M O : N O, scilicet ubi potentia a cunei basi exhibeatur, *vires* in quibus resolvitur, et quae in latera perpendiculariter agunt, *ab his ipsis lateribus repraesentantur*. Ex quo patet, cuneum eo magis potentiae vim adjuvare, quo est acutior, id est, quo, manente eadem longitudine, ejus basis minor sit.

164. Ad cuneum revocantur omnia instrumenta, quibus ad scindenda corpora utimur, uti sunt cultri, gladii, asciae, secures, novaculae, forfices, viricula denique, et scalpra omnia, quibus utuntur fabri lignarii, lapicidae, caelatores etc. Hinc quo magis ipsorum latera inclinantur, et acies est acutior, eo minor vis requiritur in potentia ut partium dividendarum cohaesionem vincat. Ex hoc principio item derivatur efficacia plurimorum venenorum acrium et corrodentium, quae cuneorum ad instar agunt, uti sunt *mercurius sublimatus*, *arsenicum*, *vitrum contusum* etc. Patet etiam, animalium dentes, qui *incisores* dicuntur, ungues, avium rostra, quum cuneorum vices fungantur, acutiora et longiora ut plurimum esse.

§ VI. *De Cochlea.*

165. *Cochlea* (la vite) est cylindrus rectus variis spiris solidis et prominentibus convolutus, qui in foramen cylindricum spiris con-

cavis similiter sulcatum immittitur, ita ut spirae convexae unius cum spiris concavis alterius cylindri optime congruant, et per easdem circumductae facile excurrant (Fig. 58). Cylindrum, cui spirae convexae convolvuntur, *masculeum* (il maschio) vocant Mechanici; foramen, in quo spirae concavae sulcatae insunt, *foemineam* (la femmina) vocant. Spatium inter duas spiras comprehensum italice dicitur il *passo della vite.* Unius spirae orbis cylindro circumvolutus dicitur *helix* (l'elica). Inservit haec machina corporibus vel confringendis, vel comprimendis, vel etiam attollendis. Ut autem rite adhiberi possit, cylindrus circa foramen horizontaliter converti debet, vel viceversa; alteruter itaque eorum fixus sit oportet. Cylindro, qui circumvolvitur, addi solet radius, vel brachium E P ad eum circumagendum, cujus ope potentia ipsi applicata circuli peripheriam describit.

166. Plani inclinati theoria ad statuendam in Cochlea aequilibrii Legem nobis facem praebet. Si cylindri superficies unam tantum helicam comprehendens, ut G B, ita evolvatur, ut super planum extendi possit, habebitur triangulum rectangulum G B H, cujus basis aequalis est cylindri circumferentiae, altitudo est B G, nempe spatium inter duas helicas comprehensum, et hypotenusa G H, nempe unius helicae longitudo. Hoc triangulum exhibet planum inclinatum, quod cylindro uniformiter circumvolvitur. Corpus, quod premitur, vel attollitur, est resistentia; manus cochleam movens est potentia: hinc quocumque modo cochlea moveatur, semper moveri concipitur per planum inclinatum, in quo potentiae directio est basi parallela. Erit itaque potentia ad onus elevandum, vel ad compressionem efficiendam ut plani altitudo ad ejus basim (159); atqui eadem est ratio spatii inter duas helicas comprehensi, et circuli, qui cylindri peripheriam exhibet; habebitur ergo aequilibrium in cochlea si potentia erit ad resistentiam ut duarum helicum distantia ad peripheriam circuli, qui cylindrum ambit. Quum autem cochlea facilius moveatur ope radii, vel scytalae ipsi additae; tunc liquet, aequilibrii conditionem oriri ex vecte simul, et ex plano inclinato: patet namque potentiam scytalae applicatam eodem tempore peripheriam circuli describere, quo cochlea exterior ab una spira ad proximam devenit. Hinc in cochlea, generatim, aequilibrium habetur ubi *potentia* radio applicata *fuerit ad resistentiam, ut altitudo unius helicis se habet ad peripheriam circuli, quem potentia describit, vel describere intelligitur.*

167. Hinc sequitur, eo minorem potentiam requiri ad pondus comprimendum vel attollendum, quo propiores sunt helices, et longior est scytala, cui potentia applicatur. Haec tamen aequilibrii theoria a praxi valde dissonat, ob maximam affrictionem, quam ejus partes experiuntur. Attamen istud incommodum magna compensa-

tur utilitate; nam hujus affrictionis subsidio totum resistentiae conatum sustinere pergit cochlea etiam dum agere desinit potentia; id quod quantae sit utilitatis nemo est qui non intelligat. Hujus utilitatis ratione aliis machinis longe praestat cochlea; et maximo, prosperoque successu adhibetur in obicibus frangendis, vel comprimendis, ut in torcularibus quibus uvae, oleaeque premuntur, in fabrorum ferrariorum cochleis, in praelis typographorum, et aliis hujusmodi. Quin imo ingentes moles, integraeque turres aliquando cochlearum ope e suis locis demotae fuere, atque in sublime elatae. Ferunt namque, Jeremiam Lersonium perillustrem architectum, Roterodami campanariam turrim Ecclesiae S. Laurentii, suppositis plurimis cochleis, integram e solo evexisse, quo ejus fundamenta vetustate collapsa reficerentur, et post plures dies iisdem cochleis eamdem suo loco restituisse (1). Ab aliquibus tamen hoc factum in dubium vocatur (2).

168. Ramsden etiam, Angliae Physicus, hac usus est Machina ut *micrometrum* (3) efformaret, instrumentum nempe, quo vel minima spatia mensurari possunt; id quod mirabilem perfectionem omnibus Machinis astronomicis attulit; hoc enim artificio vel lineolae exiguae magnitudinis in partes propemodum innumeras dividuntur.

§ VII. *De polygono funiculari.*

169. Ad onera sustinenda, vel ad aequilibrium cum potentiis constituendum aliquando adhibentur funes inter se conjuncti uno vel pluribus nodis tum fixis, tum hinc inde excurrentibus. Quoties id peragitur, tum *polygonus*, seu *machina funicularis* habetur. Funis A C B a duabus potentiis P P′ distentus, vel suis extremitatibus in punctis P, P′ alligatus, et funis P″C, qui annulo confixus pondus P″ sustinet, *machinam funicularem* efficiunt (Fig. 59).

170. Ubi tres vires P, P′, P″ in eodem plano existentes ope funium nodo junctorum in oppositis directionibus PC, P′ C, P″C agunt, tunc sunt in aequilibrio, quum aliqua earum, ex gr. P″, tamquam reliquarum resultans consideratur, eisque in directum opponitur. Si enim compleatur virium parallelogrammum C F D E ex directionibus A C et BC productis in E et in F, recta CD erit diagonalis resultans duabus viribus opposita et aequalis; ex dictis ergo habebitur aequilibrium. Patet etiam, tres vires esse inter se ut latera trianguli C E D, vel C F D ab ipsarum directionibus efformati (80).

(1) Vide Milizia Architett. Civile P. 3. L. 3. Cap. 8.
(2) Vide diarium Neapolitanum il Lucifero, Anno 8, n. 28, pag. 288. Cose diverse.
(3) A μίκρος, ου, parvus, et μέτρον, mensura.

171. Si duobus funibus unico nodo junctis una A C B substituatur (Fig. 60.) , quae cum suis extremitatibus sit fixa in punctis A et B, et annulo C hinc inde per illam excurrenti infixus sit alius funis, qui onus P sustineat; aequilibrium tunc constituetur, quum prioris funis tensio hinc inde sit aequalis, id est quum vis P in funem P C agens bifariam dividat angulum A C B a fune efformatum. Funis A C B proinde semper angulum A C B efformabit; usque dum enim assignari potest ratio (*il rapporto*) virium A + B : P, anguli A C R, et B C R eruut *finiti*, et linea A C B ad angulum in C se componet: hic angulus vero eo obtusior erit, quo minoris intensitatis fuerit pondus P, seu vis in funem P C agens; nulla tamen ratione fieri poterit ut = 0 evadat, propter vel solam ipsius funis gravitatem.

172. Ex hoc liquet, funem cum suis extremis partibus in duobus punctis infixum, semper quemdam polygonum, cujus latera sint numero infiuita, efformare (Fig.61). Si namque funis ACDEFB cum suis extremitatibus A et B fixus sit in punctis A et B, eique in C, D, E, F, alligentur pondera P, P′, P″, P‴, ad eum modum flectetur, qui in figura prospicitur; et ad aequilibrium tum se componet, ubi omnes ejus partes, et vires in eum agentes iu eodem plano verticali constitutae fuerint. Ex iis, quae superius diximus (170), tensiones CA et CD, et pondus CP sunt tres vires in aequilibrio in eodem plano verticali existentes: ob eamdem rationem rectae CD, DE. DP′, in eodem plano verticali existuut; atqui DC existit etiam in plano rectarum AC, CD, CP; ergo omnes rectae AC, DC, CP, CD, DP′, DE in eodem plano verticali existunt. Id autem quum de reliquis polygoni lateribus item dici possit, manifeste apparet, totum virium systema existere in plano normaliter a punctis A et B demisso. A fune AB nunc auferantur pondera P, P′ etc.; eique restituatur gravitas, cujus, abstrahendo, expertem eam consideravimus. Vis gravitatis in funem agens eumdem gignet effectum, ac pondera P, P′... etc.; nempe funis in polygoni modum sese conformabit, cujus latera quum sint numero infinita, lineam curvam constituent, quae existet in plano verticali a duobus punctis demisso, quibus funis extremitates sunt alligatae. Haec curva, quae a funis, vel catenae cujusvis pondere gignitur, vocatur *curva funicularis*, vel *curva catenaria*.

173. In hujus curvae genesi, natura, et proprietatibus explicandis mirifice immorantur Mechanici, praesertim post Calculi differentialis inventionem, cujus ope omnia theoremata ad illam spectantia demonstrantur. Nobis sufficiat duas praecipuas ejus proprietates hic enunciasse. Ea est hujus curvae natura, ut 1.° tangentes inclinationis ejus ad horizontem augeantur prout augetur arcus longitudo a puncto inferiori incipiendo: 2.° ex omnibus lineis cur-

vis, quae ex iisdem punctis pendent, et ejusdem sunt longitudinis, centrum gravitatis curvae catenariae in loco omnium inferiori constituitur.

174. Hujus curvae specimen nobis exhibent rudentes, quorum ope lintres et scaphae ad ripas fluminis, vel ad littus trahuntur. Propter gravitatis actionem ita illi incurvantur, ut relaxati et fluctuantes semper appareant, quamvis de eorum ingenti tensione luculentissimum praebeat testimonium scapharum, vel lintrium motus. *Curva lintearia*, in quam conformantur navium vela, quarum duae extremitates fixae et immobiles sunt, et a vento inflantur, est etiam curva funicularis, vel catenaria. Quoties Architecti fornices, vel pontium arcus ea construunt forma, quam *aequilibrii naturalis curvam* vocant, hic aedificandi modus ad curvam catenariam, vel funicularem sursum deorsum positam revocatur. In hujusmodi fornicibus arcus ex semetipsis aequilibrantur, et in parietum latera nonnisi verticalem pressionem exercent.

175. Ex proprietatibus hujus curvae, et polygoni funicularis prono alveo fluit, nulla ratione, nulloque vel ingenti pondere funem, aut catenam quamcumque in lineam rectam tendi posse, nisi earum extremitates in directione verticali constituantur: rumperentur potius, quam directionem rectilineam affectarent. Hoc nos docet, in dimetiendis agrorum longitudinibus adhibendos non esse funes palis suspensos, sed potius per terrae superficiem extensos. Hac veritate praemoniti Architecti in construendis pontibus catenis ferreis suspensis (*ponti sospesi a catene di ferro*), obicibus et sustentaculis adjectis, eam illis stabilitatem impertiunt qua a pontibus muro vel alia quavis solida substructione innixis parum, vel nihil differant.

§ VIII. *De Machinis compositis.*

176. Quoties Machinae simplices, de quibus hactenus sermonem instituimus, non satis superque potentiam adjuvant, vel alia quacumque de caussa inefficaces evadunt, plures earum inter se ita conjunguntur, ut in se invicem agant, et ad suum effectum producendum facilius conspirent. Tunc *Machinae* dicuntur *compositae*, et maximam resistentiam minima potentia superare valent. Innumerae esse possunt, totidem scilicet, quot ex diversa simplicium conjunctione oriri possunt. Hinc illas enumerare impossibile esset, praesertim nostris hisce temporibus, in quibus artes ope machinarum, quibus adjuvantur, veluti ad perfectionis apicem pervenerunt: attamen facile quaelibet earum intelligi poterit, si simplicium natura probe fuerit intellecta. Quapropter de earum praecipuis tantum hic loquemur.

177. Inter Machinas igitur compositas omnium prima sese prodit illa, quae ex tribus vectibus componitur inter se eo modo junctis, quem indicat fig. 62. In eorum singulis brachium CB est, ex. gr., brachio CA quadruplum; sicque fit ut resistentia ponderis librarum 64 ad primi vectis extremum applicata aequilibrari possit cum potentia unius tantum librae in tertii vectis extrema parte constituta. Haec machina regulam nobis subministrat, qua in machina quavis composita aequilibrii conditiones determinare possimus. Regula haec est: « Machinis simplicibus, ex quibus compo- « sita coalescit, accurate distinctis; definitaque in singulis quanta « sit potentiae velocitas, quantaque velocitas resistentiae; ducantur « in se invicem omnes potentiae velocitates; ducantur item resi- « stentiae velocitates; et tunc in Machina composita aequilibrium « habebitur *quum factum ex omnibus potentiae velocitatibus per ipsam potentiam adaequet productum resistentiae per suas velocitates;* ita ut si velocitates potentiae P exprimantur a brachiis BC, BC, BC, quae vocabimus m, m', m'', velocitates vero resistentiae exprimantur a brachiis CA, CA, CA, quae vocabuntur n, n', n'', aequalitas $mm'm''$P $=nn'n''$R aequilibrium designabit. Quumque ex hac aequalitate fiat P: R$=n\ n'\ n''$: $m\ m'\ m''$; hinc statui solet hoc theorema: In vectium systemate *aequilibrium habetur ubi potentia et resistentia inter se fuerint inverse ut producta suorum brachiorum*. Quare quum hic potentia sit ad resistentiam in unoquoque vecte ut 1: 4 (potentia enim, ut facilius supputatio instituatur, semper ab 1 exhibetur); sicuti et resistentiae brachia ab 1. repraesentantur; erit P: R $=1\times 1\times 1 : 4\times 4\times 4 = 1 : 64$. Diximus *productum*, non *summam* velocitatum sumi debere; tres enim vectes non agunt simultanee in resistentiam, sed successive primus in secundum, et hic in tertium, ita ut potentia primo vecti applicata, in altero vices resistentiae fungatur, et sic deinceps; adeoque potentiae et resistentiae quum proportione geometrica decrescant, erunt inter se in ratione composita ex trium vectium simplicium ratione, nempe erunt ut $1\times 1\times 1 : 4\times 4\times 4 = 1 : 64$. Omnibus namque compertum est rationem compositam tunc haberi, quum productum omnium *antecedentium* ad productum omnium *consequentium* comparatur.

178. Eodem modo aestimatur efficacia etiam *Staterae compositae* (Fig. 63), quae ex duobus vectibus A B, C D coalescit, quorum primus fulcrum habens in E, potentiam vero in P, et resistentiam in A, est *primae speciei*; alter autem est *secundae speciei*, quum fulcrum in D habeat, potentiam in extremo C, resistentiam R in parte intermedia. In vecte A B habetur P : R = A E : E B; in altero CD habetur P:R=F D: C D; erit itaque P: R = A E$\times$F D: E B$\times$C D. Ponamus A E = 2, E B = 24; F D = 2, et D C = 28; erit P: R $= 2\times 2 : 24\times 28 = 1\times 1 : 12\times 14 = 1 : 168$. Sacoma

ergo unius librae ad extremum vectis A B applicatum aequilibrabitur cum resistentia R, cujus pondus est librarum 168.

179. *Rotae dentatae*, in quibus aliquot axes in peritrochio ita inter se combinantur, ut in se mutuo agant, et nullus moveri possit quin simul omnes alii moveantur, est machina composita, cujus usus est frequentior. Singuli axes parvo cylindro vel inciso, vel denticulis instructo muniuntur, qui italice dicitur *rocchetto*, latine vero *laterna* recepto ab aliquibus Physicis vocabulo dici potest; ejusque *dentes* vel *pinnae* sic dictae in dentibus peritrochii pariter incisi, vel denticulis instructi apte inseruntur (*si ingranano*), ut ab iis motum vel mutuentur, vel iisdem communicent. Peritrochium ita constitutum *rotae dentatae* nomen accipit. Rota dentata prout dentes habet in directione radii prominentes, ut A; vel in directione tangentis ejusdem radii, seu deorsum versos ut B; vel denique rotae plano verticales, ut C, dicitur vel *stellata*, vel *pectinata*, vel *coronata* (Fig. 64). Hoc autem modo haec machina suum producit effectum. Potentia applicatur manubrio P (Fig. 65), qui primum cylindrum A primi axis circumagit: hujus dentes inserti in denticulis majoris rotae sequentis B, motum eidem communicant; haec vero cum suo axe mota, ope cylindri C, cujus pariter est instructa, cuiusque dentes denticulis rotae subsequentis D immiscentur, movet eamdem rotam D, ac ejus axem, circa quem obvolvitur funis, cui alligatum est pondus R.

180. Patet itaque ratio inveniendi conditiones aequilibrii in hoc rotarum systemate: obtemperandum est scilicet regulae superius traditae. Circulus a manubrio descriptus, et laterna, qua axis *mc* instructus est, axem in peritrochio constituunt; ideoque potentia est ad resistentiam ut radius circuli a manubrio descripti ad radium laternae A. Idem dicendum de rota B cum cylindro C axis *ef*; et de rota D cum axe *g d*, cui obvolvitur funis. In rotis dentatis igitur vocando m', m', m'' radios cylindri a manubrio descripti et rotarum B et D; et n, n', n'' radios laternarum A, C, et cylindri *gd*, aequilibrium habetur ubi fuerit $m\, m' m''\, P = n\, n'\, n''\, R$, ex qua aequatione eruitur P: $R = n\, n' n'' : m\, m' m''$; scilicet *potentia est ad resistentiam, ut productum radiorum cujusvis laternae, et ultimi cylindri circa quem funis circumponitur, est ad productum radiorum cujusque rotae*. Ponamus ex. gr. in systemate M N O P, quod tribus axibus in peritrochio absolvitur, rationem radii circumferentiae a manubrio descriptae ad radium laternae A esse $= 5 : \frac{1}{2}$; rationem radii rotae B ad radium laternae $C = 5 : 1$; denique rationem rotae D ad cylindrum $g\, d = 4 : 1$; ratio potentiae ad resistentiam erit ut $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 : 5 \times 5 \times 4 = \frac{1}{2} : 100 = 1 : 200$; nempe poten-

tia unius librae cum resistentia librarum 200 aequilibrabitur. Hinc patet hujus Machinae vim in infinitum augeri posse per rotarum additionem, adeoque ejus ope omne quantumvis grande obstaculum nobis vincere datur; eaque est ratio cur *Pancratium* (1) a quibusdam vocetur.

181. Si scire velimus numerum dentium, quibus instrui debent singulae lateruae et rotae, ut ultima rotarum *n* gyros conficiat dum interim prima in unum tantum orbem circumvolvitur, id facili negotio assequemur. Quia enim laternae dentes dentibus rotae congruere debent, dentium numerus erit peripheriae tum rotae, tum laternae proportionalis; atqui peripheriae sunt inter se ut diametri vel ut radii; ergo dentium numerus erit radiis rotarum et laternarum proportionalis. Si itaque radius laternae A ad radium rotae B sit ut 1 : 5, et rota A sit 10 dentibus instructa, numerus dentium in rota B invenietur 50; nam $1 : 5 = 10 : \frac{10 \times 5}{1} = 50$. Viceversa expedit aliquando etiam scire quoties in rotarum systemate velocissima circumagatur eodem tempore, quo tardissima semel circumagitur. Hac regula tunc utendum est. Computeutur dentes omnium rotarum, et omnium laternarum; deiude numerus dentium rotarum dividatur per numerum dentium omnium laternarum; quoti inventi multiplicentur inter se, et habebitur id, quod quaerebatur. Si ex. gr. rota B 80 dentibus instructa sit, et laterna A deutibus 8, rota D et laterna C pariter totidem dentibus instructae sint; habebitur $\frac{B}{A} = \frac{80}{8} = 10$; et $\frac{D}{C} = \frac{80}{8} = 10$. Ducantur $10 \times 10 = 100$; hic numerus 100 indicabit numerum conversionum rotae D esse ad numerum conversionum laternae A = 1 : 100. Ratio facile patet.

182. Iu usu hujus Machinae potentia applicari potest vel ad primam laternam, vel ad rotam ultimo cylindro proximiorem. Applicatur primae laternae quoties exigua vi ingentem resistentiam superare nitimur, nulla habita ratione temporis nimis longi, quod impenditur. Applicatur autem ultimae rotae ubi resistentiae celeritatem augere volumus quin virium compendium in potentia faciamus, ut evenit in moletrinorum rotis, quarum ope mola pistoria ita velocius circumagitur, ut frumentum in tenuissimam pulverem redigatur.

183. Aliud Machinae compositae genus constituunt *Trochleae*, praesertim mobiles inter se invicem communicantes, quae *Polyspasti* (2) vocantur. Hae duplici modo combinari possunt; 1.° quum

(1) A παν, omne, et κράτος, vis, robur.
(2) A πολὺ, mullum, et σπαω, traho.

quaevis trochlea a fune sibi propria ita pendet, ut omnes, praeter extremam, nunc resistentiae, nunc potentiae vices fungantur; resistentiae quidem ratione alterius, quae illi superior est, potentiae autem ratione inferioris; funis denique, a qua prima trochlea mobilis pendet, circa trochleam fixam ita circumvolvitur, ut ipsius extremitati applicetur potentia, quae omnes sursum trahat, ut videre est in figura 66., in qua trochlea E′ ex. gr. est resistentia respectu trochleae superioris E, et potentiam exhibet respectu inferioris C, a qua pendet resistentia R: idem de trochleis E et A dicendum. Funis autem x, quae primam trochleam mobilem A sustinet, circumvolvitur circa trochleam fixam Q, et in suo extremo $x\,n$ applicatur potentia P, quae eas omnes aequilibrare valet; 2.° quum omnes trochleae mobiles disponuntur in loculamento recta supposito alteri ejusdem formae, in quo totidem fixae continentur, ita ut idem funis a puncto immobili pendens, omnibus trochleis tam fixis, quam mobilibus circumvolvatur, ejusque extremitati citra ultimam fixam applicetur potentia, ut indicant Figurae 67. et 68.

184. Ubi trochleae priori modo disponuntur, aequilibrii conditiones facile statui possunt. Si enim in memoriam revocabimus, in trochleis mobilibus potentiam esse ad resistentiam ut radius trochleae ad chordam arcus, quem funis complectitur (149); statim patebit, in trochlearum systemate potentiam primo funi applicatam esse debere ad resistentiam ab ultima trochlea pendentem, ut productum radiorum cujusque trochleae ad productum omnium chordarum, quae in ipsis ducuntur per puncta, in quibus funes ab illis separantur. Hinc si vocemus a, a', a'', a''' trochlearum radios, et c, c', c'', c''' earum chordas, erit $P : R = a\,a'\,a''\,a''' : c\,c'\,c''\,c'''$, adeoque $P = \frac{R\,a\,a'\,a''\,a'''}{c\,c'\,c''\,c'''}$. Si vero radii et chordae fuerint aequales, pro quolibet trochlearum numero n erit $P = \frac{R\,a^n}{c^n}$; et si funes fuerint omnes in directione sibi invicem parallela (tunc enim $c = 2\,a$, quia funis ambit trochleae semicircumferentiam), erit $P = \frac{R\,a^n}{2\,a^n} = \frac{R}{2^n}$; quapropter $P : R = 1 : 2^n$, id est ubi *trochleae sunt aequales, et funes paralleli, potentia est ad resistentiam ut unitas est ad numerum 2 toties ductum in seipsum, quot sunt trochleae mobiles*. Advertas, trochleam fixam Q, italice *carrucola di rinvio*, in computationem non venire; non enim potentiae celeritatem auget, sed tantummodo ad ejus directionem juvandam inservit.

185. Si trochleae disponuntur ut in figuris 67 et 68, numerus partium funis ductarii computandus est; nam potentia est ad resistentiam ut 1. ad numerum partium illarum: vel si trochleae infe-

riores numerentur, potentia est ad resistentiam ut 1. ad duplum numerum trochlearum inferiorum, si funis ductarius ad superiores trochleas sit firmatus; ut 1. ad eumdem duplum numerum trochlearum inferiorum unitate auctum, si idem funis ad trochleas inferiores sit firmatus. In priori systemate (Fig. 67.) formula generalis erit $P = \frac{R}{2n}$ si n designet numerum trochlearum inferiorum; quumque in casu praesenti trochleae mobiles sint tres, erit $P : R = 1 : 6$; in systemate vero posteriori (Fig. 68) erit $P = \frac{R}{2n+1}$, adeoque $P : R = 1 : 7$. (1)

186. Inter Machinas compositas adnumeratur et illa, in qua cochlea ad rotam dentatam circumvertendam adhibetur, et *cochlea perpetua*, seu *infinita* (vite perpetua) vocari solet (Fig. 69.). Constat haec Machina ex rota dentata M N, quae vertitur a potentia P ope cylindri A B spiris sulcati, ideoque cochleam imitantis; spirae autem admodum obliquae sunt, et rotae dentibus congruunt; quapropter quum cylindrus sine fine verti possit, sine fine versabitur et rota, in cujus centro constitutum est tympanum C, circa quod volvitur funis, unde pendet pondus R. Ad hujus machinae aequilibrium eruendum, praesens habeatur regula generalis: in cochlea potentia est ad resistentiam uti distantia duarum helicum ad peripheriam circuli a potentia descripti (166): in rota habetur potentia ad resistentiam ut radius axis ad radium rotae (151): in Machina itaque ex his duabus composita erit *potentia ad resistentiam ut productum distantiae duarum helicum in radium axis ad productum radii rotae in peripheriam a potentia descriptam*. Vocando igitur d distantiam duarum helicum, et r, r' radios tum axis, tum rotae, formula generalis aequilibrii sic eruitur:

In cochlea, $P : R = d : \pi$.
In axe, $P : R = r : r'$

Ergo $P : R = d\,r : \pi\, r'$

Si ex, gr. $d = \frac{1}{2}$ pol., $\pi = 50$ pol.; $r = 24$ pol., $r' = 120$ pol., erit $P : R = \frac{1}{2} \times 24 : 50 \times 120 = 12 : 6000 = 1 : 500$. Quamvis au-

(1) Jacobus With, et Smeaton, ut hanc machinam potentiae accomodatiorem redderent, alio modo trochleas disposuerunt. Lex aequilibrii tamen in iisdem, et aliis quibuscumque eadem semper est. Vide omnes tum Physicae, tum Mechanicae Tractatores.

tem haec machina et utilior et simplicior omnium sit, admodum raro tamen adhibetur, ob ingens temporis impendium, quod requirit.

187. Sunt et aliae machinae compositae numero infinitae, ut diximus. Principia tamen quae indicavimus, satis superque sufficiunt ad eruendas Leges, quibus aequilibrium inter potentiam et resistentiam in omnibus constituitur; quum in omnibus sufficiat prae oculis hanc regulam habere: *In machinis compositis, in quibus simplices, quae illas componunt, simultanee agunt in resistentiam, ratio potentiae ad resistentiam est ut summa omnium rationum simplicium; in iis vero, in quibus machinae simplices successive agunt, ratio potentiae ad resistentiam est ut productum rationum simplicium.* Poisson in suo *Traité de Meccanique* L. II° p. 503. sub una formula generali omnes Leges aequilibrii machinarum compositarum comprehendit. Qui plura cupit, consulat opus superius citatum, cui titulus *Dictionnaire Technologique.*

188. Constituto aequilibrio in machinis tam simplicibus, quam compositis, nihil aliud necesse foret, ut ad motum transirent, nisi ut potentiae vires tantillum augeantur. Istud tamen reipsa non evenit; sed si manum vel aliam potentiam ad movendam machinam admoveas, experientia te docebit, plurimum adhuc ponderis adjiciendum esse potentiae ut motus tandem sequatur. Quid igitur? falluntne theoriae superius constabilitae? Nequaquam; sed in praxi distinguendum est inter aequilibrium Machinae *mathematice* constitutum, et *hujus statum motui proximiorem.* Illud semper tale est, abstractione facta ab obstaculis, quae machinarum motus vel imminuunt, vel destruunt; hic autem ut haberi possit, necessario requirit ut coguoscantur tum obstacula, quae superari debent, tum potentia, quae eadem obstacula superare valeat. De his igitur obstaculis pauca dicamus.

§ IX. *De obstaculis, quae motum cujusque generis, ac praecipue machinarum, imminuunt.*

189. Machinarum theoria hucusque exposita ponit corpora, ex quibus illae construuntur, perfecte dura, perfecte laevigata, gravitatis expertia, nullius fluidi vel liquidi resistentiae obnoxia. Attamen quum corpora reipsa talia non sint, sed e contrario nullum adsit corpus, quod non sit aliquo modo flexibile, non innumeris poris scateat, non sit gravitate praeditum, denique in aliquo vel fluido, vel liquido non moveatur; patet, haec omnia esse totidem obstacula, quae nisi prius superentur, machinas impediunt ne suum consequantur effectum. Maxime igitur interest rationem ea superandi dignoscere. Triplicis autem generis haec sunt obstacula, prout

triplex est caussa, quae illa gignere potest, nempe *affrictus*, *funium rigiditas*, et *medii resistentia*.

190. *Affrictus* (l'attrito) semper habetur quoties corpus solidum super aliud solidum ita movetur, ut amborum superficies sibi mutuo applicentur. Quum enim omnia corpora quantumvis laevigata, ac politiora innumeris poris sint pertusa (21.); fieri non potest quin in eorum superficiebus non adsint semper eminentiae et cavitates alternantes. Hujusmodi inaequalitates esse pene innumeras microscopia testantur. Porro asperitates illae incessui obstant, quia motus dari non potest, nisi partes illae prominentes vel frangantur atque abradantur, vel inflectantur et deprimantur; vel denique eminentiae unius ab alterius cavernulis attollantur inter movendum. Id autem quum sine aliqua vi fieri non possit, manifestum est inde oriri non mediocrem motus imminutionem.

191. Partes prominentes, de quibus hic loquimur, post depressionem vel in pristinum statum sese restituunt, vel nonnisi depressae manent. In primo casu asperitas corporis eadem semper manet, et affrictus augetur prout eminentiae unius corporis profundius in cavitates alterius inseruntur, et quo magis unum alteri per longius temporis spatium apprimitur : in posteriori vero casu affrictus minuitur, et corpora ex continuata frictione fiunt politiora. Quae impedimenta quum singulis renoventur momentis, et quamdiu motus perseverat; patet semper vi aliqua opus esse, quae affrictum superet, ut corpus moveri possit. Quamvis autem affrictus animantibus omnibus valde utilis esse possit in eorum incessu, praesertim per loca decliviora; et permulta artium instrumenta ex affrictu suam repetant efficaciam, ut serrae, limae, scobinae, modus corpora laevigandi etc.; in Machinis tamen, et in aliis corporum motibus non leve affert damnum, sive quod Machinarum partes atterat, sive quod vires potentiae imminuat, sive denique quod motum omnino destruat.

192. Caussae majoris vel minoris affrictus hactenus cognitae sunt *diversa partium corporearum figura*, atque *asperitas*; *diversus* inter corpora, quae se mutuo tangunt, *adhaerentiae gradus*: *majus minusve corporis incedentis pondus*; *varia ejus superficies*; et *varia ejusdem velocitas*. Et re quidem vera affrictum augeri ex *majori asperitate corporearum superficierum* se mutuo contingentium, eo quod major tunc extet numerus eminentiarum, quae deprimendae aut abradendae sunt, cuique obvium est. *Adhaesionis vim* inter plurima corpora, ubi ad mutuos devenerint contactus, esse ingentem, jam supra vidimus (33); quocirca haec vis inter primarias affrictus caussas est adnumeranda. Constat pariter, ex *majori pondere corporis*, quod alteri apprimitur, increscere affrictum; ob majus enim pondus eminentiae unius corporis alterius lacunis altius infiguntur,

adeoque majorem vim requirunt quo attollantur, et a se invicem extricentur. Patet etiam, *majorem celeritatem* idem efficere; nam quo major est incedentis corporis celeritas, eo plures eodem tempore offendit asperitates superandas. Liquet denique *superficiem majorem* corporis moti in aestimanda frictione ingredi debere. Et quamvis primus omnium Amountons, contra receptam tunc opinionem id negaverit; D.s Coulomb tamen, experimentis multiplicibus institutis, demonstravit a superficiei augmento etiam affrictum augeri; licet fassus fuerit hoc augmentum non semper esse superficiei augmento proportionale.

193. Omni tempore Physici satagerunt ut generales affrictus leges invenirent in corporibus dati ponderis, et datae superficiei cum data velocitate incedentibus; sed perperam omnino: nam corpora etiam individua ejusdem speciei adeo diversa sunt pro varia eminentiarum et cavitatum figura, cohaerentia, elasticitate, pro varia etiam eorum vetustate vel siccitate, pro aeris humiditate, ut affrictus infinite diversas pati debeat anomalias. Quocirca nonnisi facto periculo, quantus sit affrictus in peculiaribus corporibus definiri potest. En consectaria, quae ex experimentis tum Musschembroekii (*Institut. Physic. Caput 9. num. 342, et seq.*) et Desaugulerii, tum etiam D.ni Leonardi Ximenes et Coulomb sequuntur: 1.° Positis omnibus aliis requisitis, affrictus est semper pressioni proportionalis, excepto particulari casu alicujus ingentis pressionis. 2.° Affrictus, ut diximus, pro varia superficiei qualitate, varius est. Ratione vero quantitatis ejusdem superficiei, quaecumque illa sit, affrictus in lignis nondum siccis, etsi laevigatis, aequalis est pressionis dimidio ubi corpora separantur; in lignis detritis $= \frac{1}{3}$; in metallis probe levigatis $= \frac{1}{4}$; inter ligna et metalla $= \frac{1}{5}$ ejusdem pressionis: valde vero imminuitur ubi corporum superficies longiori tempore confricentur. 3.° Chalybs minimum habet affrictum in aurichalco, quam in plumbo, cupro, et stamno. 4.° Duo solida ejusdem speciei plerumque difficilius supra se moventur, quam solida speciei diversa, ex. gr. affrictus inter ferrum et ferrum est $= \frac{5}{18}$; inter aurichalcum et aurichalcum est $= \frac{1}{4}$; inter ferrum vero et aurichalcum est $= \frac{1}{5}$; hinc est quod in plerumque machinis rotae fiunt ex aurichalco, axes vero ex ferro, vel chalybe. 5.° Corpora, quae moventur, minorem patiuntur affrictum in ipsa motus continuatione, quam in hujus initio, sive ubi a quiete ad motum transeunt; post diuturnum enim affrictum superficies corporum politiores evadunt; haec tamen regula in omnibus corporibus non semper est constans.

194. Ut itaque, quoad ejus fieri potest, minuatur affrictus, duo remediorum genera Physici statuunt, *mechanica* uempe, et *physica*. Pro adhibendis prioris generis remediis, tres motus species unius corporis super aliud distinguunt, *motum radentem*, qui habetur quum eaedem semper partes simul inferiori corpori applicantur; *motum volventem*, quum scilicet jugiter mutatur contactus; et *motum mixtum*, in quo superficies convexa super concavam, uti axes rotarum in rotundo foramine, movetur, et viceversa. Quumque apertum sit, frictionem in motu secundae speciei semper esse multo minorem frictione primae speciei, optimum esse consulunt motum *radentem* in *volventem* mutare, vel si id non semper fieri possit, saltem in *mixtum*. Hoc innixi principio, homines rotas curribus subjecerunt, et fere in omnibus machinis artifices motum radentem in volventem semper mutare curant. *Physice* affrictionibus medentur, quum ligna sicciora et duriora in Machinis conficiendis adhibent; quum lignis et matallis probe politis utuntur; quum axes et rotas quam maxime rotundas efficiunt; denique quum vel politiores partes sese mutuo contingentes, praesertim vero rotarum axes ac dentes illiniunt oleo, vel alio crassamento, quae id agunt, ut superficierum lacunae impleantur, et asperitates reddantur aequabiliores. Sed haec satis.

195. In Machinis, in quibus funes adhibentur, praeter affrictum etiam *funium rigiditas* potentiae non exiguam objicit resistentiam, ita ut theoria etiam ex hoc capite a praxi permultum discrepet. Tanta autem est etiam rigiditatis funium diversitas, prout diversae et innumerae sunt caussae, quae in illos iufluere possunt, ut canone admodum certo definiri nequeat. Nobis scire sufficiat, Mechanicis omnibus compertum esse, funium rigiditatem augeri, 1.° prout augetur eorum tensio, sive prout augentur pondera, quae sustinent; 2.° prout crescunt ipsorum diametri; 3.° denique quo minor est circumferentia cylindri, circa quem funes circumvolvuntur: ex quibus omnibus hoc statuunt theorema: *funium rigiditas est in ratione composita ex directa ponderum, quibus onerantur, duplicata suarum diametrorum* (1), *et inversa diametrorum orbium, quibus involvuntur.* Qui plura cupit, consulat D^m^ Duhamel in suo opere *Trattato sul cordame.*

196. Ex iis, quae diximus de affrictu et de funium rigiditate, evidenter perspicitur ratio, cur Mechanici statuant, resistentiam, quae ab his duabus caussis in Machinis oritur, tertiae parti ponderis aequilibrandi fere esse aequalem; adeo ut si ad aequilibrium

(1) In *duplicata* diximus, non in *simplici* diametrorum ratione. Funes enim totidem sunt cylindri; cylindri autem aequalis altitudinis sunt inter se ut bases, sive ut circuli, quorum ratio eadem est ac ea, quae inter diametrorum quadrata intercedit.

constituendum requiratur data potentia P, ad motum in Machina producendum adhiberi debeant $\frac{4}{3}$ P. Haec autem lex aliquam subit variationem ubi de ingentibus ponderibus agatur.

197. Superatis itaque resistentiis, quae ex affrictu, vel etiam ex funium rigiditate nascuntur, machinae, sicut et corpora quaelibet, semel motae, ob earum inertiam motum continuare deberent uniformiter in ea directione, in qua impulsae sunt. Res tamen non est ita. Praeter affrictum proprie dictum, est et alia affrictus species a corporibus in motu superanda, eaque habetur quoties solidum corpus in aliquo fluido, vel liquido (ut semper evenit) movetur, ex. gr. in aere, vel in aqua, quae a suis locis dimovere, et antrorsum propellere nititur, ut viam sibi aperiat. Fluida, vel liquida, in quibus solida moventur, *mediorum* nomine veniunt: quocirca haec affrictus species *medii resistentia* vocatur, eaque corporis moti celeritatem valde imminuit. Nam perpetuus ille nisus fieri non potest quin corpus singulis instantibus aliquam sui motus jacturam faciat; et postquam eum totum amisit, quiescat necesse est.

198. Medii resistentia tribus ex caussis augetur, nempe ex *diversa fluidi densitate*, ex ipsius mobilis *diverso volumine*, ac *diversa velocitate*. Et 1° quidem corpus, quod eadem velocitate successive transit a medio minus denso in aliud densius, resistentiae majori obnoxium est, quo densius est istud medium; ex. gr. quum aqua sit aere densior, corpus in aqua suum motum longe citius, quam in aere amittit. Medium densius enim majorem partium numerum sub eodem volumine continet; atqui inertia est partium numero, sive materiae quantitati proportionalis; ergo corpus, quod movetur, quum in mediis densioribus moveri pergit, majorem inertiam superare debet, adeoque majori partium numero motum suum communicare: inde celeritatis imminutio. Ex hoc infertur, quo viscosius erit medium, eo plus virium ad ejus partes dividendas corpus adhibere oportere, ac proinde eo majus sui motus detrimentum pati debere.

199. 2° Plus resistit medium, quo majus est *volumen*, quod ipsi opponit mobile. Quo majus enim est corporis alicujus volumen, eo majorem fluidi quantitatem, ut moveatur, antrorsum pellere debet, ac proinde plures partes e suo loco dimovebuntur, adeoque majorem in fluido reluctationem experietur (1). Hic au–

(1) Haec est ratio, ob quam si aquam tota manus explicatae latitudine dividas, majorem experieris resistentiam, quam si illam manus acie divideres. Inde etiam patet, cur corpora longiora, ex. gr. sagittae, longius evolent si secundum longitudinem projiciantur, quam si in linea transversali. In primo casu in modicum aeris volumen acies ejus offendit; in altero vero ejus latitudo in majus ejusdem aeris volumen incurrit.

tem observatu dignum est, effectum, qui a corporibus ejusdem voluminis nasceretur, longe diversum esse posse, quamvis uni et eidem medii resistentiae obnoxia sint; si enim fuerint inaequalis densitatis, motus quantitas in utrisque diversa esset (23). Si, ex. gr., duo equales globi, unus ex auro, alius ex ligno, eadem velocitate in aere promoveantur, aequalem experientur resistentiam; haec tamen efficacius a priori, quam ab altero vinceretur, ob majorem illius densitatem.

200. 3° Medii resistentia denique crescit etiam prout augetur mobilis illud trajicientis *celeritas*. Quemadmodum enim si mobile fluido latiorem opponeret superficiem, validiorem etiam offenderet reluctationem, quia eodem tempore majorem numerum partium propelleret; ita et corpus velocius motum, intra idem tempus plures fluidi partes a loco dimovet. Si manum, ex. gr., in aqua promoveas duorum pedum spatio intra minutum secundum, majorem fluidi quantitatem repelles, quam si eodem tempore unius tantum pedis spatium manu decurrisses: porro major aquae copia debet magis resistere. Haec resistentia praeterea crescit prout crescit et vis, qua corpus in *medium* impigit; haec autem vis est ut corporis moti celeritas. Hinc si resistentia fuerit triplex ob numerum partium, quas corpus propellere debet, erit etiam triplex ob impulsionem tribus vicibus majorem, qua in omnem *medii* particulam incurrit; resistentia totalis igitur erit ut novem, nempe ut celeritatis quadratum; ita ut pro certo statui possit, *corpus, quod variis celeritatibus per idem medium movetur, resistentiam experiri in duplicata suae celeritatis ratione.*

201. Hic autem adnotandum, tam ex experimentis, quam ratiociniis evinci, corpora postquam aliquod sensibile spatium in aliquo medio cum data celeritate emensa fuerint, proprium motum non amplius accelerare, sed aequabiliter ferri ea sola celeritate, quae ad maximam suam intensitatem pervenit: atque ex hoc fieri cur aquae guttae, vel grandines, quae ex maxima decidunt altitudine, aestivo praesertim tempore, vix noceant vegetantibus, aliisque corporibus subjectis. Id nonnisi a motu aequabili repetendum est, quo guttae omnes post aliquod spatium emensum deferuntur. Quod si aliquando haec arvis experiuntur obesse, tunc id evenit, quum vel vi ventorum impelluntur, vel sensibile pondus habent. Hoc principio nititur etiam umbellae illius inventio, quam secum deferunt areonautae, cujus ope a quolibet casus periculo sese defendere possint, adeoque italice *Paracadute* eam vocant.

202. Corollarii loco hic nobis liceat adjicere, *motum perpetuum* dari esse impossibile ex qualibet arte humana. Ex iis enim, quae diximus, prono alveo fluit, cuicumque motui semper obstare affrictum, et medii resistentiam, quae motum semper paullatim immi-

nuunt, ac demum destruunt. Quocirca ut motus perpetuus dari possit, dari pariter deberent spatium omni fluido resistente vacuum, et mobile nulli affrictui obnoxium; id quod quum *physice* impossibile sit, evidens etiam est, oleum et operam perdere eos omnes, qui in *motus perpetui* et *mechanici* inquisitionem obstinato animo incumbunt.

CAPUT TERTIUM.

DE DYNAMICA.

203. Expensis omnibus aequilibrii conditionibus, quae tum in corporibus quibuscumque, tum in Machinis locum habent, ubi vires aequales et contrariae in se mutuo agunt; proximum est, ut Leges exquiramus, quibus eaedem vires omnia motus phaenomena gignunt. Id autem quum *Dynamicae* officium sit (48); patet, omnia, quae ad motus naturam, proprietates, variasque ejus species pertinere possunt, intra hujus capitis limites coarctari debere. Sed quum in priori hujus sectionis capite de motus natura et proprietatibus sermonem instituerimus, ut ea, quae sequebantur, lucem inde mutuarentur; restat nunc ut de variis motus speciebus disseramus. Inter has praecipuum locum tenent 1° motus corporum verticalis, seu gravium descensus et ascensus; 2° motus eorumdem per plana inclinata; 3° eorumdem per lineas curvas descensus et ascensus oscillatorius; 4° motus projectorum corporum; 5° motus curvilineus a viribus centralibus productus; 6° denique motus corporum ex collisione, ad quem motus reflexus et refractus etiam revocantur. De his omnibus solita brevitate distinctis in articulis agemus.

ARTICULUS PRIMUS.

DE MOTU CORPORUM VERTICALI, SEU DE GRAVIUM DESCENSU.

204. Quamvis gravitas in ratione inversa duplicata distantiarum a terrae centro decrescat (44); monuimus tamen (45), in locis a terrestri superficie non longe dissitis, gravitatem tamquam vim constantem reputari posse, quae in quamlibet materiae particulam indesinenter suam exercet actionem. Ex hoc principio sequitur, corpora sibi relicta, motu uniformiter accelerato terram petere debere, abstractione facta ab aeris resistentia. Et re quidem vera, si mente concipiamus, tempus, intra quod corpus ex gravitatis actione descendit, in aequalia tempuscula infinite parva divisum, deprehendemus profecto, gravitatem, quae in primo instanti suam in

corpus actionem exercet ut illud deorsum urgeat, eam esse, ut si statim agere cessaret, corpus ob suam inertiam moveri pergeret uniformiter in directum. Quoniam autem gravitas eadem semper est, et constans, ex hypothesi; singulis aequalibus tempusculis aequales tribuit corpori descendenti impulsus, et aequales celeritatis gradus. Celeritas igitur corporis descendentis in secundo instanti dupla erit, tripla in tertio, quadrupla in quarto, et sic deinceps. Celeritas quam corpus a vi continua, et constanti accipit in primo actionis momento, vocatur *celeritas initialis*; illa, quam possidet in ultimo sui motus intervallo, dicitur *celeritas finalis*. Hinc quum corpus nova semper incrementa celeritatis acquirat incrementis temporis proportionalia; liquet, ipsum non moveri nisi *motu uniformiter accelerato*.

205. Gravia descendentia motum suum accelerare veteribus etiam perspectum fuit, a quibus tritum illud accepimus axioma: *motus in fine velocior*; quamvis non accurate definierint quam rationem strictim sequeretur hoc velocitatis augmentum. Galilaeus, Italiae nostrae decus, primus omnium hanc, omnesque alias leges accelerationis gravium descendentium detexit. Is enim tum ratiociniis, tum experimentis prope innumeris perspicue ostendit, corporum decidentium motum esse uniformiter acceleratum; easque leges schemate Geometrico, quod *Planum velocitatis* appellavit, ita exposuit (Fig. 70). Latus AB trianguli ABC exhibeat tempus, quod corpus cadendo insumit; idemque latus in lineolas 1, 2, 3, 4, .. temporis partes exprimentes dividatur: recta 1 a exhibeat celeritatis gradum a mobile in primo descensus tempusculo acquisitum. Si huic celeritati alia aequalis $b\ c$ addatur, quam mobile cadendo acquirit, earum summa in fine secundi tempusculi a recta 2 c exprimetur. Si huic alia $d\ e$ addatur, celeritas corporis decidentis in fine tertii tempusculi $a\ b$ 3 e indicabitur; et sic deinceps, donec ad ultimum perveniamus tempusculum, in quo gravis decidentis celeritas a recta BC designata nihil aliud est, nisi summa rectarum 1 a, $b\ c$, $d\ e$, etc., celeritatum nempe partialium, quas corpus in singulis tempusculis acquisivit. Atqui triangulorum similium A 1 a, A 2 c,... A B C latera homologa sunt proportionalia; ergo A 1 : 1 a = A 2 : 2 c = A B : B C, id est *in corporibus ex gravitate decidentibus celeritates sunt in directa temporum ratione.*

206. Hic autem sponte sese offert haec questio: Ubi de motu uniformi sermonem habuimus, diximus spatium esse factum ex tempore et celeritate, adeoque per rectangulum exprimi posse, cujus duo latera celeritatem, tempusque exhibeant. Cur autem in motu gravium decidentium idem spatium per triangulum exhibetur? En responsum. Si recta AG (Fig. 71.) temporis unitates repraesentans in partes aequales dividatur, B o exhibet, ex. gr. ce-

leritatem, quam mobile in prima temporis unitate a vi acceleratrice recipit. Haec celeritas si uniformiter ab initio ageret, spatium hoc primo tempusculo descriptum exhiberetur a rectangulo B *m;* si agere inciperet in fine ejusdem tempusculi, nullum existeret rectangulum, adeoque nullum spatium huic temporis unitati jam transactae attribui posset. Pari ratione, celeritas secundi tempusculi quum aequalis esse debeat 2 B *o* = B *n*; si haec mobili concederetur in hujus secundi tempusculi initio, spatium exhiberetur a rectangulo C *n*; e contrario exprimeretur a rectangulo C *o*, si celeritatis augmentum corpori in fine secundi tempusculi accederet. Eodem ratiocinio inveniemus in primo casu spatium totale exprimi a summa rectangulorum B *m*, C *n*, D *p* .... G *s*; in posteriori vero a summa rectangulorum B *m*, C *o*, D *z*, ... G *r*. Attamen in casu vis acceleratricis neutra hypothesis est vera: nam *celeritas infinitesima* in primo tempusculo, in secundo, in tertio etc., evadit *finita;* hinc temporum unitates tamquam infinitesimas concipiendo, inveniemus omnia haec rectangula magis magisque ad triangulum accedere, et cum eo confundi debere. Triangulum itaque est horum rectangulorum *limes*; adeoque spatium motu uniformi descriptum exhiberi potest a triangulo isoscele rectangulo, cujus catheti denotant alius quidem tempora, alius autem celeritates.

207. His positis, si littera g exprimamus celeritatem, quam gravitas in singulis tempusculis corpori imprimit; successiva celeritatis augumenta exhibentur a terminis seriei arithmeticae crescentis g, $2\,g$, $3\,g$., etc.; quare post tempus quodlibet a t designatum, celeritas a mobile acquisita erit aequalis actioni gravitatis toties repetitae, quot fuerint tempuscula decursa; scilicet erit $v = g\,t$. Idcirco in triangulo A G H, A G erit $= t$, et G H $= g\,t$. Atqui triangulum A G H $= \left(\frac{\text{G H} \times \text{A G}}{2}\right)$; triangulo autem spatium a mobile decursum exhibetur; ergo erit $s = \frac{gt.t}{2} = \frac{gt^2}{2}$. Ex his duabus formulis, scilicet $v = g\,t$, et $s = \frac{g\,t^2}{2}$, omnes motus uniformiter accelerati leges eruuntur. Si namque faciamus $g\,t' = v'$ pro alterius mobilis celeritate, his inter se comparatis, erit,

$$1.^\circ \; gt : gt' = v : v' = t : t'.$$

Si vocemus s' spatium ab alio mobile descriptum tempore t', erit etiam $s' = \frac{g\,t'^2}{2}$; et comparatione pariter instituta, erit:

2.° $s : s' = t^2 : t'^2 = v^2 : v'^2$.

3.° $t : t' = \sqrt{s} : \sqrt{s'} = v : v'$.

4.° Si in aequatione $s = \frac{gt^2}{2}$ substituamus tempora successive crescentia ; si nempe successive faciamus $t = 1, t = 2, t = 3, t = 4$ etc. ; spatia singulis his temporibus respondentia exprimentur ab $s = \frac{g.1}{2}$; $s' = \frac{g.4}{2}$; $s'' = \frac{g.9}{2}$; $s''' = \frac{g.16}{2}$ etc. Hinc si haec spatia seorsim spectentur , erit spatium primo tempusculo descriptum $s = \frac{g.1}{2}$; spatium secundo tempusculo peragratum erit $s' - s = \frac{g}{2}(4-1)$ $= \frac{3.g}{2}$; spatium tertio tempusculo percursum erit $s'' - s' = \frac{g}{2}(9-4)$ $= \frac{5.g}{2}$; spatium quarto tempusculo emensum erit $s''' - s'' = \frac{g}{2}(16-9)$ $= \frac{7.g}{2}$. Hinc, quum singula haec producta factorem communem $\frac{g}{2}$ habeant, sequitur ipsa esse inter se ut reliquos factores 1, 3, 5, 7, etc.; nempe spatia in singulis successivis aequalibus temporibus percursa, idest s, $s' - s$, $s'' - s'$, $s''' - s''$ esse inter se ut 1, 3, 5, 7 etc: . . . . . In motu itaque uniformiter accelerato

1.° Celeritates sunt in directa temporum ratione.

2.° Spatia sunt ut temporum, vel ut celeritatum quadrata.

3.° Tempora , et celeritates sunt ut spatiorum radices quadratae.

4.° Spatia singulis seorsim temporibus percursa sunt inter se ut numeri impares crescentes.

208. Quae hucusque a formulis algebricis deduximus theoremata, sensibiliter etiam a *Plano velocitatis* exhibentur. (Fig. 72.) Triangula enim similia A b c, A d e..... A B C sunt in duplicata laterum A b, A d, A e etc., vel B i, B x.... B C ratione : atqui latera A b, A d.... tempora exprimunt ; latera vero B i, B x... B C exhibent celeritates; ergo etiam ex hoc liquet, spatia esse in duplicata tum temporum, tum celeritatum ratione. Quocirca si spatium uno tempusculo percursum sit = 1, spatium duobus tempusculis descriptum erit = 4, tribus tempusculis = 9 , et sic deinceps; ita ut si tempora exhibeantur a numerorum naturalium serie 1, 2, 3, 4 , 5, 6, 7 etc. ; spatiorum descriptorum summa exhibebitur a serie numerorum quadratorum 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 etc., quorum illi sunt radices. Idem etiam ex hac alia observatione evincitur. In eodem velocitatis Plano spatium descriptum in fine primi tempusculi exhibetur a triangulo A b c; in fine secundi tempusculi a triangulo A d e, quod prioris est quadruplum; in fine tertii a triangulo A e f,

quod prioris est nonuplum, etc. Haec lex semper locum habet ubi spatia ab initio motus simul sumpta computentur.

209. Spatia vero singulis seorsim tempusculis percursa esse inter se ut numeros impares naturales crescentes 1, 3, 5, 7, 9... ita etiam ad oculum evincitur. Si a spatio 4 duobus tempusculis percurso dematur 1, nempe primi tempusculi spatium, pro solo secundo tempusculo supererit spatium 3. Si a spatio 9 tribus tempusculis confecto dematur spatium primis duobus tempusculis descriptum, nempe 4, supererit pro tertio dumtaxat tempusculo spatium 5, et sic porro. Idem etiam ex figura 72 liquet. Spatium primi temporis exprimitur triangulo A*bc*; spatium secundi temporis designatur trapezio *bdec*, quod triplum est trianguli A *bc*; similiter trapezium *defe* quintuplum est ejusdem trianguli A *bc*; trapezium denique *eghf* septuplum; trapezium *g*BC*h* nonuplum est ipsius trianguli A *bc*.

210. Liquet etiam, spatium, quod corpus motu uniformiter accelerato, post certum quoddam tempus describit, esse dimidium illius spatii, quod eodem tempore describeret, si cum velocitate sibi ultimo comparata motu uniformi ab initio processisset. Quum enim spatium percursum tempore A*b* (Fig. 73) motu uniformiter accelerato a triangulo A*bc* designari debeat; si mobile cum velocitate *bc* sibi ultimo comparata motu aequabili semper processisset per integrum tempus A*b*, spatium ab eo peragratum indicari debuisset rectangulo A*bcx*, quod trianguli A*bc* est duplum.

211. Omnia, quae de gravium perpendiculariter descendentium motu diximus, de motu eorumdem ascendentium intelligenda sunt, sed ordine inverso. Nam corporis sursum projecti celeritas eadem ratione decrescit, qua augetur; contrarii itaque effectus sequi debent in motu corporum sursum projectorum. Hinc 1.° eorum motus erit aequabiliter retardatus; 2.° spatia ab ipsis percursa seorsim sumpta erunt inter se ut numeri impares naturales decrescentes 9, 7, 5, 3, 1; 3.° simul autem ab initio motus spectata erunt ut temporum vel celeritatum quadrata, etc.; 4.° denique si mobile cum velocitate sibi ultimo comparata in motu uniformiter accelerato sursum urgeatur, ad eamdem perveniet altitudinem motu retardato, a qua motu accelerato descendere coepit, idemque prorsus spatium describet ascendendo, quod descendendo percucurrit.

212. Ne autem hae omnes accelerationis gravium Leges infoecundae credantur, praestat hic notare, Physicos omnes post Galilaeum, praecipue vero PP. Ricciolium, et Grimaldium innumeris propemodum experimentis spatii quantitatem, quam corpora libere decidentia dato tempore describunt, determinasse. Hi duo enim demisso pluries ex turre Bononiensi 280 pedes romanos alta, globo octo unciarum ponderis, invenerunt hunc in primo minuto secundo descripsisse 15 pedes romanos, in altero vero 60, in ter-

tio 135, in quarto denique 240. Haec experimenta ab omnibus Europae Academiis pari successu repetita, accelerationis gravium Leges extra omnem dubitationis aleam posuerunt. Ex his enim observationibus liquet, singulis minutis secundis spatia sibi respondere juxta seriem numerorum imparium; et omnibus minutis ab initio motus computatis, spatia esse ut temporum quadrata. Si namque a numero 60 detrahas 15, nempe pedes primo minuto secundo descriptos, supererunt pedes 45 pro secundo tantum minuto: si ex 135 detrahas 60, supererunt pedes 75 pro tertio minuto; si ex 240 detrahas pedes 135, remanebunt pedes 105 pro quarto minuto secundo. Spatia ergo singulis secundis descripta erunt ut 15, 45, 75, 105, qui numeri divisi per 15 sunt in ratione numerorum imparium 1, 3, 5, 7. Patet etiam spatia esse ut temporum quadrata ab initio motus computata: nam in secundo minuto pedes sexaginta sunt productum numeri 15 in 4, quorum hic est quadratus numeri 2; in tertio minuto pedes 135 sunt productum 15 in 9 quadratum numeri 3 minuta secunda exprimentis; in quarto pedes 240 sunt productum 15 in 16, quorum secundus est quadratus numeri 4. Huygens accuratioribus experimentis institutis, deprehendit spatium a mobile decidente peragratum intra unius secundi intervallum esse pedum parisiensium 15, 1, seu metrorum 4,9044.

213. His positis, reperire possumus non modo spatium, quod grave normaliter decidens dato tempore percurrit; verum etiam, dato spatio emenso, determinare tum tempus, intra quod illud percurrit, tum celeritatem quam in fine descensus acquisivit. Si, ex. gr., scire voluerimus turris altitudinem, ex cujus vertice corpus quoddam libere demissum intra trium min: secundorum intervallum super terram decidit, id consequemur ducendo quadratum temporis, scilicet 9, in numerum pedum, quos mobile percurrit in primi minuti intervallo; habebitur ideo $15,1 \times 9 = 135,9$ (212). Pari modo, si mobile ex quadam turri alta 135,9, pedes deciderit, inveniemus illud spatium peragrasse intra trium minutorum intervallum; nam $\frac{135,9}{15,1} = 9$, cujus radix quadrata est 3 (1). Idem de celeritate dicendum.

(1) Diximus (210) mobilis celeritatem, ubi vis acceleratricis impulsus statim post primum tempusculum cessaret, eam esse ut in secundo temporis intervallo spatium duplum percurreret. Hinc in hoc secundo temporis intervallo mobile pedes parisienses 30,2, vel metra 9,8089. describeret. Quare si velocitatem hoc spatio repraesentare libeat, erit $g = 30,2$ pedes parisienses, vel $= 9^{m},8089$; adeoque si spatium dato tempore, ex. gr., trium minutorum intervallo, a mobile libere decidente percursum invenire voluerimus, id etiam consequemur si in formula $s = \frac{gt^2}{2}$ substituamus 30, 2

214. Quae hactenus diximus vera sunt ubi gravia in medio non resistente decidant, vel quum sub parvo volumine maximam contineant massam, quae medii resistentiae obluctari valeat, uti sunt globi plumbei, aurei etc.: alioquin in experimentis capiendis aliqua habebitur a theoria discrepantia, quae nonnisi a medii resistentia repetenda est, cujus Leges alibi expendimus (197, seq.). Id etiam ex observatione confirmatum fuit. Desaugulerius enim Londini in templo s. Paulli, spectantibus Newtono, Hallejo, aliisque clarissimis viris, ex altitudine pedum anglicanorum 272 demisit globum plumbeum, cujus diameter erat duorum pollicum, qui post minuta $4\frac{1}{4}$ solum tetigit; quum tamen ex accelerationis Lege eo temporis intervallo pedes anglicanos plusquam 290 conficere debuisset. Postea demisit globum ex spissa charta compositum, cujus diameter erat 5 pollicum, isque ex altitudine praefata delapsus est inter minuta $6\frac{1}{2}$, quo tempore 679 percurrere debuisset (1). Patet igitur, pro diversis corporibus aerem plus minusve resistere, adeoque hanc resistentiam esse pene insensibilem prout gravia sunt ponderosiora, et altitudo, ex qua descendunt, non nimis magna.

215. Haec omnia tum theoremata, tum corollaria de gravium descendentium motu accelerato comprobantur, et ad oculum demonstrantur ope ingeniosissimae Machinae, quam illustris D. Atvvood confecit. Ejus descriptionem, et modum illam adhibendi videsis apud Pouillet (Physiq. T. 1. L. 1. C. 2, n.° 40.), et obvios quoslibet Physicae Tractatores.

ARTICULUS SECUNDUS.

DE MOTU GRAVIUM PER PLANA INCLINATA DESCENDENTIUM.

216. In constabilienda gravium descendentium theoria posuimus nullum ipsis impedimentum obluctari. Haud raro tamen evenit, ut actioni gravitatis perpendiculari aliqua opponatur resistentia ab aliquo plano ad horizontem plus minusve inclinato. In hoc casu qui-

pro g, et 3^2 pro t^2. Erit itaque $s = \frac{30,2 \times 3^2}{2} = \frac{2718}{2} = 135,9$.

(1) Pes anglicus brevior est parisiensi; nam grave cadens percurril intra unum min: secundum pedes parisienses 15,1, pedes autem anglicos 16,1 juxta Desaugulerium. Quapropter grave libere decidens quum in primo minuto secundo percurrat 16 pedes anglicos, in altero pedes 48 describere debuisset, in tertio pedes 80, in quarto pedes 112, in $\frac{1}{4}$ ejusdem pedes 36; quorum summa efficit 292.

bus Legibus obsequetur gravium motus? Haec veniunt in hoc capite breviter discutienda.

217. Sit corpus M super planum inclinatum AC positum (Fig. 74). Ex iis, quae alibi diximus (157.) liquet, ejus absolutae gravitatis partem a plani resistentia elidi debere. Demissa a gravitatis centro E perpendiculari E D ad horizontis planum, haec recta gravitatem absolutam corporis M exprimet, gravitatem nempe, qua corpus libere terram peteret, nisi plani resistentia ejus actioni obluctaretur. Resolvatur haec in duas, nempe EF plano inclinato perpendicularem, et EH ipsi parallelam; manifestum est, ex his duabus viribus illam, quae per E F repraesentatur, nihil conferre ad corporis descensum; tota enim impenditur in pressione plani, a quo penitus eliditur. Sola itaque supererit vis per F H expressa, quae plani resistentiam superat, et corpus ad descensum per planum inclinatum sollicitat. Harum prima dicitur *vis a plano elisa*, vel simpliciter *pressio*; altera vero ea est, quam *gravitatem relativam* alibi diximus (160.). Gravitas absoluta corporis M igitur est ad ejus gravitatem relativam ut EG : EH = FG; eadem gravitas absoluta est ad pressionem ut EG : EF; tandem gravitas relativa est ad pressionem ut EH = FG : EF. Atqui ob triangula similia ABC, EFG est 1.° EG : FG = AC : AB; 2.° EG : EF = AC : BC; 3.° FG : EF = AB : BC; linea autem AC est plani longitudo, AB ejus altitudo, et BC ejus basis; evidens itaque est 1.° *gravitatem absolutam esse ad relativam ut plani longitudo est ad ejus altitudinem*; 2.° *gravitqtem absolutam esse ad pressionem ut plani longitudo est ad ipsius basim*; 3.° *denique gravitatem relativam esse ad pressionem ut plani inclinati altitudo ad camdem basim* (1). Quumque omnes hae rationes sint immutabiles, etiam inter gravitatem absolutam et relativam immutabilis ratio adesse debet. Si idcirco gravitas absoluta in locis a terrae superficie non longe dissitis est vis constans, talis etiam sit gravitas relativa oportet. Quare omnes motus gravium verticaliter et absolute descendentium Leges superius expositae corporibus ex gravitate relativa descendentibus convenire debent.

218. Quum proinde motus corporis per planum inclinatum descendentis ab eadem caussa procedat, nempe a gravitate relativa, quae cum absoluta eadem est; debet pariter esse uniformiter acceleratus (204. seq.): ejus celeritas crescet in directa temporum ratione: spatia seorsim aequalibus temporibus descripta erunt inter se ut numeri impares 1, 3, 5, 7, etc.; simul vero sumpta

(1) Mechanici eadem theoremata his etiam vocabulis exprimunt. 1. Gravitas absoluta est ad relativam ut radius ad sinum anguli inclinationis. 2. Gravitas absoluta est ad pressionem, ut radius ad cosinum anguli inclinationis; 3. gravitas relativa est ad pressionem ut sinus ad cosinum. In hoc casu A C est radius, A B sinus, et B C cosinus anguli inclinationis A C B.

ab initio motus erunt ut quadrata temporum vel celeritatum : tempora vel celeritates erunt ut spatiorum radices quadratae : denique spatium, quod grave per planum inclinatum descendens percurret, erit dimidium illius, quod eodem tempore conficeret, si velocitate sibi ultimo comparata ab initio uniformiter moveretur. Eadem de caussa, corpora per planum inclinatum ascendentia iisdem subjiciuntur *retardationis* Legibus, quibus corpora perpendiculariter ascendentia obsequi demonstravimus (211). Haec adeo vera sunt, ut Galilaeus ex corporum motu per plana inclinata omnes gravitatis absolutae Leges deduxerit. Praestat itaque quasdam utriusque motus, verticalis scilicet et per plana inclinata, relationes evolvere.

219. Et 1.° quidem, celeritas a corpore per planum inclinatum A C descendente post aliquod datum tempus acquisita est ad celeritatem, quam acquireret verticaliter cadendo ab altitudine A B, ut altitudo A B ad longitudinem A C, seu *ut sinus anguli inclinationis ad radium*; prior scilicet descensus est tardior descensu posteriori. Celeritates enim sunt effectus gravitatum, quae quum sint ejusdem naturae, effectus producere debent sibi proportionales : atqui gravitas relativa est ad absolutam ut altitudo plani ad ejus longitudinem (217); in eadem igitur ratione erit celeritas corporis per planum descendentis ad celeritatem illius, quod per verticalem altitudinem decidit. 2.° Spatium in plano A C descriptum est ad spatium eodem tempore emensum per altitudinem A B, ut celeritas acquisita in plano ad celeritatem acquisitam in descensu per altitudinem, sive ut plani altitudo A B ad ejus longitudinem A C (ex num. antec.). Spatia enim sunt virium motricum effectus ipsis proportionales, adeoque ut gravitas absoluta ad relativam.

220. Hinc si in plano inclinato AC (Fig. 75) ab inferiori extremitate altitudinis AB excitetur eidem plano perpendicularis B D, facile erit definire plani inclinati portionem, quam grave percurreret eodem tempore, quo verticaliter totam A B descripsisset. Spatium istud erit A D. Ob triangula enim A B C, A B D similia, utpote rectangula in B, et in D, erunt A C : A B : A D ∺. Si itaque A B celeritatem a mobili verticaliter cadente acquisitam designet, ac proinde spatium ab eodem emensum; latus A D celeritatem indicabit, quam idem mobile per planum eodem tempore acquisivit, nec non et spatium, quod per idem percurrit. Quapropter si fuerint plura plana A C, A C′, A C″... (Fig. 76.) eamdem altitudinem habentia, spatia super iis descripta a gravi eodem tempore, quo altitudinem verticalem A B percurreret, definirentur, si ab extremitate inferiori B excitarentur perpendiculares B D, B D′, B D″,.... planis occurrentes; spatia enim tunc erunt A D, A D′, A D″,...

221. Ex hoc infertur quod si diameter alicujus circuli perpendiculariter horizonti insistat, ducanturque ex ejus extremitatibus chordae quaecumque, hae omnes a gravi intra idem tempus percurrentur. Quum enim anguli omnes in semicirculo sint recti; lineae C b, C d (Fig. 77.) erunt lineis Ab, Ad perpendiculares. Idem de lineis C b', et C d' dicendum. Plana autem A B, AB′,CD,CD′ pro communi altitudine habent circuli diametrum AC; ergo omnes chordae A b, Ad, b' C, d' C describentur eodem tempore, quo circuli diameter. Quocirca si intra circulum A B (Fig. 78.) ducantur plures chordae A b, A c, A d, A f, et circulus minor A m tangat majorem in A, etiam segmenta chordarum hujus circuli minoris describentur eodem tempore, quo ipsius diameter verticalis.

222. Tempus, intra quod grave per planum inclinatum descendit, est ad tempus, quod insumit ad emetiendam altitudinem ipsius verticalem, *ut plani longitudo ad ejus altitudinem*. Ducta enim a puncto C (Fig. 79.) perpendiculari C D, quae plano A B occurrat, erit tempus, intra quod grave descendit per A B, ad tempus sui descensus per AE, ut $\sqrt{AB}$: $\sqrt{AD}$ (218), seu ut A B: A C, quum A B, A C, A D sint in proportione continua. Quapropter, ob aequalia tempora, intra quae corpus descendit tum per A D, tum per A C, recta A C rectae A D substitui potest; eritque idcirco tempus, quo grave descendit per planum inclinatum A B, ad tempus, quo descenderet per altitudinem perpendicularem, ut A B: A C, seu *ut plani longitudo ad ipsius altitudinem*.

223. Quamvis autem grave ex altitudine verticali descendat intra minus temporis intervallum, quam per plani inclinati longitudinem; eadem tamen celeritate in fine sui motus praeditum erit tam si per altitudinem, quam si per longitudinem plani dati descendat. Celeritas enim, quam mobile per planum inclinatum descendens habet in B est ad illam, quam habet in D, ut $\sqrt{AB}$: $\sqrt{AD}$ (218.), seu ut A B: A C. Atqui ratio celeritatis ejusdem mobilis perpendiculariter descendentis est ad illam, quam habet in D per planum inclinatum descendendo, etiam ut A B: A C (217). Quum igitur eidem rationi A B : A C aequalis sit tum ratio celeritatum acquisitarum per A B et A D, tum celeritatum per A C, et A D, habebitur haec proportio,

cel. per A B: cel. per A D = cel. per A C; cel. per A D,

in qua proportione quum consequentes sint aequales, etiam antecedentes aequales esse debent; celeritas scilicet acquisita in fine motus per A B, et celeritas acquisita in fine motus verticalis. Nec immerito. Gravitas enim relativa per planum A B singulis aequalibus momentis minorem quidem corpori celeritatem tribuit, quam per altitudinem A C (219.); tempus tamen descensus per A B tanto majus est, quanto minor est celeritas corpori tributa a gravita-

te relativa. Hinc etsi per A B grave diutius moretur, quam per A C, in C et in B nihilominus eamdem celeritatem acquisivisse invenietur, quamvis haec adsit temporis differentia. Si itaque fuerint diversa plana inclinata aeque alta, ut A C, A C′, A C″, etc. (Fig. 76.), grave per ea descendens aequalem omnibus celeritatem acquiret in fine sui descensus; quia per diversa ea plana eamdem acquirit celeritatem, quam per communem perpendicularem altitudinem A B acquisivisset.

224. Ex hoc pariter liquet, quod si fuerint plana ad se invicem inclinata A b, b c, c d, d C (Fig. 80), corpus per haec plana demissum eamdem habebit celeritatem in fine descensus, nempe in C, quam haberet in B cadendo a verticali altitudine A B; dummodo tamen plana ea obliquitate ad invicem inclinentur, qua angulum obtusissimum, et 180.° quantitate infinitesima minorem conficiant. Tunc enim celeritas per A b eadem est cum celeritate per A b'; celeritas per b c eadem est ac celeritas per $b'c'$, et sic porro. Celeritates igitur per A b, b c, c d, d C, erunt ut celeritates per A $b' + b'c' + c'd' + d$ B, idest ut celeritas per A B: resistentiae vero, quas mobile patitur in singulorum planorum ingressu, considerari possunt tamquam evanescentes, utpote quae a Mechanicis pro infinitesimis secundi ordinis accipiuntur, ut egregie demonstrat D.s d'Alembert in sua Dynamica. Aliter instituendum esset ratiocinium ubi planorum flexus hac obliquitate non donaretur; in hoc enim casu corpus a plano A b ad planum b c transiens non eam ipsam retineret celeritatem, quam in b acquisivit, sed paullo minorem, ut primus omnium adversus Mechanicos contrarium sentientes demonstravit Petrus Varignonius anno 1693 (1), qui definivit, celeritatem in b acquisitam esse ad celeritatem, qua corpus ingreditur contiguum planum b c, ut *radius ad sinum complementi* anguli A b c, id est ad sinum anguli A b m.

ARTICULUS TERTIUS

DE GRAVIUM DESCENSU PER LINEAS CURVAS, ET DE PENDULORUM OSCILLATIONE.

225. A motu gravium per plana ad se invicem inclinata ad eorumdem motum per lineas curvas facilis est transitus. Quum enim omnes lineae curvae spectari possint tamquam congeries infinitorum laterum infinitesimorum sub angulo evanescente sibi occurrentium; quidquid nuper (224.) de planis sibi mutuo inclinatis dictum est, lineis etiam curvis aptari potest. Quocirca grave de-

(1) Mem. de l'Acad. des Scien. de Paris, an. 1693, et 1704.

cidens per lineam curvam A D B (Fig. 81.) eam adquirit celeritatem, quam acquireret verticaliter per AC descendendo ; ita ut hoc generale Theorema enunciare possimus: *Corpus per lineam curvam decidens, in singulis hujus punctis eam habet celeritatem, qua donaretur, si a respectiva perpendiculari altitudine cecidisset; eademque celeritas in fine descensus ita se habet, ut nisi aer resisteret, mobile ad eam ipsam altitudinem motu retardato perveniret, ex qua motu accelerato descendit.* Ex eo autem, quod gravitatis actio in mobile diversimode se exerat pro varia lineae curvae inclinatione, quae nunc magis, nunc minus ejusdem effectibus obluctatur, evenit ut non sine aliqua difficultate definiri possit tempus, quod mobile per eamdem descendendo insumit. Omnia, quae hoc super argumento sunt altioris indaginis, iis relinquimus, quibus in eos Geometriae sublimioris recessus penetrare permittitur, quos hic aperire non licet: nobis autem sufficiat quaedam facilioris captus, et in communem vitae utilitatem accommodata dumtaxat statuere.

226. Paradoxo simile est sequens Theorema; attamen nulla veritas majori evidentia suffulta. *Etsi arcus circuli longior sit chorda sibi subtensa, grave tamen per arcum descendens minus temporis intervallum insumit, quam si per chordam descendisset.* Id patet ex sola figurae 81 inspectione. Dimidium enim arcus A D in superiori parte jacens minus horizonti inclinatur, quam chordae pars A E eidem respondens; quocirca gravitas magis suam edit actionem in grave, quod per arcum decidit, quam in aliud, quod per chordam pari tempore descenderet. Illud itaque in D punctum medium sui descensus pervenit antequam istud in E punctum chordae medium perveniet. Quumque celeritas acquisita in puncto D arcus ea sit major, quam habet mobile in puncto E, etiam ex eo quod punctum D est perpendiculariter puncto E inferius; et celeritates sunt ut altitudinum radices (218.); evidens est, ob hanc duplicem caussam mobile velocius urgeri per arcus dimidium, quam per dimidium chordae. In inferiori autem dimidio arcus D B et chordae E B, etsi arcus magis inclinetur, quam chorda, duplex tamen illa celeritas a mobile per A D acquisita efficit ut ad punctum B illud perveniat per D B antequam ibidem per EB perducatur. Liquet proinde, *tempora quae gravia insumunt per circuli arcum, ac per ejus chordam* descendendo, non esse *isochrona* (1) idest *aequalia*, sed *in minori tempore arcum, quam chordam percurrere.*

227. Est et alia curva, quae gravium descensui magis favet, eamque *Cycloidem* vocant Geometrae (2). Ejus praecipua proprietas

(1) Ab ἴσον, aequale, et χρονός, tempus.

(2) En modum, quo haec curva describitur. Circulus BC (fig. 82) tangens in puncto B rectam B *b*, moveatur super illam seipsum circumvolvendo, donec evehatur

haec est, ut si axim ad perpendiculum erectum habeat, vertice deorsum verso, *tempora, quibus mobile a quovis ejus puncto demissum, ex. gr.* A, F, I, *ad punctum infimum* B *pervenit, sunt inter se prorsus aequalia* (Fig. 83.). Positis enim duobus gravibus in F, et in I, quum tangentes F *m* et I *o* parallelae sint chordis G B et K B circuli generatoris (n. 4. notae), patet, gravia eadem vi in F et in I, atque in G B et in K B, tamquam in planis similiter inclinatis urgeri: at vis, qua graves accelerantur in punctis F et I per cycloidis longitudinem F I B eadem est ac vis, qua accelerantur per tangentes F *m*, I *o* (222.); gravia igitur eadem vi accelerantur in F et in I descendendo per cycloidis longitudinem, ac si in chordis G B, K B descenderent. Atqui arcus cycloidales F B, I B dupli sunt chordarum G B, K B sibi respondentium (n. 2. notae); vires ergo acceleratrices his chordis proportionales eamdem ad arcus cycloidales rationem habent; ac proinde tempora, quae in iis describendis insumunt, sunt aequalia (1). Hinc *cyclois* dicitur curva *tautochrona* (2), id est, per quam grave descendens *idem tempus* semper expendit.

228. Ex hac prima cycloidis proprietate liquet et alia ejusdem curvae, nempe eam esse curvam *brachistochronam* (3), sive *lineam celerrimi descensus*; qua efficitur ut grave celerius descendat a puncto D (Fig. 84.) ad inferius punctum C per obliquam viam, id est per cycloidem D *m* C, quam vel per rectam D C eidem subtensam, vel per circuli arcum D *n* C per eadem duo puncta transeuntem. Id a diversa gravitatis efficacia repetendum est: haec enim minus impeditur in cycloide inversa, cujus positio lineae verticali magis accedit, quam in circuli arcu, vel in ejus chorda. Praeterea in cycloide tum minimus quilibet arcus, tum maximus eodem tempore describuntur; id quod neque in circuli arcu, neque in ejus chorda evenit (4). Idem etiam experimento comprobatur. Si enim eodem

rectam B *b* suae circumferentiae aequalem; et punctum B completo circuitu, perveniat in *b*. Curva a puncto B hoc modo descripta est *Cyclois*. Circulus B C dicitur *circulus generator*; recta B *b* *basis* dicitur, e cujus media parte A si excitetur perpendicularis A G, haec *axis cycloidis* appellatur. Rotae curruum, quum hi moventur, cycloides jugiter in aere describunt. Praecipuae hujus curvae proprietates haec sunt. 1. Si circulus generator circa axem constituatur, et a quovis cycloidis puncto ordinetur ad axem recta C E secans circuli peripheriam in D, recta C D aequalis est arcui circulari DG: 2. quivis arcus cycloidalis ut CG est duplus chordae DG sibi respondentis: 3. semicyclois est aequalis duplae diametro AG; 4. denique tangens CF ex puncto cycloidis C ducta usque ad axem protensum in F, parallela est chordae D G, quae a vertice G ad punctum D illi respondens ducitur.

(1) Haec demonstratio minus accurata nonnullis geometris videtur. Nos autem hic eam consulto retulimus, ob rationem saepe repetitam, ut nempe tyronibus, qui Geometriam primoribus tantum labiis degustarunt, satisfaceremus.

(2) Ex ταύτη, ipsa, et χρόνος, tempus.

(3) Ex βράχιστος, brevissimus, et χρονος.

(4) V. Poisson *Mechanique* t. 1. n. 280; et Francoeur, *Mechanique element:* n. 198.

temporis momento tres globuli eburnei demittantur ex altitudine trium canaliculorum eumdem verticem habentium, quorum unus sit cycloidalis, alter circularis, tertius denique rectilineus, globulus per cycloidalem canaliculum demissus citius imum punctum (Fig. 85.) pertinget, quam globuli per alios duos excurrentes. Si vero fuerint duo canaliculi cycloidales aequales, et aeque horizonti inclinati, et inde a diversis altitudinibus duo globi demittantur, hi eodem tempore ad imum punctum pervenient. Evidens igitur est, cycloidem esse curvam *tautochronam*, et *brachistochronam*.

229. Quod si grave quodvis filo suspendatur ab immobili puncto A (Fig. 86.) quin e plani curvilinei altitudine demittatur, tunc demum quiescet, quum perdendiculariter puncto suspensionis suppositum sit. Si autem ex hoc verticali ejus situ dimoveatur, et ad aliquam attollatur altitudinem, veluti in C, vi propriae gravitatis descendet ad imum punctum B, in quo ea praeditum erit celeritate, qua ad eamdem altitudinem ascendere poterit (211.); et reipsa quidem a puncto B in D ascendet, describendo arcum B D = B C. Quum ad D perventum fuerit, iterum ex gravitate descendet in B, atque nova iterum acquisita velocitate rursus ascendet per B C = B D; quo facto, iterum descendet, ascendetque; hancque periodum aeternum continuaret, itus reditusque reciprocos semper aequales motu perpetuo absolvendo, nisi adesset tum aeris resistentia, tum fili affrictus circa punctum suspensionis; quae duae caussae ascensus et descensus segniores reddunt, et grave filo suspensum, motu extincto, ad quietem in situ verticali redigunt.

230. Grave filo suspensum *pendulum* vocatur. Ejus descensus ex C in B, et ascensus per arcum B D = B C dicitur *vibratio*, seu *oscillatio*; solus vero descensus, vel solus ascensus dicitur *semi-oscillatio*. Penduli *longitudo* est ipsa fili, a quo grave pendet, longitudo; punctum, cui filum appenditur, *centrum motus*, seu *oscillationis* nominantur. Pendulum est vel *simplex*, vel *compositum*. Illud constat unico pondere instar puncto considerato, et lineae inflexibili, gravitatis experti, filo exilissimo ex. gr., circa centrum convertibili est appensum; posterius vero est illud, a cujus filo metallico, gravitate praedito, pendet globus ponderosior, qui *Lens* dicitur; vel cujus filo plures globi ad diversas a centro oscillationis distantias sunt appensi. Pendulorum notitia maximi interest, quum eorum ope habeatur accurata temporis mensura, et tum ad determinandam Telluris figuram, tum ad theoriam gravitationis universalis confirmandam, tum denique ad demostrandum Telluris motum, ex recentissimis D.ni Focauld observationibus, plurimum inserviat. Hinc permulta, eaque praeclara, de motu pendulorum post Galilaeum Physici demonstrant. *Post Galilaeum* dixi: hic namque primus fuit qui Pisis in Majori Ecclesia observans motum lampadis,

quae casu agitata fuerat, de oscillatorio pendulorum motu cogitavit; Leges, quibus absolvitur, detexit; et pendulum in astronomicis observationibus, quae accuratissimam temporis postulant mensuram, adhibuit. Hugenius autem horologia automata Pendulis instruxit ad eorum motus moderandos. Hic universaliores, et utiliores tantum trademus Leges, quae usui magis servire possunt.

231. Leges generaliores pendulorum ad tres sequentes reduci possunt. 1.ª *Pendula aequalis longitudinis per minimos arcus, licet inaequales, oscillantia, physice et sensibiliter vibrationes isochronas conficiunt; earumque vibrationum amplitudo ad ipsarum durationem ne minimum quidem confert.* (Dicuntur *arcus minimi* illi, qui propriae peripheriae non sunt partes sensibiles, seu qui 3 gradus non excedunt; nam oscillationes, quae fiunt per arcus 4 vel 5 graduum, non reputantur quasi per minimos arcus factae, longioremque habent durationem (1)). 2.ª *Oscillationum duratio neque a globi appensi pondere, neque ab ejus forma vel materia pendet.* 3.ª *Tempora, quae duo Pendula insumunt ad oscillationes conficiendas, sunt ut radices quadratae suarum longitudinum.* Hae leges strictim a Mechanicis ope Analysis demonstrantur: Physici vero rationibus et experimentis hoc modo ea confirmant.

232. Multa oscillationum centena, inquit cl. Pouillet (2), numerare oporteret ut primam legem accurate ex experientia demonstrare possemus; id autem est factu difficillimum. Satis itaque fuerit observationibus D. de Mairan inhaerescere. Observavit hic quidem in 100 oscillationibus duorum pendulorum, quorum longitudines erant diversae, quaeque arcus minimos inaequales describebant, discrimen temporis, quo conficiebantur, vix sensibile fuisse. Idem etiam inspexit, in duobus pendulis, quorum unum describebat arcum minimum, alterum vero arcum 3 gradum, differentiam inter vibrationes 11382 in utroque pendulo esse unius tantum vibrationis; inde autem deduxit, quod si arcus alterius penduli esset 2

(1) Dicimus arcus, qui 3 gradus non excedunt, *arcus minimos* dici posse, quia si habeatur pendulum longum sex pedes, seu pollices 72, quod oscillationes faciat per arcus 3 pollicum, hic arcus ratione totius peripheriae *minimus* vocari potest. Quum enim ratio diametri ad peripheriam sit 1:3,141; radius autem circuli a pendulo describendi quum fuerit pollic. 72, ac proinde diameter pollic. 144, eius peripheria erit pollic. fere 452. Huius peripheriae pollices 3, seu integra oscillatio, conficiunt fere $\frac{1}{150}$, ideoque semioscillatio erit $\frac{1}{300}$ pars, arcus nempe minimus. Circuli peripheria dividitur in 360 gradus; circuli hujus peripheria autem quum sit pollicum 452, si dividas hunc numerum per 360, singulis gradibus pollex $1\frac{28}{90}$ convenient; semioscillatio itaque fuit paullo major gradu circuli, quum fuerit pollicis $1\frac{1}{2}$.

(2) Phys. Lib. 1. c. IV. n. 48.

gradunm, nonnisi per 29000 oscillationes unius vibrationis differentia haberetur. Miraculo simile videtur, pendulum idem temporis intervallum insumere ad describendum arcum $\frac{1}{10}$ gradus, et 10 graduum, id est centies eo majorem : sed admiratio cessabit, si meminerimus, gravitatem in posteriori casu majorem celeritatem gignere, eo quod efficacius, pro majori arcus obliquitate, agat. Praeterea arcus circulorum minimi vix ab arcubus cycloidis differunt: atqui arcus ejusdem cycloidis, utcumque inaequales, eodem tempore describuntur, seu sunt isochroni (227); arcus itaque minimi pendulorum ejusdem longitudinis, utpote quasi arcus cycloidis, licet inaequales, erunt isochroni. Nec aeris resistentia in minimarum vibrationum durationem modo sensibili influit; nam ex observationibus constat, eam ita agere, ut si ex una parte semioscillatio ascendens aliquantulum imminuatur, ex altera vero semioscillatio descendens tantumdem augetur (1). Aeris resistentia nonnisi vibrationum altitudinem imminuit, quia pendulum in semioscillatione ascendente angulum cum verticali conficit minorem eo, quem descendendo confecit; tempus oscillationum nihilominus, sive plus sive minus amplae illae fuerint, semper est idem (2).

233. Secunda lex experimentis etiam evincitur. Si enim duobus filis, quorum aequales fuerint longitudines, suspendantur duo globi diversi ponderis, diversaeque materiae, hi per diuturnum temporis intervallum oscillationes isochronas conficient. Et re quidem vera, gravitatis vis pendulum movens aeque agit in quamlibet materiae atomum, ex qua globus componitur; ac proinde una atomus fili extremo suspensa eadem velocitate suas conficiet oscillationes, qua duae, vel tres, vel plures atomi idem peragerent; gravitas enim est quantitati materiae proportionalis (41). Quum itaque gravitas in omnibus aeque substantiis eamdem semper exerceat actionem; sequitur, unam ac simplicem atomum, seposita aeris resistentia, et fili affrictu circa suspensionis punctum, aeque oscillare ac ingentem globum ex auro, ex plumbo, vel ex aurichalcho confectum; adeoque omnes massas, cujuslibet ponderis illae

(1) Quamvis oscillationes per minimos arcus circulares inaequales sint physice et sensibiliter isochronae, tales tamen non sunt strictim et geometrice loquendo: hinc in horologiis oscillatoriis post magnum oscillationum numerum sensibilis variatio. Christianus Hugenius, ut his occurreret incommodis, in id totus incubuit, ut curvam tautochronam inveniret, et methodum, qua pendulorum oscillationes ad geometricam aequalitatem reduci possent; docuitque id fieri posse si per arcus cycloidales illa excurrerent. Verum quum methodus haec vix ad usum accommodari possit, nec suis careat incommodis; quumque arcus minimi circulares vix differant a cycloidalibus, ideo Physici eam deseruerunt, et pendulis utuntur, qui per arcus circulares excurrunt.

(2) Vide Poisson *Traité de Mechan.* T. I. n. 273.

sint, vibratione isochronas in eadem terrae regione conficere (1).

234. Tertia lex ita a Physicis suaderi solet. Sint duo pendula inaequalis longitudinis A E, A B (Fig. 87) arcus similes F G, C D describentia. Quum ex gravitatis actione moveantur, aequalem haec in singulis imminutionem patietur: atqui arcus C D amplior est arcu F G: tempus itaque, quo pendulum describet arcum C D, majus erit tempore, quod aliud pendulum insumet in describendo minori arcu F G. Sed arcus similes sunt inter se ut eorum chordae; tempora igitur erunt etiam in chordarum ratione. Quum autem chordae sint inter se parallelae; spectari possunt ut duo plana aeque inclinata, in quibus tempora descensus gravium sunt ut planorum percursorum radices quadratae (218); ergo tempora, quae duo pendula insumunt ad describendos arcus C D et F G erunt ut ipsorum arcuum radices quadratae. Sed arcus similes sunt inter se ut radii; ergo tempus oscillationis per C B erit ad tempus oscillationis per F E ut radix quadrata radii A B, seu longitudinis primi penduli, ad radicem quadratam radii A E, qui alterius penduli longitudinem exprimit. Rationi suffragatur etiam experientia. Sumantur namque tria pendula, ex. gr., quorum longitudines sint inter se ut numeri 1, 4, 9; omnia simul unum in locum suspendantur, et eodem tempore moveantur: videbimus, primum pendulum ad oscillationem in suum arcum peragendam tempus insumere ut 1; alterum ad eamdem in arcum similem conficiendam tempus requirere ut 2; tertium denique tempus ut 3 exigere. Atqui numeri 1, 2, 3 sunt radices quadratae longitudinum 1, 4, 9. Tempora igitur, quae duo pendula diversae longitudinis ad arcus similes describendos insumunt, sunt ut radices quadratae suarum longitudinum.

235. Ex hac tertia lege liquet, *pendula breviora citius oscillationes suas conficere, longiora tardius*; nam radix quadrata longitudinis major erit pro majori ipsius penduli longitudine; sed tempora sunt ut radices quadratae longitudinum (234); ergo majus erit tempus si major fuerit penduli longitudo; ac proinde pendulum longius majori tempore, sive tardius, quam pendulum brevius, suas absolvet oscillationes. Hinc evenit ut in horologiis penduli lentem nunc attollere, nunc producere oporteat, ut vibrationes vel ce-

(1) Hoc experimento luculentius demonstratur, gravitatem aeque in omnibus materiae particulis agere: hujus enim veritatis probatio, quam petimus ex Machina Boyleana, cui cylindrus de gravium descensu aptatur (40), non ita in oculos incurrit ut ista: nam ibi gravitas nonnisi in minimo temporis momento suam edit actionem, hic autem ejus effectus sunt perpetui, et in sensus manifeste incurrunt. Quamvis autem caussa motus pendulorum per arcus circulares sit gravitas relativa; quum tamen haec a gravitate absoluta non sit diversa, nostra illatio pro aequali gravitatis actione in omnibus materiae particulis luce meridiana splendidior clarescit.

lerius, vel tardius dato tempore illud perficiat. Sequitur etiam, *pendulorum longitudines esse inverse ut quadrata oscillationum eodem tempore confectarum*. Numeri enim vibrationum duorum pendulorum sunt inverse ut radices quadratae suarum longitudinum; tempus namque, quod pendulum insumit in unica oscillatione peragenda, est inverse ut numerus oscillationum, quas dato tempore peragit; quia quo majorem numerum vibrationum dato tempore conficit, eo brevius esse debet tempus, quod ad unicam oscillationem perficiendam insumit. Sed tempora vibrationum sunt ut radices quadratae longitudinum; ergo numeri harum vibrationum erunt inverse ut radices quadratae longitudinum pendulorum; adeoque quadrata numerorum vibrationum erunt inverse ut pendulorum longitudines. Si, ex., gr., pendulum A E duas conficiat vibrationes quo tempore pendulum A B unam conficit, hoc quater erit illo longius, quum 4 sit numeri 2 quadratum, numeri vero 1 quadratum sit 1.

236. Hinc discimus penduli alicujus longitudinem invenire, data longitudine alterius penduli, et datis numeris oscillationum, quas ambo eodem tempore peragunt. Si, ex. gr., determinare velimus quae longitudo danda sit pendulo, quo oscillationes 30 conficiat in minuto secundo, hanc instituemus proportionem: longitudo penduli in minuto secundo oscillationes 60 conficientis (*del pendolo a secondi*) Parisiis est $0^m,993855$, seu ped. 3, lin. 8 circiter; quae erit longitudo alterius penduli, quod eodem tempore oscillationes 30 peragat? Deinde problema resolvatur hoc modo; $(30)^2 : (60)^2 = 0^m,993855 : x$.

$$900 : 3600 = 0^m,993855 : \frac{0^m,993855 \times 3600}{900} = 3^m,975306.$$

Haec erit alterius penduli longitudo. Vice versa, datis duorum pendulorum longitudinibus, et numero vibrationum unius eorum, invenire poterimus vibrationes, quas alterum dato tempore conficiet.

237. His innixi principiis Physici, saeculo XVII conferentes oscillationes, quas pendulum confecerat in locis prope Terrae polum, cum oscillationibus, quas idem pendulum conficiebat prope aequatorem, invenerunt, penduli retardationem in locis aequatori proximioribus majorem esse ea, cui longitudo penduli a Solis calore producta dare originem poterat; quapropter jure merito putarunt, hanc retardationem non ex calore aequatoriali, neque ex aeris compressioris resistentia, verum ex imminuta versus aequatorem gravitate originem ducere (1).

(1) Optime quidem hoc modo ratiocinatus est D. Richer, et post eum omnes alii Physici. Nulla enim alia caussa, nisi imminuta gravitas tantam prope Ae-

Primus omnium id observavit D.[1] Richer, qui anno 1672 in insula Cayenna ab aequatore per gradus 4 et minuta 55 distante, horologium suum pendulo instructum tardius hic, quam Parisiis, ubi latitudo est graduum 48 circiter, moveri animadvertit; ita ut spatio horarum 24 motum suum retardaret per 2′, 28″; cui variationi ut occurreret, horologii pendulum decurtare debuit linea $\frac{1}{4}$, ut eumdem oscillationum numerum etiam ibi peragere posset. Reversus deinde Parisiis, pendulum ita decurtatum oscillationes suas hic tantumdem anticipare expertus est, quantum in Cayennae insula retardaverat. Post Richerium hoc idem plus minusve pro diversa ab aequatore distantia, animadverterunt Hallejus anno 1677 in Insula S. Helenae; in Portu Belo, in Insula Gorea, in Martinica, Guadalupa, aliisque Antillarum Varin, Deshayes, de Glos annis subsequentibus; ac demum Bouguer et de la Condamine, qui anno 1736, sumptibus et impensis Ludovici XV Galliarum Regis versus aequatorem, scilicet in Peruvianum Regnum se contulerunt, ut gradus Meridiani dimetirentur. Maupertuisius vero, Camus, le Monnier, et Clairaut, qui ab eodem Rege eadem de caussa in Lapponiam missi fuerant, deprehenderunt, pendulum citius oscillationes suas absolvere prout versus polum accedebant, ita ut illud oblongare compulsi fuerint, ut eumdem oscillationum numerum conficeret, quem Parisiis conficiebat. Ex his, aliisque innumeris observationibus ejusdem speciei hinc inde captis, certum atque indubium hodie est, *gravitatem unius ejusdemque corporis a polis accedendo ad aequatorem jugiter minui; ab aequatore vero ad polos vice versa assidue augeri*; ac proinde terrestrem superficiem minus ad

quatorem tribueret corporibus cadentibus retardationem; quemadmodum pendulorum acceleratio in polaribus regionibus nonnisi auctae gravitati tribuenda est. Et re quidem vera, ex tribus caussis hoc phaenomenon oriri posset; vel ex caloris aequinoctialis actione Penduli virgam distendente; vel ab aeris compressioris prope aequatorem resistentia; vel denique ab imminuta prope aequatorem gravitate; atqui duae priores caussae ad phaenomenon explicandum insufficientes sunt; ergo nonnisi a tertia illud repeti debet. Prima quidem insufficiens est: nam etsi pendula longiora tardius brevioribus oscillent; virga tamen penduli Richerii neque producta fuit tali longitudine, qua motum suum ita sensibiliter retardare posset; neque a Solis calore tali longitudine extendi poterat; nam D. de la Hire observavit virgam ferream sex pedum aestivo soli diu expositam non extendi nisi $\frac{2}{3}$ lineae; quare pendulum D. Richerii Soli expositum nonnisi $\frac{1}{2}$ lineae partem produci potuisset. Nec secunda admitti potest; nam ut illa vibrationum imminutio auctae prope aequatorem aeris resistentiae tribui posset, necesse foret aerem ad Cayennae insulam eo esse, quam Parisiis, compressiorem, ut respiratio et vita hominum ex Europae regionibus ibi delatorum multum pateretur detrimenti, id quod ne minimum quidem accidere compertum est. Restat igitur ut penduli retardatio nonnisi imminutae in aequinoctialibus regionibus gravitati tribuatur.

Polos, quam ad aequatorem ab ejusdem Terrae centro distare; adeoque *veram ejus figuram esse sphaeroideam* ad polos compressam, et ad aequatorem aliquanto elatiorem (1). Hoc idem autem ad evidentiam usque confirmatum fuit ex mensuris graduum terrestris meridiani, quas idem Camus, le Monnier, Clairaut, et Maupertuisius versus polos; Bouguer vero, Goudin, et de la Condamine versus aequatorem coeperunt: hi enim deprehenderunt hos gradus breviores esse ad aequatorem, ubi Terra magis elevatur; et longiores versus Polos, ubi haec complanatior est (2).

238. Pendulum simplex, de quo hactenus sermonem fecimus, existit tantum in mechanicorum mente, qui illud excogitarunt ut suas ratiocinationes simpliciores redderent; in rerum tamen natura non existit: quantumvis enim exilissimum fuerit filum, cui punctum materiale appenditur, nullatenus gravitatis expers esse poterit. Pendula, quibus utimur, omnia composita sunt: ubi enim vel plures globi, seu lentes ad quaslibet distantias iunguntur, vel virgae metallicae unus globus, aut una lens adnectitur, vel denique pluribus virgis in inferiori parte lens est affixa, semper pendulum *compositum* habetur, quae tamquam plura pendula simul conjuncta spectari debent. Diversimode ea construuntur; quocumque tamen modo construantur, ut iis aptari possint ea omnia quae de pendulorum simplicium vel longitudine, vel oscillationibus Mechanici statuunt, determinari in ipsis quoddam punctum debet, quod *oscillationis centrum* dicitur. Illud autem ita determinatur.

239. Pendulum compositum AB (Fig. 88,), in quo duo pondera E, et B virgae inflexibili affixa sunt, tamquam a duobus Pendulis simplicibus, breviori nempe A E, et longiori A B efformatum spectari potest. Si haec duo pendula seorsim oscillarent, vibrationes Penduli brevioris velociores forent, et breviores; Pendulum vero longius tardiores, ac longiores conficeret oscillationes. Quum tamen simul oscillare cogantur circa suspensionis punctum A, et in similes arcus F E et D B, motus penduli A E incitatior accelerabit pendulum A B segnius motum; pendulum vero A B segnius motum vicissim retardabit celeriorem motum penduli A E. Celeritas itaque per gradus augetur a puncto E ad punctum B, et minuitur eodem modo a puncto B ad punctum E, ideoque inter haec duo puncta aliquod medium existere debet, in quo celeritas nec augeatur, nec minuatur. Hinc pendulum compositum oscillabit celeritate media inter celeritates pendulorum A E et A B, celeritate scilicet ea, qua praeditum esset si corpus quoddam in puncto C fili A B suspenderetur; id est si pendulum simplex extaret, cujus longitudo esset

(1) Inferius (268) expendemus hujus elationis et complanationis Terrae caussam.
(2) Vide Pouillet T. 1. n. 51, 54.

aequalis lineae A C, illud pendulo composito A B esset isochronum. Punctum C erit *oscillationis centrum* in pendulo composito, a gravitatis centro toto coelo diversum; quum in hoc gravitas seu pondus corporis quiescentis collecta concipiatur, dum in illo tota vis corporis, quod circa suspensionis punctum movetur, accumulata spectatur (1). In pendulo igitur composito omnia tum virgae, tum globi seu lentis pondera, quamvis inter se invicem ad diversas distantias posita, vibrationes conficiunt veluti si in unico oscillationis centro accumulata forent; ac proinde pendulum compositum ad simplex revocari potest; ejusque longitudo a puncto suspensionis ad centrum oscillationis unice est determinanda. Quanam autem methodo id consequemur?

240. Celebre initio saeculi proxime elapsi reputatum fuit hoc problema de inveniendo oscillationis centro: propositum fuit in primis Cartesio, Hugenio, aliisque ejus aetatis Mathematicis a Mersenno; sed vera ejus solutio Viris Clarissimis haud bene innotuit. Elegantem ejus problematis solutionem tradiderunt Fratres Bernoulli, quam et hic exponemus. Sit C quaesitum (Fig. 88.) oscillationis centrum: pendulum autem a quietis linea A B tantillum dimoveatur, ita ut in situ A D constituatur. Arcus similes EF, BD, CI, spatia eodem tempore a ponderibus E, et B, nec non a centro C percursa indicabunt; hique arcus, utpote infinite parvi, tamquam lineae rectae spectari poterunt. Ducatur per I recta G H virgae AB parallela, et E F producatur usque ad punctum G. Pondera E et B si aequalibus viribus moverentur, aequalia spatia E G, et BH describerent quo tempore punctum C spatium C I percurreret; sed E nonnisi E F percurrere potest; retardatur itaque quantitate FG, eaque vis, quae retardationem producit ab $E \times FG$ exprimitur. B vero quum spatium B D eodem tempore describat, ejus motus acceleratur quantitate HD; ac proinde vis acceleratrix a $B \times HD$ reprae-

(1) Hoc punctum appellatur etiam *centrum momentorum*, quia pondera E et B ubi simul circa punctum suspensionis A rotant, nedum propria gravitate in se invicem agant, sed insuper et distantiis AC, et BC; quapropter et *centrum percussionis* dici solet; nam quum in eo puncto totum ponderum momentum collectum intelligatur; si hoc centro pendulum, dum oscillat, impingeret in aliquod obstaculum, maximam exereret percussionem. Statuunt Mechanici pro hujus theoriae applicatione, percussionem baculo cylindrico factam in corpus aliquod tum esse maximam, quum punctum percutiens, a manu qua baculum distringitur, quaeque ut centrum motus spectatur, $\frac{2}{3}$ longitudinis ipsius baculi distet: si vero baculum conica sit figura, punctum percutiens manui magis proximum sit, oportet: denique pro maxima percussione obtinenda cum gladio, vel ense figurae triangularis seu pyramidalis, punctum percutiens a manu distare oportet $\frac{3}{4}$ tum gladii, tum ensis longitudinis, vel minus, si eorum figurae irregulares fuerint.

sentatur. Jam vero hae duae vires in extremis virgarum AE, AB inflexibilium agunt, quae circa punctum A moventur: earum igitur momenta erunt $AE \times E \times FG$, et $AB \times B \times DH$. Atqui haec momenta aequalia sunt (232.); ergo statui potest proportio $AE \times E : AB \times B = DH : FG$. Sed ob triangula similia GFI, IDH est $DH : GF = HI : IG = BC : CE$; ergo erit $AE \times E : AB \times B = BC : CE$. Atqui $BC = AB - AC$; EC autem $= AC - AE$; erit itaque $AE \times E : AB \times B = AB - AC : AC - AE$; adeoque productum extremorum $AC \times E \times AE - E \times AE^2$ adaequabit productum mediorum $B \times AB^2 - AC \times B \times AB$. Si duobus hujus aequationis membris hinc inde adjicias terminum $E \times AE^2 \times AC \times B \times AB$, facta reductione, obtinebis $AC\,(E \times AE + B \times AB) = E \times AE^2 + B \times AB^2$; ac proinde

$$AC = \frac{E \times AE^2 + B \times AB^2}{E \times AE + B \times AB};$$

nempe *centri oscillationis distantia a puncto suspensionis obtinetur ducendo quodlibet pondus in quadratum suae distantiae a puncto suspensionis, seu radii rotationis, ac horum productorum summam dividendo per summam ponderum ductorum in suas ab eodem suspensionis puncto simplices distantias*. Si itaque longitudo AE esset pedum quatuor, et AB pedum sex; E unciarum 3, et B unciarum 10, erit

$$AC = \frac{3 \times 4^2 + 10 \times 6^2}{3 \times 4 + 10 \times 6} = \frac{3 \times 16 + 10 \times 36}{3 \times 4 + 10 \times 6.} = \frac{408}{72} = 5\tfrac{2}{3};$$

scilicet pendulum simplex, cujus longitudo foret pedum $5\frac{2}{3}$, pendulo composito AB esset isochronum.

241. Brevius etiam oscillationis centrum poterit hoc modo tentando inveniri. Pendulum simplex KL prope pendulum compositum, cujus oscillationis centrum reperire volumus, suas vibrationes conficiat; tantum vel producatur, vel attollatur lens filo suspensa, donec oscillationes isochronas et synchronas cum dato pendulo composito peragat; ejus longitudo a puncto suspensionis computata, si in pendulum compositum transferatur, hujus centrum oscillationis dabit. De pendulorum multiplici usu in scientis, et vita humana; de variis modis quibus construuntur; de variis denique remediis, quibus prospicitur incommodo, cui obnoxia sunt tum ex aeris resistentia, tum ex caloris et frigoris vi illorum longitudinem oblongante, vel vicissim decurtante, consule eximium Hugenii opus *De Orologio oscillatorio*, et Alex. *Cummingii The elementes of cloxwatch-work adapted to practice*.

ARTICULUS QUARTUS.

DE MOTU CORPORUM PROJECTORUM.

242. *Projici* dicuntur corpora ubi unico ictu a potentiae cujusvis actione impulsa, motui suo permittuntur. Quum corpora sint inertia, et ad quietem aeque ac motum sint indifferentia (16.); manifestum est, corpora semel projecta motum a potentia ipsis communicatum in aeternum conservare debere, ac continuare uniformiter in directum, si moverentur in vacuo, nec ipsis aliqua alia resistentia obluctaretur. At quum nec in vacuo corpora moveantur, multaeque aliae caussae in ipsa agant, qualis est praecipue vis gravitatis, quae in ea indesinenter agit, sive in quiete illa sint, sive moveantur; patet, directionem corporum projectorum, quae ex sola projectionis vi esset uniformiter rectilinea, agente gravitate, curvilineam esse; motus enim compositus, qui a duabus viribus inaequalibus oritur, semper fit per diagonalium infinite parvarum aggregationem, quae lineam curvam constituunt (82.). Quumque triplici modo corpora projici possint, nempe per directionem *horizonti verticalem*, per directionem *horizonti parallelam*, denique per *directionem* eidem *horizonti obliquam*, seu quae cum horizonte obliquum angulum capiat; par est ut videamus cujus naturae sit curva, quam corpora *oblique*, vel *horizontaliter* projecta describunt, quaeque a Newtono eorum *semita* vel *trajectoria* appellatur. De projectione verticali autem sermonem fecimus in hujus capitis Articulo 1. num. 211.

243. Corpus grave A (Fig. 89.) per lineam horizontalem AO projectum ea velocitate, quae ab eadem linea exprimitur, temporibus aequalibus aequalia spatia A E, E B, B C, C O describeret, si foret gravitatis expers, nec aer ejus motui jugiter resisteret. At quum corpus istud, sicut et alia omnia, sit grave; haec gravitatis vis ipsum cogit per verticalem A D descendere motu uniformiter accelerato (203.): ita ut primo temporis momento describeret spatium A M; post duo temporis momenta spatium A N conficeret, quod prioris est quadruplum; post tria spatium A H prioris nonuplum, et sic porro, eo quod spatia sunt ut temporum quadrata (206). Quum autem duabus viribus, projectionis nempe, et gravitatis simul urgeatur; post primum temporis momentum non in E, neque in M, sed in F invenietur. Post secundum temporis momentum invenietur in G, post tertium in I, et quarto temporis momento erit in L, ita ut corpus ex vi projectionis uniformi A O, et gravitatis vi jugiter sollicitante per A D invenietur descripsisse diagonalem curvam A F I L, quae ex gravitatis natura est determinanda. Recta A N est ad A M

ex natura gravitatis ut 4: 1; N G est ad M F ut 2: 1 ex motu uniformi; quadratum vero numeri 2 est 4, et numeri 1 quadratum est 1; ergo $NA : MA = NG^2 : MF^2$. Ita pariter H A nonupla est rectae A M, et H I est ejusdem M F, seu A E tripla; erit itaque $HA : MA = HI^2 : MF^2$; et $HA : NA = HI^2 : NG^2$. Atqui parabolae notissima proprietas haec est, ut in omnibus ejus punctis *quadrata ordinatarum sint ut abscissae correspondentes;* semita itaque, quam corpus horizontaliter projectum describit, vera est *parabola*; nam in ea haec proprietas locum habet, nempe ut abscissae A M, A N, A H, A D sint inter se ut quadrata ordinatarum M F, N G, H I, DL.

244. Haec eadem demonstratio valet tam pro *directione horizonti parallela*, quam pro *directione sursum* vel *deorsum obliqua*. Nam quum vis projectionis, seclusa aeris resistentia, semper sit constans, et tota simul a caussa impellente corpori communicetur; spatia A E, E B, B C, C O temporibus aequalibus descripta semper aequalia erunt. Imminutio autem, quam singulis momentis subit haec vis constans, tota a corporis gravitate oritur, quae quum semper per lineas parallelas E F, B G, C I, O L agat, quadrilatera A E F M, A B G N, etc. erunt semper parallelogramma; ideoque quaecumque demum sit corporis projecti directio, semper ejus semita parabolam describet, in qua angulus a linea projectionis cum verticali a projectionis puncto ducta efformatus, *angulus projectionis* dicitur; angulus vero, quem projectionis linea cum horizontali capit, *angulus elevationis* nominatur (1).

245. Ex veteribus Physicis quidam credebant lapides projectos, vel missilia quaelibet ferri in linea recta, ac deinde extincto pro-

(1) Expedit hic praecipuas parabolae proprietates ad mentem revocare. Parabola est linea curva, quae ex coni sectione ipsius lateri parallela oritur. Curva itaque B A C est *parabola* (Fig. 90). Punctum A est ejus *vertex principalis*. Si ex hoc puncto ducatur tangens R A M, eique ex hoc eodem puncto perpendicularis A V, erit A V parabolae *axis*, seu *diameter primaria*. Rectae *a c a'*, *b d c'* quae ex quibuslibet curvae punctis *a*, *b* ducuntur tangenti R M parallelae, axemque secant in punctis *c*, *d*, sunt axi *ordinatae*; axis partes A *c*, A *d abscissae* dicuntur. *Semiordinatae* sunt rectae *a c*, *bd* ordinatarum dimidiae. Si cuivis abscissae, ex gr. A *d*, A *c* respondenti ordinatae sumatur tertia proportionalis *x*, erit $Ad \times x = bd^2$; ita pariter erit $Ac \times x = ac^2$; adeoque $bd^2 : ac^2 = Ad \times x : Ac \times x = Ad : Ac$; scilicet *quadrata ordinatarum sunt inter se ut abscissae correspondentes*. Atque haec est praecipua parabolae proprietas. Si ex alio quovis curvae puncto *a* ducatur *a m* axi A V parallela, dicetur et haec Parabolae *diameter*; cujus abscissae erunt *a e*, *a g*, et semiordinatae *ec*, *g h*, ibique eadem proprietas locum habet. Tertia proportionalis *x* ad abscissam ac semiordinatam correspondentem dicitur *latus rectum* vel *parameter* axis; quemadmodum tertia proportionalis ad aliam abscissam ac semiordinatam correspondentem in alia diametro, dicitur hujus *diametri parameter*. Si in axe AV sumatur A F aequalis quartae parti sui parametri *x*, punctum F dicitur parabolae *focus*, a quo si ad quodvis curvae punctum *L*, vel *b* ducantur rectae FL, F*b*, erunt ejusmodi rectae quartae partes parametrorum ad puncta *L*, vel *b* pertinentium. Si axis AV producatur in E, donec fiat A E = A F, et per E ducatur recta N E P normalis ipsi A E, haec recta N E P dicitur *directrix*. Si denique a quovis Parabolae puncto *a* ducatur tangens *a* D, atque a puncto contactus ordinetur cuivis diametro vel axi A V recta *a a'* tum axis et tan-

jectionis motu statim decidere perpendiculariter deorsum: alii vero docuerunt, motum projectionis primo esse rectum, quamdiu durat impulsus; deinde evadere mixtum, et aliquantum curvum, donec tandem praevalente gravitate, abeat in naturalem, et recta deorsum feratur; alii demum statuerunt quidem projecta lineam quomodocumque curvam describere; sed hanc semitam parabolam esse nemo prodidit ante Galilaeum, qui primus palmaria hujus projectorum motus theoremata sui ingenii sagacitate edidit in Mechanicae Dialogis III.°, et IV.° Verum, quum nullam inierit rationem de aeris resistentia, quae projectioni valide opponitur, Newtonus in suis Principiis, Wolfius in sua Mechanica, et de la Caille item in Mechanica expenderunt quaenam esse debuerit corporum projectorum semita, posita aeris resistentia; et statuerunt Newtonus quidem projectorum semitam esse curvam, quae ad hyperbolam maxime accedit; D^s. vero de la Caille eam magis ad ellipseos naturam accedere. Sed de his Geometrae potius occupantur; non autem Physici, qui etiam nunc projectorum semitam parabolicam esse propugnant, hisque principiis Balisticam superstruunt, qua dicitur ope pulveris pyrii trajicere globum ignitum e tormento bellico ad designatum aliquem locum.

246. Si itaque semita a corporibus projectis descripta semper est parabola, vel etiam alia quaevis ejus generis curva; evidens est, corpora projecta numquam scopum ferire posse, si eo a vi impellente recta dirigantur; sed ut ad scopum perveniant, altius collineandum esse. Projectum enim, quum non lineam rectam, sed curvam describat, numquam directionem sequitur a vi impellente ipsi impressam, sed deorsum a gravitate flectitur. Quare tormenta bellica ita construuntur, ut eorum pars posterior M (Fig. 91.) sit anteriori *m* amplior et crassior; et *linea collineationis* (linea di mira) M *m c* axem tormenti, seu projectionis lineam G *d a* intersecet. Ita enim fit, ut collineando per lineam M *m c* in scopum *c*, ejus axis, seu linea projectionis G *d a*, per quam globus emittitur, tendit ad punctum *a*, quod scopo *c* est altius, et curvam describens, inferius punctum *c* ictu suo feriet. Idem evenit in balistis igneis, quibus ad venandum utimur. Notandum autem, haec omnia habere locum tantum ubi scopi distantia sit aliquantulum sensibilis: quum enim gravitas in minuto secundo cogat corpora descendere tantum per 15 pedes (212.); ubi distantia non fuerit sensibilis, et vis pulveris nitrati fuerit nimia, globus citissime distantiam hanc emetitur, et minori tempore quam in minuto secundo: quare in hoc casu para-

gens producantur donec sibi occurrant in D, recta D *c* dicetur *subtangens*, ejusque proprietas haec est, ut nempe A D adaequet abscissam A *c*, ideoque D *c* = 2A*c*. Demum parametri diametrorum ab axe aequidistantium sunt aequales; parametri diametrorum magis ab axe distantium majores sunt.

bolam quidem describet, sed adeo amplam, ut vix differat a linea recta. Quocirca in minoribus distantiis tormenti globus, ut scopum feriat, ad scopum ipsum dirigitur.

247. Quum parabolae *amplitudo*, seu distantia a puncto projectionis ad punctum, in quod projectum decidit, a vis motricis quantitate, et impulsus directione pendeat; Physici, post Galilaeum, statuerunt hanc amplitudinem, quam recta horizontali ad semitam subtensa dimetiuntur geometrae, determinari non posse, nisi prius *linea velocitatis* determinetur. Est autem *linea velocitatis* recta illa, quae altitudinem verticalem designat, ex qua projectum descendens eamdem sibi comparasset velocitatem, quam vis projectionis eidem impressit. Linea haec ista ratiocinatione determinatur. Recta A B (Fig. 92.) hanc velocitatis lineam designet, per quam ex gravitatis actione projectum motu accelerato descendens eam haberet velocitatem quam habet in punto A; manifestum est, projectum hac velocitate sibi ultimo comparata spatium duplum ipsius A B motu uniformi describere posse (210.) Si igitur fiat AD=2AB, projectum motu aequabili percurret A D velocitate comparata per A B. Atqui eodem tempore descenderet per A Q vi suae gravitatis, et reipsa in puncto N curvae invenitur; erit ergo A Q = A B; et completo parallelogrammo A D N Q, erit A D, seu Q N = 2 A Q. Quum autem in parabola parameter diametri sit tertia proportionalis ad coordinatas sibi correspondentes, ad ascissam nempe AQ, et semiordinatam Q N; talis parameter erit duplex ipsius QN, quemadmodum Q N est duplex ascissae AQ; ac proinde parameter erit quadruplex ipsius rectae AQ, seu lineaè velocitatis A B eidem aequalis; nempe AB erit ipsius parametri pars quarta. Hinc sequens eruitur theorema; *In quovis puncto parabolae a se descriptae projectum aliquod inveniatur, eam habet celeritatem, quam acquireret descendendo per quartam partem parametri illius diametri, quae eidem puncto duceretur.*

248. Liquet ex hoc theoremate *projecti velocitates in diversis Parabolae punctis esse ut radices quadratas rectarum, quae a foco ad eadem puncta ducuntur.* Nam quum velocitates projecti in diversis parabolae punctis eaedem sint, ac eae, quas acquireret descendendo per quartam partem parametrorum ad diametros L y (Fig. 90.), et ab' pertinentium: hujusmodi autem quartae parametrorum partes sunt L F = L I, et a F = a n; velocitates autem per Ly, ab' sunt ut $\sqrt{Ly} : \sqrt{ab}$; ergo liquet propositum. Quoniam autem ex omnibus rectis, quae a foco ad diversa parabolae puncta ducuntur minima est A F, quae ad verticem principalem ducitur; ex aliis vero remotior a minima est major vicinioribus; demum, quae a minima sunt aequidistantes aequales sunt: sequitur, projecti velocitatem mini-

mam esse in parabolae vertice; in aliis punctis remotioribus esse majorem; in punctis vero a vertice aequidistantibus esse eamdem; denique eamdem velocitatem remitti dum projectum per hanc curvam ascendit, eo quod singulis momentis a gravitate elidatur; augeri dum per eamdem descendit, ob gravitatem, quae singulis momentis cum projecti motu conspirat.

249. Parabolae autem *amplitudo*, seu *longitudo jactus* ita geometrice determinatur. Punctum A rectae horizontalis A B (Fig. 93.) sit punctum, a quo mobile projiciatur, ut parabolam A I B describat; A E autem sit *linea directionis*: recta A B parabolae amplitudinem designabit; angulus vero E A B erit *angulus elevationis*. Recta L A velocitatis lineam exprimens ducatur in punctum D, donec D A sit ejus quadrupla: diametro AD describatur semicirculus A E D; completoque parallelogrammo A B E L, a centro C, et a diametri extremo D ad punctum E ducantur rectae CE, D E. Angulus E A B a tangente A B, et a secante A E efformatus aequalis est angulo ADE in parte circuli alterna constituto: atqui angulus A C E ad centrum duplex est anguli E D A ad circumferentiam positi: ergo etiam angulus E C A duplex est anguli elevationis E A B: atqui parabolae amplitudo AB aequalis est rectae L E, utpote ejusdem parallelogrammi latera opposita; L E autem est sinus anguli E C A; ergo etiam A B pro sinu ejusdem anguli E C A accipi poterit; adeoque *parabolae amplitudo est ut sinus dupli anguli elevationis, eadem semper vi projectionis manente.*

250. Ex hoc theoremate sequentia eruuntur corollaria. 1.° Sinus dupli anguli elevationis omnium maximus est C K, seu radius; adeoque angulus elevationis O A B, posita semper eadem vis projectilis efficacia, seu A E manente semper eadem, efficit longitudinem jactus omnium maximam. Quocirca quum arcus A E K, cujus dimidium est mensura anguli elevationis O A B, sit circuli quadrans; erit angulus O A B semirectus, seu graduum 45: pro jactu igitur projecti omnium longissimo requiritur angulus elevationis graduum 45°. 2.° Quia cuilibet rectae L E infra C K positae respondet alia superior F M eidem aequalis; perspicitur, duos jactus sub angulis elevationum E A B et P A B habere eamdem amplitudinem A B. Ob L E = F M vero, arcus A E et D M sunt etiam aequales; et aequalia eorum complementa ad 90°, nempe E K et KM: ergo duae directiones A E et A M aequaliter distant a directione A O = 45°; 3.° denique, angulus elevationis $EAB = \frac{\text{arc. } AE}{2} = \frac{90^\circ - EK}{2}$ $= 45^\circ - \frac{EK}{2}$; pariter angulus elevationis $PAB = \frac{\text{arc. } AM}{2} = \frac{90^\circ + KM}{2}$ $= 45^\circ + \frac{KM}{2} = 45^\circ + \frac{EK}{2}$; ergo $EAB + PAB = 45^\circ - \frac{EK}{2} + 45^\circ$

$+\frac{EK}{2}=90°$. Ergo omnes anguli elevationis, qui simul sumpti efficiunt quadrantem, seu qui a semirecto sunt hinc inde aequidistantes, veluti 30° et 60°, 25° et 65° habent aequalem jactus amplitudinem. Ex quo patet, duplici modo scopum feriri posse. Utuntur parabola elatiore et magis acuta ubi pilae ad incendium in civitatibus obsessis excitandum sunt comparatae; utuntur parabola depressiori ubi muros vel portas alicujus turris vel civitatis disrumpere aggrediuntur. Veritates hic demonstratae fonte mercuriali quondam a Torricellio aliisque confirmatae fuerunt, et ad oculum simili methodo etiam nunc demonstrari possunt eo apparatu, quem Poli describit in sua Physica (num. 456.), quam consule, si velis.

251. *Altitudo* parabolae hac ratiocinatione eruitur. Projectum per directionem A E parabolae A I B tangentem emissum, per hanc excurreret si a gravitate deorsum non urgeretur: haec in axim H I in K productum incurrit, efficitque ut subtangens HK duplex sit abscissae correspondentis, altitudinis nempe H I. Atqui ob triangula similia A H K, A B E est A H : A B = H K: B E; semiordinata AH autem est $=\frac{1}{2}$ A B; igitur etiam H K $=\frac{1}{2}$ B E. Atqui H I $=\frac{1}{2}$ KH, et B E = A L; ergo H I $=\frac{1}{4}$ BE, seu $\frac{1}{4}$ A L. Quum autem A L sit sinus versus anguli E C A, qui est duplex anguli elevationis E A B; patet, altitudinem HI proportionalem esse rectae A L, seu sinui-verso anguli elevationis. Ergo *altitudo parabolae a projecto descriptae est proportionalis sinui-verso dupli anguli elevationis*. Hic autem notare praestat, parabolae altitudinem, ubi angulus elevationis sit graduum 45, esse quartam amplitudinis partem. Datis enim angulo elevationis H A B (Fig. 94.) graduum 45, E A velocitatis linea, A B parabolae amplitudine, et C D ejus altitudine, centro A et radio A E describatur circulus E C I; ducantur a puncto E recta E F amplitudini A B parallela, et a puncto B recta B F parallela altitudini C D in G productae. Figura E A C G erit quadratum, ob angulum rectum E A C et radios E A, A C aequales; hinc C G = A E. Recta C D itaque, seu parabolae altitudo, quae subtangentis C G est dimidia, erit etiam dimidia lineae velocitatis A E. Atqui linea velocitatis est quarta pars parametri ad diametrum, quae per puuctum A ducitur, pertinentis (247); altitudo igitur parabolae erit octava pars ejusdem parametri. Quoniam autem parabolae amplitudo A B dupla est semiordinatae A C = C G; erit etiam A B = 2 C G; atqui C G = 2 C D; A B ergo = 4 C D; id est sub angulo elevationis graduum 45 altitudo parabolae est quarta ejusdem amplitudinis pars.

252. Tempus denique, quod projectum in parabola describenda insumit *est ut sinus ipsius simplicis anguli elevationis*; nam projectum a puncto A emissum in directione AE (Fig. 93) hanc directionem motu uniformi percurreret, nisi a gravitate urgeretur; eodem igitur tempore parabolam describit ob vires projectionis et gravitatis conspirantes, quo unam AE describeret ex sola vi projectionis. Tempus itaque, quod mobile in describenda parabola impendit, est proportionale rectae AE, vel rectae AK ejus dimidiae. Atqui AK est sinus anguli ACK, qui anguli ACE est dimidius, adeoque angulo elevationis EAB aequalis; ergo tempus, quod projectum in parabola describenda impendit, est *ut sinus simplicis anguli elevationis.*

253. Pro hujus articuli coronide praestat hic quaedam adnotare, quae apud Balisticae Tractatores fuse descripta inveniuntur. Quum ob aeris resistentiam, ut diximus, in projectorum ejaculatione praxis theoriae adamussim non respondeat, docent Balistici experimentis supplendum esse theoriae defectui. Quare in tormentis bellicis plures institui debent ejaculationes (*tiri di pruova*) eadem ejusdem pulveris quantitate, sub eodemque inclinationis angulo, quem semper semirectum esse praestat (250), quia in hoc casu et habebitur amplitudo maxima, et linea velocitatis erit determinata, utpote dimidiae amplitudini aequalis (247): inter omnes porro projectionum longitudines, *medium arithmeticum* inventum quaesitam dabit amplitudinem. 2.° Vis, qua globi ex accenso pulvere ejaculantur, pendet a pulveris praestantia, ab ejusdem intra tormentum majori compressione, a minori aeris resistentia, et a majore globi tum pondere, tum politura ac rotunditate. 3.° Quantitas pulveris in tormentum immittendi, ex Belidoro, tertiam ponderis globi partem adaequare debet, ita ut si globus 9 libras ponderis habeat, 3 pulveris librae requiruntur; ubi vero propugnacula sint diruenda, major pulveris quantitas requiritur. 4.° Denique celeritas a vi pulveris elastica pilis plumbeis communicata, ex experimentis D. Hutton, est pro minori aut majori pulveris quantitate inter pedes 700 ad pedes 1400 in quolibet minuto secundo. Qui plura cupiunt, adeant *Dialogos Mechanichae* Galilaei; *Principia Mathematica Philosophiae naturalis* Newtoni, Eulerum in notis ad D. *Robins Pyrotechniam*, et *Transactiones Anglicanas pro annis* 1778, et 1781.

ARTICULUS QUINTUS

DE MOTU CURVILINEO A VIRIBUS CENTRALIBUS PRODUCTO.

254. Haec est primordialis lex motus, omne corpus ab unica potentia impulsum moveri in directum. Hinc si corpus in linea ali-

qua curva in seipsam redeunte moveatur, tunc necessario duae adesse debent potentiae, quae illius motum in hac curva producant, quarum una ipsum corpus sollicitat, ut per tangentem ejusdem curvae moveatur, altera vero, quae idem versus punctum aliquod intra curvam positum, seu datum aliquod centrum constanter trahat (81), quod *centrum motus*, seu *centrum virium* appellari potest. Corpus A (Fig. 95.) ex. gr., quod per circulum AEF movetur, hanc curvam non describeret, nisi eodem tempore ex impulsionis vi juxta tangentis AG directionem urgeatur, et eodem tempore ab aliqua vi versus centrum C in directione CA ipsi tangenti vel normali, vel inclinatae trahatur. Vis illa, quae corpus motum ad centrum virium urget, atque impellit, *vis centripeta* vocatur; altera vero, quae ipsum singulis momentis a curva, quam describit, per tangentem removere tendit, *vis centrifuga*, seu *tagentialis* dicitur; ambae autem hae vires communi nomine *vires centrales* appellantur. Curva ipsa AEF, quam corpus suo motu describit, generatim *Trajectoria* nominatur, speciatim vero *Orbita*, si in seipsam redit, estque ex omni parte clausa. Rectae CA, CE, etc., a quibus corpus mobile in variis suae orbitae punctis cum virium centro conjungi concipitur, quaeque cum ipso corpore moveri intelligitur, *Radii vectores* dici consueverunt; tempus denique, quod corpus ad hanc curvam describendam insumit, *tempus periodicum* audit.

255. Virium centralium Leges detexit, et primus omnium exposuit Christianus Hugenius in suo libro *de horologio oscillatorio*. Sed praeterquam quod nullam earum demonstrationem dedit, easdem dumtaxat in motu corporum circulari locum habere censuit. Demonstrationes aliis debentur, imprimisque fratribus Bernoulli, et March. de l'Hopital, qui simpliciter et perlucide eas pertractarunt. Newtonus denique universalem pro omnibus curvis doctrinam hanc reddidit, demonstrationes accuratiores dedit in Sect. 2, et sequ. L. 1 suorum *Principiorum*, et super theoremata de viribus centralibus universam de motu Corporum Coelestium Theoriam superstruxit. Ad maximam autem evidentiam easdem post Lagrangiam et La Place adduxerunt Mechanici. Quum autem omnia fere Analysi Infinitorum hic pertractentur, adeoque Leges nobis impositas ea tantum tyronibus proponendi, quae ipsorum captui essent accomodata, transiliant; ea dumtaxat exponemus, quae per elementarem Geometriam facile percipi possunt, et tribus famigeratissimis Kepleri Legibus statuendis inserviunt.

256. Virium centralium theorema fundamentale, quod Lex prima Kepleri dici consuevit, quia Joannes Keplerus Astronomiae parens illud tamquam totius Astronomiae basim posuit, est sequens: *Si corpus circa aliud moveatur, et curvam quamcumque de*

scribat ex vi projectili et vi centripeta constanter ad illud tendente, radius vector describet circa illud areas temporibus proportionales. Sit namque (Fig. 96) in puncto M corpus, quod per lineam MB, impulsione accepta, moveatur. Si nulla adesset vis centripeta, moveri pergeret uniformiter in directum per lineam M B in A′ productam. Jam vero concipiamus, postquam illud in A pervenerit, vim centripetam agere, ipsumque versus S velocitate, quae AP designetur, trahere; tunc a duabus urgebitur viribus, projectili versus A A′, et centripeta versus A S; motuque composito describet diagonalem A C a duarum virium intensitate A B, et AP determinatam, eodemque tempore illam describet, quo vel A B, vel A P seorsim descripsisset (73). In secundo tempusculo, mobile per C D in directum uniformiter moveri pergeret; at superveniente in C nova impulsione versus centrum S, ob eamdem rationem describet item C E diagonalem alterius parallelogrammi QCDE virium conjunctarum intensitates et directiones exprimentis. Tertio temporis momento corpus percurreret spatium E E′ = C E; sed rursum agente vi centripeta versus S, idem corpus conficiet E F, quae angulum CEF capiet aequalem primo MAC si vis centripeta aequaliter agat, id est, si A P = C Q = ER; inaequalem vero, vi centripeta inaequaliter agente. Idem omnino obtinebit in aliis curvae elementis F G etc.: porro ductis lineis E D, S D, triangula CDS, CES aequalem altitudinem, propter parallelas E D, SC, et eamdem basim SC habentia, aequalia sunt: ACS, et CSD pariter aequalia sunt, utpote aequales bases A C, C D, et verticem communem S habentia; ergo triangulum A CS = C E S. Eodem modo demonstrari potest reliqua triangula SEF, SFG his aequalia esse: quocirca aequalibus temporibus aequales areas describent, et duplo tempore duplam, triplo triplam aream conficient; ideoque temporibus inaequalibus areae semper erunt temporibus proportionales. Si lineas M A, AC, CE, EF.... quas sensibiles, et finitae longitudinis confecimus, ut demonstratio percipi posset, tamquam infinite parvas, ut reipsa sunt, concipias; evidens erit corpus curvam describere, cujus peripheria ex minimis elementis M A, AC, CE... componitur, et ejus area ex infinitis his areis efformatur. Corpus igitur *curvam suo motu ex vi projectili et vi centripeta ad punctum* S *tendente describens tempore finito areas temporibus proportionales conficit.*

257. Viceversa, *si corpus ita circa aliud* cujus centrum sit S, *moveatur, ut radius vector* CS *circa illud areas temporibus proportionales describat, urgebitur a vi centripeta ad illud tendente.* Quum enim areae S A C, S C E ponantur aequales; triangula vero S A C, S C D aequalia sunt propter aequales bases AC, et CD, et verticem communem S; erit etiam S C E = S C D; haec autem sunt super eamdem basim S C, et versus eamdem plagam posita; erunt igitur inter eas-

dem lineas parallelas, adeoque D E erit lineae Q C parallela. Quocirca vis centripeta in E ad idem punctum dirigitur, ad quod in C dirigebatur; quumque pro reliquis etiam partibus haec eadem valeat demonstratio, patet corpus in singulis tempusculis areas describens temporibus proportionales, constanter vi centripeta versus centrum S urgeri.

258. Ex hac demonstratione liquet, duplici vi corpora semper urgeri, ubi lineas curvas motu suo ita describunt, ut areae sint temporibus proportionales. Hae vires, normalis scilicet, seu *centripeta*, et *tangentialis* vel *centrifuga* ita inter se ad motum producendum combinantur, ut earum utraque, cessante alia, suum plenum exerat effectum. Ita ex. gr. si statim desisteret vis tangentialis A B, tunc sola normalis obtineret, corpusque in centrum S abriperet; si illico normalis cessaret, tunc mobile uniformiter in directum excurreret per latus infinitesimum A B infinite productum; adeoque eodem momento, quo vis centripeta agere desineret, illud motu uniformi ac rectilineo tangentem A B A' sua directione sequeretur. Haec est ratio, cur vis *centrifuga* etiam *vis tangentialis* nomine veniat.

259. Hujus autem veritatis, quod nempe corpora, quae in orbem circa centrum aliquod moventur, ex harum simultanea duarum virium actione moveantur, luculentissimum nobis experientia testimonium praebet. Si namque parvam situlam aquae plenam in orbem agas per funem ejus ansae alligatum, aquam per partem situlae superiorem non elabi conspicies, etiam quum in partem superiorem circumferentiae, quam describit, invenitur; si vero in situlae fundum foramen efficias, aquam per illud vehementer effluere videbis, nunc sursum, nunc deorsum saliendo, at semper per totidem tangentes excurret, quot fere sunt puncta circumferentiae a situla descriptae. Huic similem experieris effectum, si fundam lapide oneratam agas in gyrum; si enim tunc unum fundae extremum libere relinquas, lapidem longius a manu, et a circulo quem describebat, recedere et abire conspicies. Idem phaenomenon videre tibi dabitur si modicam aquam identidem versabis super circumferentiam rotae alicujus currus, dum velociter movetur; aqua ab illa emittetur in directione tangentium ejusdem circumferentiae, super quam incidit. Haec omnia denique ad oculum veluti exhibentur ab illis Machinis Pyrotechnicis, quae vulgo *girandole* appellantur (1).

260. Natura vero distantiarum S A, S C, S E... mobilis a centro

(1) Patet hinc ratio, cur avis, vel minutum animal quodcumque, si pedibus ad funis extremum fuerit ligatum, et in orbem celerrime agatur, statim obstupebit, et moritur: vis namque centrifuga sanguinis circulationem impedit, efficitque ut versus caput totus affluat, pressionemque in cerebrum exerceat: unde stupor, et mors.

S in quolibet tempusculo, seu genus curvae a mobile circa centrum descriptae ab impulsionum diversitate pendet. Si distantiae mobilis a centro S aequales fuerint in quolibet tempusculo, tunc triangula A S C, C S E, etc. erunt isoscelia et aequalia, utpote aequalia latera, et aequales bases et verticem communem habentia. Celeritas proinde erit constans, et corpus motu uniformi perveniet in A, in C, in E etc., in eodem semper statu remanens relate ad punctum S; impulsiones igitur A P, C Q, ER etc. aequales erunt, adeoque vires centrales constantem inter se rationem servantes, motu continuo atque uniformi mobile *circulum* describet. Si duae vires A B et A P in data proportione aeque augeantur, motus directio A C eadem manebit; diagonalis enim parallelogrammi a duabus auctis viribus descripti super A C incidet; tunc celeritas quidem augebitur in virium auctarum proportione; at eamdem semper servabit directionem, motusque semper erit circularis atque uniformis; ita ut tamquam generale hujus motus criterium statui possit: *In motu circulari vis centrifuga semper centripetae est aequalis*, et viceversa. Si vero una tantum ex duabus viribus successive augeatur; curvae directio vi auctae appropinquari debet. Quocirca quum impulsionum intensitates in quolibet tempusculo variare possint, ita ut mobile nunc ad centrum motus accedere, nunc ab eodem recedere possit; patet, in hoc casu motum neque circularem, neque uniformem esse posse.

261. Ponamus enim vim centripetam successive augeri, prout distantiae AS, C S, etc. minuntur; tunc latera A C, C E, etc. centro S proximiora evadent, et celeritas successive augebitur; ob auctam vero celeritatem, duo parallelogrammi latera pariter crescent; spatia enim sunt ut celeritates (98.). Ubi radius vector SF (Fig. 97) ad punctum F (quod *perielium* vocatur) pervenerit, et normaliter directioni F G insistet, tunc vis, qua mobile tendit a centro per tangentem recedere pro aucta celeritate, vi centripetae praevalebit; diagonalis parallelogrammi infinite parvi ad lateris exterioris directionem magis appropinquabitur, et mobile a centro S magis recedet. *In puncto F igitur*, ubi duarum virium directiones angulum rectum capiunt, *celeritas est maxima, distantia minima;* inde celeritas sensim remittitur, et mobile a centro S recedit; donec tandem in puncto A eidem opposito (quodque *aphelium* appellatur) pervenit, ubi *celeritas minima*, et *distantia maxima* evadit. Ibi radius vector cum vis centrifugae directione angulum rectum iterum capit; vis centripeta, quamvis minor, ob imminutam celeritatem praevalet, et mobile iterum centro appropinquari incipit, suamque celeritatem augere. Liquet proinde, *mobile in maxima distantia minimam, in minima maximam, in intermediis a centro intervallis mediam velocitatem habere.* Id autem quum fieri non possit, nisi in curva,

quae *Ellypsis* dicitur ; manifestum est, orbitam, quam mobile motu variabili describit esse *ellypticam*. Patet idcirco ex aequali vel inaequali virium combinatione fieri, ut mobile ab iis actum describat vel *circulum*, vel *ellypsim;* quas figuras ambas ad sectiones conicas spectare unicuique obvium est. Fieri etiam potest ut vis tangentialis in motus decursu aliquando tota praevaleat; et tunc curva ad *parabolam, vel hyperbolam*, pro diversa ejusdem vis intensitate, accedet. Id luculenter demonstrant Mechanici rationales, ad quos remittimus lectores.

262. Joannes Keplerus ex innumeris observationibus Astronomicis summo labore et maximo ingenio detexit 1.° *Planetas omnes moveri non in circulis, sed in ellypsibus, in quarum alterutro foco non Tellus, sed Sol, tamquam commune centrum, sit positus*: 2. *tempora, quae singuli Planetae in suis orbitis circa Solem describendis insumunt, esse proportionalia areis, quas eorum radius vector conficit*: 3. *denique quadrata temporum periodicorum, intra quae Planetae suas orbitas circa Solem conficiunt, esse inter se ut cubos suarum ab eodem Sole distantiarum mediarum*. Hae sunt tres famosissimae Kepleri Leges, quibus totum mundi systema innititur, ac regitur; eaeque, ut scite ait. Jo. Herschel, *totius Astronomiae Codicem* complectuntur (1). Newtonus omnium primus easdem a priori demonstravit in Principiis Phil. nat. Sect. 2. p. 1. et seq., ubi pariter a priori evicit, ut corpus revolvatur in ellypsi requiri vim centripetam ad focum tendentem in ratione inversa duplicata distantiarum ab hoc foco; unde, instituta etiam cum Kepleri observationibus comparatione, eruit omnes Planetas in Solem tendere eadem ratione, qua corpora sublunaria ad terram tendunt; sicque mirabilem ac simplicissimam totius Systematis nostri Mundani, seu *Gravitationis Universalis* theoriam statuit, cui omnes magni nominis Astronomi ita indivulse adhaerent, eamque fidem praestant, ut quum observationes suis supputationibus non respondent, errorem in supputatione inienda irrepsisse credunt, quin gravitationis universalis doctrinam infirmari posse putent. Duas priores Leges et nos, synthetice, post Newtonum, demonstravimus; tertiae vero demonstratio quamvis altius esset repetenda (id quod nostrae Institutionis limites non sinunt); tamen aliquod ejus specimen inferius exhibebimus. Ad id assequendum, hic breviter praemittere oportet theoremata quaedam (2), quae de viribus centralibus generaliter statuunt Mechanici, quorum usus latissime patet; quaeque etsi in circulis solis locum habere demonstrantur, nihilominus, ut ait David Gregory (3) vera quoque sunt de corporibus, quae describunt

(1) Herschel Astron. n. 409.
(2) Vide Francoeur Uranographie n. 94, et Mechanique n. 117.
(3) Astron. L. 1. Sect. IV. Schol. ad prop. 25, 26, 27.

partes similes quarumcumque curvarum centra similiter posita habentium, dummodo loco aequabilis motus in circulo, in aliis curvis areae descriptae sint temporibus proportionales.

263. Et 1.° quidem; *vis centralis corporis circuli peripheriam describentis est ut quadratum arcus infinitesimi* A D (Fig. 98) *per diametrum* A E *divisum*. Demissa enim ex puncto D perpendiculari DC, erit $AC = BD$. Quum arcus AD sit infinitesimus, a chorda sibi subtensa non differt; angulus autem A D E in semicirculo est rectus; hinc erit $EA : AD = AD : AC$, adeoque $AC = \frac{AD^2}{EA}$, seu $AC = \frac{AD^2}{2r}$. Ex hoc patet ejusmodi vim centralem in quocumque orbitae circularis puncto *constantem esse*.

264. Ex eo autem quod vis centripeta tamquam vim motricem constantem spectare possumus, sequitur 2.° *vim centralem corporis circuli peripheriam describentis esse in ratione directa quadrati celeritatis, et in ratione inversa radii ejusdem circuli*. Si namque vim vocemus v; spatium a puncto materiali A descriptum tempore t exhiberi potest ab hac formula $AC = \frac{vt^2}{2}$ (207). Atqui spatium AD per orbitam peragratum exprimitur ab AD; est autem in motu uniformi $s = ct$ (57); substituendo igitur hanc quantitatem in dicta aequatione $AC = \frac{AD^2}{2r}$, obtinebitur $\frac{vt^2}{2} = \frac{c^2t^2}{2r}$; unde eruitur $v = \frac{c^2}{r}$, scilicet *vim centralem* etc.

3.° Sequitur etiam, quod si duo corpora eodem tempore diversas circulorum peripherias uniformiter, datis celeritatibus describant, *vires centrales erunt in ratione composita ex directa tum massarum, tum quadratorum celeritatum, et ex inversa radiorum vectorum*. Si namque per massam m multiplicemus vim v puncto A debitam, sequetur ex hoc, vim centralem v per massam m ductam exhiberi a $vm = \frac{mc^2}{r}$; et si vim vm vocemus V, erit $V = \frac{mc^2}{r}$. Quod si massae et celeritates aequales fuerint, *vires centrales erunt tantum in ratione inversa radiorum vectorum*.

Propositio nuper constabilita, nempe vires centrales esse debere inter se in directa massarum ratione, inde etiam patet, quod vires centrales non sunt, nisi effectus virium partialium, quae in corporum elementa suam edunt actionem; pro majori igitur numero partium, ex quibus componuntur, seu pro majori massa, potentiori vi corpora subjicientur. Id etiam poteris, si lubeat, hoc experimento confirmare, diversi nempe ponderis corpora successive ad fundam alligando, quam agas in gyrum; quo enim majoris massae corpus praeditum erit, majori nisu opus esse comperies, ut

illud manu retinere, et in orbem agere possis. Idem experieris, si duo fluida diversae gravitatis specificae, mercurium ex. gr. et aquam, vel corpus solidum fluido gravius in eodem tubo vitreo ad horizontem inclinato includas, huncque tubum circumgyrare facias; tunc enim gravius ascendere, magisque a centro recedere, quam levius, conspicies. (1). Hinc etiam explicatur, cur grana tritici solidiora in cribro cum paleis in orbem agitata, versus cribri peripheriam se se ferant, dum paleae, caeteraque leviora corpuscula in centrum coeunt; grana enim tritici quum plus habeant massae, quam paleae, motum vehementiorem concipiunt, et efficacius agunt, ut a centro recedant. Non diversa ratione etiam frumentum in moletrinorum molis, quas aqua vel animal versat, ad minutissimam farinam redigitur.

265. 4. Quumque motus corporis per circuli peripheriam delati sit continuus ac uniformis (250); in motu autem uniformi sit $c = \frac{s}{t}$ (57); in hoc casu celeritas exprimetur ab integra peripheria per tempus periodicum divisa; erit nempe $c = \frac{2\pi r}{t}$. Si igitur in praecedenti aequatione $V = \frac{m c^2}{r}$ (264. 3) substituamus hunc valorem celeritatis c, obtinebimus $V = \frac{4 \pi^2 r m}{t^2}$; scilicet positis aequalibus massis et radiis vectoribus, *vires centrales sunt in ratione inversa quadratorum temporum periodicorum.*

Quod si tempora periodica fuerint aequalia, si nempe fuerit $t = t'$; aequalesque fuerint pariter vires centrales, pro alia massa erit pariter $V' = \frac{4\pi^2 \; r' m'}{2 t}$; unde eruetur $m' r' = m r$, adeoque $m' : m = r : r'$; id quod significat: *Ut vires centrales sint aequales, positis aequalibus temporibus periodicis, massae debent esse in ratione inversa radiorum vectorum.*

Si vero ponatur etiam $m' = m$, et $t' = t$; tunc proportio $V' : V = r' : r$ existat necesse est; scilicet *duae aequales massae, in describendis eodem tempore periodico duabus orbitis circularibus, urgeri debent a viribus centralibus, quae sint inter se in directa ratione distantiarum a centro motus, seu in directa ratione radiorum vectorum.* Hic autem notandum, quod si superius demonstravimus vires centrales esse in ratione inversa radiorum vectorum (364. n. 2.), id in-

(1) Ea est etiam ratio, cur ubi aqua motum vorticosum concipiat quacumque ex caussa, omnia corpora super aquam innatantia, ac proinde aqua ipsa, leviora, in illius gurgitis centrum colligantur. Hinc nautae, quoties corpora plura innatantia simul collecta aspiciunt, non abs re suspicantur aquas subjectas motu vorticoso donari, locumque illum ut navigationi infestum vitant.

telligendum esse de casu, quo celeritates rotationis ponantur aequales, ut cuique vel parum attendenti patet.

266. Vires centrales in eadem orbita circulari sunt semper uniformes ac constantes, adeoque semper habetur $\frac{c^2}{r}$ (264. n. 2.) : at immutata radii longitudine, immutantur etiam virium intensitates (260). Si igitur variata radii vectoris longitudine, seu distantia a centro motus, vis centralis fuerit, ut de gravitate dictum est (43), in ratione inversa quadratorum a centro ; pro duabus viribus centralibus sequens proportio haberetur $V : V' = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2}$.

Atqui superius (265. 4) invenimus, eliminatis factoribus aequalibus, $V : V' = \frac{r}{t^2} : \frac{r'}{t'^2}$, erit itaque $\frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2} = \frac{r}{t^2} : \frac{r'}{t'^2}$; unde eruitur $t^2 : t'^2 = r^3 : r'^3$; scilicet *quadrata temporum periodicorum sunt inter se ut cubi distantiarum a centro.* Atque haec est famosissima tertia Lex a Keplero inventa, quae in omnium Planetarum motu et distantiis a centro motus locum habet.

267. Haec omnia, quae in orbitis circularibus evenire demonstravimus, etiam orbitis ellypticis competunt; si enim loco radiorum, perpendiculares, quae e centro virium in tangentes cujuslibet curvae demittuntur, substituas, eamdem veritatem ad ellypsim et ad reliquas curvas extendi posse ope Geometriae sublimioris, docent Mechanici.

268. Diximus in n. 237 gravitatem minui a polis ad aequatorem jugiter accedendo, adeoque Telluris figuram esse sphaeroideam, prope polos compressam, elatiorem vero prope aequatorem. Jam tempus est ut hujus discriminis caussam, quam Physici omnes communi suffragio nostris temporibus agnoscunt, assignemus. Ea a motu, quo terra circa suum axem volvitur, repetenda est. Quum enim corpora in orbem acta singulis momentis vim acquirant recedendi a centro per lineam, quae cum radio ab eodem centro ad peripheriam ducto angulum rectum capiat (258); eaque vis ubi massae ponantur aequales, augeatur prout distantia a centro motus, sive radius vector augetur (264. 4.); terra autem sit globus, qui circa suum axem volvitur; patet, terrae partes, quae aequatori propius insistunt, majorem vim centrifugam concipere, ac eas quae magis ab aequatore recedunt, et polis sunt proximiores. Gravitas proinde, seu vis centripeta, qua omnia terrestria corpora ad terrae centrum tendunt, minor erit in locis ubi ab aucta vi centrifuga magis eliditur, et vicissim. Id ut ad oculum concipere possis, sit P A P′ M tellus (Fig. 99), P P′ ejus poli, linea PCP′ axis, circa quem revolvitur, AM aequatoris diameter; facile perspicies partem terrae A circulum describere, cujus radius est A C; partem D vero circu-

lum describere, cujus radius est D R axi perpendicularis; ita etiam reliquae terrae partes totidem circulos describent, quorum radii sunt normales axi PCP', et centra in ipso axe consistunt. Omnes igitur terrae partes, vi centrifuga recedere nituntur ab axe motus P P' per lineas eidem perpendiculares; eaque vis in A ab A Q datae longitudinis repraesentari poterit, et in D per D N. Atqui pars A quum majorem circulum describat eodem tempore, quam pars D, ob radium C A > D R, majorem acquirit celeritatem; necesse est ergo, ut vim centrifugam ipsa parte D majorem acquirat: hinc vis centrifuga eo major erit, quo magis ad aequatorem accedimus, et eo minor, quo Polo proximiores sunt Terrae partes. Jam vero corpora omnia ad Terram tendunt per lineas Terrestri superficiei perpendiculares (43.); et radii AC, PC sunt Terrae normales; vis igitur gravitatis in P et in A juxta directiones PC, A C sese exerit. Atqui vis centrifuga in P et P' nulla est, siquidem nullum circulum Poli describunt; gravitas ergo sub Polis integra manet: in A vero vis centrifuga per A Q directe opponitur gravitati, quae agit per AC: ergo vis gravitatis sub Aequatore maximum decrementum patitur a vi centrifuga; in locis proinde intermediis vis centrifuga minus quam sub Aequatore gravitatem minuit.

269. Quamnam autem rationem haec gravitatis imminutio ab aequatore ad polos sequatur, facile est definire. Vis centrifuga in D quum non tota impendatur in imminuenda gravitate, quae juxta radium D C agit, in duas D M, D N resolvi potest, producta C D in M donec a puncto M perpendicularis M N excitari poterit. Harum duarum componentium D M, et M N sola D M immediate vi centripetae opponitur; dum interea in A vis centrifuga totam suam edit actionem. Ex una parte igitur habetur vis centrifuga in A ad vim centrifugam in D ut A C ad D R; ex altera vero quum tota vis centrifuga in D gravitati non opponatur, sed dumtaxat ejus pars a D M expressa, erit vis totalis, seu eadem vis prout ad aequatorem agit, ad vim partialem, quae in D agit, ut D N ad M D, seu ut CD: DR ob similitudinem triangulorum MND, CDR, seu denique ut C A : D R. Habentur itaque duae sequentes proportiones:

Vis centrif. in A : vim centrif. in D=C A: D R.

Vis centrif. tot. : vim centrif. part. = CD: DR = CA : D R. Igitur vis centrifuga ad aequatorem ad vim centrifugam in media distantia est ut CA × C A : DR × DR, seu ut $CA^2 : DR^2$, scilicet *ut quadratum radii* C A *ad quadratum rectae* D R, *quae sinum complementi latitudinis illius loci designat*. Haec autem est hujus imminutionis quantitas ex observationibus deprehensa, ut nempe si gravitatis actio Parisiis, id est ad latitudinem graduum 48 numero 1000 exprimatur, ad Aequatorem numero 996 $\frac{2}{3}$ designabitur,

Pello autem in Laponia ad gradum 65 numero 1001 $\frac{1}{5}$. Sed de his satis. Reliqua videsis in Biot Phys. T. 1· pag. 94. 3.a edit; et in Pouillet T. 1. Lib. 1. c. 4. n. 51 et seq.

ARTICULUS SEXTUS.

DE CORPORUM MOTU, QUI FIT PER COLLISIONEM.

270. Corpora quum moventur aliquando in aliud corpus vel quiescens, vel pariter motum impingunt. Tunc singulares quidam effectus oriuntur, qui a corporum in se mutuo impingentium elasticitate, vel duritie, massa vel velocitate, vel denique varia eorum directione pendent. Quocirca Physici omnes post Cartesium (nam veteres de hoc argumento vel nihil statuerunt, vel eorum scripta ad nos usque non pervenerunt) in explorandis et tradendis Legibus de corporum collisione mirifice delectantur, suasque investigationes, machinis inventis, multiplici rationum ac experimentorum pondere confirmant. Nos igitur quaedam per summa capita hac super re etiam delibabimus.

271. Corpora se se collidentia duplicis generis esse possunt, *elastica* nempe, vel non *elastica*. Posterioris generis corpora in *dura* et *mollia* partiuntur (26). Tam illa, quam ista congredi possunt *ictu* vel *directo*, vel *obliquo*. *Directe* colliduntur corpora quum congrediuntur juxta directionem eorum superficiei perpendicularem, quae proinde, si figurae sphaericae fuerint, per eorum centra transibit; *oblique* vero quum directio ictus non est superficiei corporis collisi perpendicularis, sed variam habet inclinationem. In assignandis Legibus collisionis corporum, ponunt Physici corpora tum collidentia, tum collisa esse vel *perfecte elastica*, vel omni *elaterio destituta*. Quamvis autem falsae sint ambae hypotheses, quum raro, aut numquam corpora vel perfecte elastica, vel elaterio omnimode destituta existant, tamen, ait D.s Pouillet (1) ex his facili modo collisionis Leges eruuntur ad communem usum quam optime accomodatae. Perillustri hoc Physico duce, simpliciores has leges enodabimus duobus in paragraphis, in quorum primo *de congressu corporum non elasticorum*, in altero vero *de congressu eorum, quae elasticitate praedita sunt*, loquemur; quibus tertium adnectemus *de motus reflexi et re–*

(1) Phys. L. 1. n. 30.

facti Legibus, quum uterque hic motus nihil aliud sit nisi collisionis casus particularis.

§. I. *De corporum non elasticorum collisione directa.*

272. Corpora non elastica vel *dura* sunt, vel *mollia* (26). Utraque quum omni elaterio destituta ponantur, iisdem Legibus in motus communicatione subjiciuntur. Quidquid igitur de corporum mollium congressu statuitur, de duris etiam intelligendum est. Leges autem hujus motus generaliores ad sequentes revocari possunt.

273. 1. *Corpora non elastica ejusdem molis ubi in sese ex partibus e diametro oppositis, et eum viribus aequalibus incurrunt, se invicem premunt, et statim post collisionem quiescunt.* Haec Lex per se patet. Corpora enim, quae sub his conditionibus colliduntur, non possunt regredi, vel reflecti, quum vi elastica careant; nec progredi possunt, quia neutrum valet alterum vincere, quum motus ac vires sint utrimque aequales. Hinc duo globi ex plumbo omnino aequales, qui aequalibus viribus eodem temporis momento ex oppositis directionibus projecti fuissent, quum in sese incurrerent e diametro cum eadem velocitate, apprimerentur, et contunderentur, motuque orbarentur. Motus autem, quo post collisionem (si in libero aere hic motus eveniat) hi duo globi in terram decidunt, non ex aliqua velocitatis quantitate, quae destructa non fuerit, procedit; verum ex gravitatis vi, quae in eos indesinenter operatur.

274. 2. *Idem dicendum si corpora inaequalis massae aequali motus quantitate praedita sint; scilicet si unius massa massae alterius sit duplex, haec posterior duplici velocitate donetur, oportet, ut se invicem collidentes, quiescere possint; moles centies minor, centupla velocitate praedita eumdem gigneret effectum, et sic deinceps: quare statui potest semper eumdem effectum haberi ubi moles fuerint celeritatibus reciproce proportionales.* Duae motus quantitates aequales et contrariae, ubi vis elastica nullum habet locum, semper et omnino eliduntur; nam duae motus quantitates aequales et contrariae non sunt nisi duae vires oppositae et aequales, quas idcirco semper se invicem destruere constat.

275. 3. *Ubi motus quantitates inaequales fuerint*, fortior vincet, *et corpora post collisionem movebuntur juxta directionem fortioris, cum differentia vel cum summa virium, quas ante collisionem habebant; cum differentia quidem si corpora juxta oppositam directionem movebantur, cum summa vero si juxta eamdem directionem pergunt.* Id etiam clare perspicitur; et quidem si duo globi mole aequales moveantur unus ex. gr. versus ortum cum 12 virium gradibus, alius vero versus partem oppositam cum 8 earumdem virium gradibus; uterque in conflictu amittet octo virium gradus, utpote sibi oppo-

sitos, et sese mutuo elidentes; quatuor ergo virium gradus supererunt, quos, cum corpora ejusdem sint molis, sibi ex aequo partientur, ac proinde simul sumpta progredientur versus prioris directionem cum quatuor virium gradibus, quo numero *differentia* designatur virium, quae duobus globis ante conflictum inerant. Si vero corpora juxta eamdem directionem moveantur, patet in hoc casu, corpus, quod velocitate majori insequitur aliud, quod minori celeritate moveatur, ipsumque tandem assequitur, unicam massam, ac veluti unicum corpus eo momento quo illud tangit, cum eo efficere: communis igitur celeritas post collisionem erit summa virium, quas ante collisionem ambo habebant.

276. 4.ª *Idem dicendum pariter si corpus motum in aliud quiescens incurrat; nempe ipsi pro ratione utriusque molis vires suas communicabit, secum abripiet, et ambo eadem directione ac velocitate progredientur.* Ut enim illud progrediatur, necesse est ut obstaculum a corpore quiescente sibi oppositum vincat, ideoque ipsi tantam motus quantitatem communicet, quanta opus est ut ambo communi velocitate moveantur. Si moles utriusque corporis foret aequalis, tunc corpus percutiens dimidiam sui motus partem corpori percusso largiretur, eamdemque idcirco amitteret; celeritas vero post percussionem ad dimidiam prioris reducetur, dum massa duplex evadet. Si moles corporis percussi duplo major sit mole corporis percutientis, tunc istud duas partes tertias sui motus impendet, celeritas autem post percussionem pars tertia prioris esset.

277. Ex his omnibus patet, non alia via inveniri posse rationem celeritatis corporum tum ante, tum post collisionem, nisi dividendo molem corporis percutientis per summam molium percutientis et percussi (1). Hinc globus sclopeti, quo ad venandum utimur, cujus moles sit $\frac{1}{20}$ librae, et cujus velocitas quum exploditur sit pedum 1300 pro quolibet minuto secundo, si percutiat globum quiescentem librarum 48, eum ante se impellit; et velocitas communis esset ad velocitatem pedum 1300 ut $\frac{1}{20}$ est ad $48\frac{1}{20}$,

(1) Si massae et velocitates corporum ante collisionem vocentur M, m, et V, v; communis autem velocitas post percussionem vocetur x, formula generalis harum legum erit sequens, nempe $x = \frac{MV \pm mv}{M + m}$; ex qua omnes casus particulares erui possunt. Ex. gr. si corpora per eamdem directionem moveantur, aequalemque habeant massam, habebitur $x = \frac{M(V + v)}{2M} = \frac{V + v}{2}$. Si corpus collisum quiescat, tunc erit $mv = 0$, et hinc habebitur $x = \frac{MV}{M + m}$; et si $M = m$, haberetur $x = \frac{MV}{2M} = \frac{V}{2}$. Si denique corpus collisum fuerit infinitae quantitatis respectu collidentis, erit $x = \frac{MV}{M + \infty}$.

id est ut $\frac{1}{20}:\frac{961}{20}$, vel ut 1 : 961, et ideo esset $\frac{1300}{961}$, id est unius pedis et $\frac{1}{3}$ circiter pro quolibet minuto secundo. Pari modo si idem globus incurrat in ingens saxum, ei communicabit suam celeritatis quantitatem, sed haec post ictum erit infinite parva; si enim saxum ex. gr. esset 500 librarum, celeritas post percussionem erit ad pedes 1300 ut $\frac{1}{20}: 500\frac{1}{20}$, id est ut 1 : 10001, esset nempe unius pollicis pro quolibet minuto secundo. Affrictus autem, aliaeque resistentiae illico hunc exiguae quantitatis motum destruerent, ubi hic successive se se communicaret omnibus partibus adjacentibus, nec non universae telluris massae. Liquet proinde in quacumque collisione motum semper communicari, numquam autem destrui. Ubi destrui videtur, nihil aliud efficit reipsa, nisi ex uno corpore prodire, ut in aliud, in quod incurrit, transeat; ex hoc in omnibus aliis corporibus expanditur, quae corpori percusso sunt adjacentia, ac deinde post hanc ingentem dispersionem insensibilis evadit. Ut motus destruatur, alio motu opus est; resistentiae et affrictus illum dumtaxat disperdunt, numquam vero destruunt (1).

§ II. *De corporum elasticorum collisione.*

278. Leges superius constitutae etiam corporibus elasticis applicari possunt, ubi eorum elasticitatis ratio habeatur. Jam enim vidimus n.° 25, corpora elastica, ubi congrediuntur, comprimi, et ad priorem formam sese restituere. Duplex igitur in corporum elasticorum congressu virium enodatio evenit; prima eo momento, quo colliduntur, et sese mutuo premunt, id quod evenit etiam in corporibus non elasticis; altera vero, quum desinente compressione, corpora elastica sibi invicem collisa in priorem formam se restituunt eadem vi, qua fuerant compressa; adeoque duplici sub ratione considerari debent, in statu nempe compressionis, et in statu, quo ad pristinam formam sese restituunt. In priori casu elastica a mollibus corporibus non differunt. Omnis differentia, quae inter illa intercedit, a restitutione ad priorem formam repetenda est; tunc enim novus ab elaterio motus producitur illi prorsus aequalis, quem corpus percutiens in collisione amisit, quique collidentis directioni opponitur, conspirat vero cum motu, quem corpus collisum in conflictu accepit. Corpus A ex. gr. (Fig. 100) perfecte elasticum impingens in B pariter elasticum, illud urgeat ver-

(1) Vide Pouillet T. I. n. 31.

sus D ; utriusque partes comprimentur in ictu ; quo cessante, partes corporis A vi elaterii sese restituere conabuntur tum versus E, tum versus C; ita pariter partes corporis B tam versus E, quam versus D. Attamen partium explicatio praepeditur versus E ab oppositarum virium aequalitate ; explicabuntur itaque partes corporis B ex integro versus D, et partes corporis A ex integro versus C : quocirca corpus B feretur versus D tum velocitate acquisita ex ictu , tum velocitate sibi ex partium enodatione comparata; integra igitur elasticitas corporis B superaddet eidem B tantumdem motus versus D, quantum ex ictu idem acquisivit; sicut pariter integra restitutio partium A versus C auferet ab eodem tantumdem motus, quantum jam ei ademptum fuerat impingendo in B ; quemadmodum si elaterium ABCDEF (Fig. 101) duobus obicibus in A et F compressum, iis remotis , in utramque partem restituitur ; at manente obice in A, integra sua vi versus F dumtaxat evolvitur. Igitur in corporibus perfecte elasticis virium enodatio duplex est ejus, quae in corporum non elasticorum conflictu evenit; ideoque motus quantitas et velocitas, quae addenda est corpori lucranti , aut subtrahenda corpori amittenti , duplex est ejus, quae addenda, aut subtrahenda esset in corporibus non elasticis congredientibus. Ex hac duplici virium enodatione evenit , ut leges collisionis corporum elasticorum quamvis reipsa eaedem sint , ac illae , quas in corporum non elasticorum collisione locum habere vidimus , ab iis tamen aliqua ratione differant. Id autem clarius patebit ex ipsarum legum expositione.

279. Tres casus hic occurrere possunt ; nempe *vel corpus elasticum incurrit in aliud quiescens; vel in aliud lentius motum versus eamdem partem; vel in aliud motum in directione sibi opposita.* Pro tribus his casibus , en leges.

280. 1.ª *Quum corpus elasticum incurrit in aliud quiescens et aequalis massae , omnem suam velocitatem amittit , et corpus quiescens velocitate impingentis movetur.* Nam corpus elasticum quiescens et collisum ideo movebitur cum tota collidentis velocitate , quia a percussione habet dimidiam partem velocitatis, quae erat in corpore collidente (274) ; et ab elaterio recipit aliam velocitatem priori aequalem , et secundum eamdem directionem. Corpus autem collidens , post collisionem versatur inter duas vires aequales et oppositas , nempe prioris sui motus dimidiam partem , quae ipsi superest , et motum ab elaterio exortum , ac priori aequalem , sed in partem oppositam , ut nuper diximus (278). Haec autem quum se mutuo elidant ; patet hujus legis veritas. Hinc sequitur , quod si plures globi perfecte elastici et aequales ita in eadem directione disponantur, ut se mutuo tangant , et alius horum unicuique aequalis in primum incurrat, omnes quiescent , excepto ultimo. Ratio est

manifestissima. Nam globus A (Fig. 102), colliso globo B, stabit immotus: B pariter colliso C, erit immotus, et sic deinceps, usque ad postremum F, qui cum in nullo alio impingat, solus moveri debet.

281. Non iidem erunt effectus, *si corpus elasticum in aliud quiescens, et mole minus vel majus incurrat.* In primo enim casu, *ambo post collisionem movebuntur juxta directionem incurrentis, sed ita ut major sit velocitas minoris, quam alterius.* In altero vero casu *corpus percussum movetur juxta directionem percutientis, et quidem motu majori; incurrens autem post percussionem reflectitur.* Ratio prioris casus haec est. Corpus B quiescens minus est corpore A (Fig. 100). Si ambo essent elaterio carentia, hoc illi communicare deberet in percussione minus quam dimidiam sui motus partem. Atqui sunt elastica; opus est igitur, ut ei communicet tantundem motus. Quare motus, quem A deperdit, cum sit minor duobus dimidiis, semper ei remanet aliquantula sui motus pars, vi cujus post percussionem lentius movebitur, quam corpus B, quod duplicem motum acquirens, unum nempe per collisionem, alium per vim elasticam, majori cum velocitate movebitur. Posterioris casus autem haec est ratio. Si globi incurrentis moles sit ex. gr. ut 1, globi vero quiescentis moles sit ut 2, prior posteriori communicabit motus quantitatem sua dimidia parte majorem, ex superius dictis; et alteram aequalem quantitatem ob elasticitatem. Inde fit, ut non modo globo B omnem suum motum communicet, verum etiam ipse remaneat in statu negativo, ita ut vi repercussionis corporis A reflectatur in oppositam partem cum quantitate motus huic defectui aequali; et B moveatur tam cum omni motu, quem A ei communicavit, quam cum ampliori motus quantitate huic defectui aequali.

282. 2. *Si corpus elasticum incurrit in aliud aequale, sed lentius in eamdem partem motum, post collisionem ambo movebuntur secundum priorem directionem, sed viribus invicem permutatis.* Ex. gr. si corpus A (Fig. 103) moveatur versus D cum 6 motus gradibus, ubi percutitur a corpore B cujus motus est ut 12; post collisionem ambo movebuntur versus D, sed A movebitur cum 12 gradibus, et B cum gradibus 6. Si enim corpora essent elaterio carentia, quum sint aequalia, summa motuum eorum aequaliter in ambobus partiretur post collisionem, et in unoquoque eorum esset 9 gradibus: quoniam autem in A sex gradus inerant, B alios tres ei communicavit, ita ut in hoc casu celeritas corporis B esset $= 12 - 3$ et celeritas corporis A $= 6 + 3$. Quum autem sint elastica, corpus B corpori A alios tres velocitatis gradus communicabit, adeoque corpus B cum velocitate $= 12 - 3 - 3 = 6$ moveri cogeretur; et corpus A motum suum velocitate $6 + 3 + 3 = 12$ continuabit. Quod si corpora mutuo occurrentia fuerint inaequalis molis, hac

eadem ratione invenientur tum eorum motus quantitates, tum velocitates.

283. 3. Si denique duo *corpora elastica aequalia ex adverso sibi directe occurrant cum viribus aequalibus, cum iisdem ambo resilient: si vero disparibus velocitatibus ex adverso sibi occurrant, tunc permutatis velocitatibus post ictum regredientur*. Nam haec corpora quum viribus aequalibus ex adverso sibi incurrant, totis viribus sese feriunt; hinc totis viribus se comprimunt, ac proinde totis viribus sese restituunt: non possunt autem totis viribus sese restituere, quin etiam tota sua vi resiliant et reflectantur. Posterioris autem casus ratio patet tum ex hoc, tum ex numero superiori.

284. Omnes hae leges congressus corporum tum mollium, tum elasticorum Machina quadam comprobantur, quae a Mariotto inventa, et a Jacobo s'Gravesande novo apparatu aucta, *Machina percussoria* vocatur. Ejus summa huc redit. (Fig. 104) In assere ligneo M N centris C et D describantur duo arcus circulares A E, B F, qui in partes aequales veluti totidem gradus utrimque dividantur. Deinde centris C et D suspendantur duo fila, quibus in parte inferiori appensi sint globi A, et B, molles, sive elastici, quorum moles cognoscantur. His positis, pro experimentis conficiendis, globus A elevatur ad numerum quemcumque, ex. gr. 4, sibique permittitur; descendet ille per arcum 4 A, et in situ verticali adipiscetur celeritatem cognitam 4, qua in globum B incurrere, et hac ratione sub aliqua data celeritate collisionem cum B exercere potest; si B quiescens ascendet ex. gr. ad numerum 2, intelligetur ex hac collisione corpus B celeritatem ut 2 acquisivisse. Idem de omnibus aliis casibus dicendum. Advertant tamen, qui hac machina utuntur, ne globi quum moventur, aut congrediuntur, motum conicum seu rotatorium acquirant; id enim in observationibus maximam variationem induceret.

285. Pro *obliqua* autem *corporum percussione*, sic breviter ac paucis rem expediemus. Duo globi M, *m* (Fig. 105) sibi occurrant in directionibus M A, *m a*, quae pariter eorum celeritates designent. Resolvantur hae celeritates in duas, construendo circa eas, veluti circa diagonales rectangula M C A B, *m c a b*, ita ut lineae A B, et *a b* unicam rectam B *b* constituant. *Componentes* duarum diagonalium M A, *m a* (quae corporum M, et *m* celeritates designant) a lineis C A, A B, et *c a*, *a b* exhibentur; quarum duae CA, et *c a* cum sint parallelae, in se mutuo non agunt, adeoque globorum motorum directiones post ictum non mutant: supersunt igitur dumtaxat directiones B A, et *b a*, quibus globi directe sibi occurrunt; quocirca ictus directus erit ad ictum obliquum ut MA: BA, et *ma*: *ba*, idest *ut radius ad sinum anguli inclinationis*. Per superius demonstrata determinentur celeritates globorum M, *m*, motibus B A, *b a*

in se mutuo directe impingentium post ictum, sive perfecte elastica, sive non elastica illa fuerint; sicque communis celeritas habebitur, qua vel progredientur, si mollia fuerint corpora, vel resilient si fuerint elastica.

§ III. *De motu corporum reflexo et refracto.*

286. Corpora elastica nonnumquam in obstacula immobilia vel dura, vel etiam elasticitate praedita incurrunt. Ubi corporis incurrentis moles fuerit exigua respectu plani, in quod incurrit, omnem ei suam velocitatem communicabit, et quiesceret si non elàsticum foret corpus; quum autem elasticum ponatur, ob vim elaterii, quae secundum directionem compressioni oppositam evolvitur, resiliet ad altitudinem, a qua descendit. Motus, quo corpus elasticum in obstaculum vel durum vel elasticum impingens, resilit versus eamdem directionem qua incidit, *motus reflexus* appellatur. Duplici modo hic fieri potest: vel enim corpus B (Fig. 106.) in planum M N incidit per lineam B C ipsi perpendicularem, et *casus* dicitur *directus*; vel oblique impingit velocitate data, que per B′ C exprimatur, et *casus* dicitur *obliquus*. In *casu directo* corpus resilit per ipsam perpendicularem, per quam descendit; in *casu obliquo* autem reflectitur per lineam C B″ aequalem lineae B′ C, eaque efficit cum plano angulum B″C E, qui dicitur *reflexionis*, aequalem angulo B′ C A, sub quo incidit, quique *angulus incidentiae* vocatur. Porro, sive in perpendiculari, sive in obliqua directione corpus elasticum in planum immobile incurrat, semper reflectitur ea lege, *ut angulus reflexionis angulo incidentiae sit aequalis*. Id autem ita demonstratur.

287. Corpus elasticum B ad perpendiculum incurrens in planum M N, in puncto C, ob plani resistentiam, comprimitur ex dictis (25.); quum autem sit elasticum, compressione facta, ad pristinum statum redire nititur, et quidem in partem oppositam; ergo debet a plano resilire juxta eamdem lineam, per quam inciderat. Atqui recta plano perpendicularis angulos efficit hinc inde rectos, ideoque aequales; ergo *angulus reflexionis*, per quem corpus B ascendit, aequalis erit *angulo incidentiae*, per quem descendit (1). Ubi vero corpus *oblique* in planum delabitur juxta directionem B′ C, illius motus resolvi potest in alios duos B′ A, et B′ B; quorum ultimus quum plano M N sit parallelus, in illud nullo modo agit in colli–

(1) Advertas, plani situm nihil interesse pro hujus Legis veritate: planum enim vel verticale, vel horizontale, vel obliquum esse potest. Hoc unum requiritur, nempe ut linea secundum quam corpus projicitur, sit plano perpendicularis: quin imo, si plani superficies fuerit curva, oportet ut corpus projiciatur in directione, quae sit perpendicularis tangenti ductae per punctum, in quod corpus incidit, uti sunt B x, et B′ x in Figura 107.

sionis actu. Corpus igitur quum in C pervenit, percutiens planum cum sola vi B′A, sive E B″ in directione verticali, per eamdem rectam resilire nitetur. Quoniam autem in eodem actu cogitur directionem B B″ plano parallelam percurrere, quae in percussione, ut diximus, remanet intacta, diagonalem C B″ parallelogrammi B′ E C B describet (73). Atqui angulus ECB″ = ACB′, ob aequalitatem triangulorum E C B″ et A C B′; ergo etiam *oblique corpus incurrens in planum immobile angulum reflexionis efficit angulo incidentiae aequalem.*

288. Hic autem adverti debet quod si corpus B′ perfecte elasticum non fuerit, et vis compressiva sit ad restitutivam ut B C: CO, tunc ducta per O recta O F ipsi A E parallela, mobile per ictum resiliet per C F, eritque reflexionis angulus E C F < angulo E C B″, seu angulo incidentiae B′ C A.

Hac propositione, veluti fundamento ea Opticae pars nititur, quae reflexos luminis *radios* expendit, et vulgo dicitur *Catoptrica.*

289. Jam supra (199) observavimus celeritatem corporum, quae in eodem medio resistente moventur, semper ob medii resistentiam imminui; nunc expendendum occurrit utrum celeritas et directio corporis ex uno in aliud medium densius, vel rarius transeuntis aliquam patiantur mutationem. Duo casus hic dari possunt. Vel enim mobile ex uno in aliud fluidum *normaliter* incidit, vel *oblique.* Ubi normaliter incidit, ejus celeritas retardatur quidem ob medii resistentiam; at directio nullo modo immutatur, quia corpus undequaque aequaliter premitur, ut in Hydrostatica videbimus; idque potest hac experientia confirmari. Imponatur plano A B (Fig. 180) horizonti parallelo vas vitreum C D. Hujus fundum argilla, vel arena quacumque mollicula inducatur ad duorum vel trium pollicum altitudinem: deinde globus plumbeus sibi permissus per meatum E vasis centro respondentem decidat; hic globus foveam sibi effodiet in parte argillae, quae meato ad perpendiculum subjicitur. Postea, extracto globo, idem vas aqua impleatur, et denuo globus per meatum E demittatur; observabitur globum, trajecta aqua, in eamdem foveam delapsum esse; unde colligitur globum nullam expertum esse directionis mutationem, quamvis ex uno medio in aliud densius transierit.

290. Si vero corpus oblique transeat ex uno in aliud medium, ejus motus directio immutatur. Haec directionis immutatio *Motus refractio* dicitur; huncque motum duae Leges comitantur, prout corpus a medio rariori in densius transeat, vel viceversa: 1. *Si mobile oblique transiens ex medio rariori in aliud densius ingreditur, ex. gr. ex aere in aquam, vel ex aqua in mercurium, tunc ejus motus refringitur recedendo a perpendiculari ad superficiem fluidi ducta ex puncto, ubi corpus in illud mergitur.* Sit ex. gr. corpus A (Fig. 109),

quod oblique transeat e medio minus denso in aliud densius per directionem A B. Resoluta vi A B in perpendicularem A E, et in horizontalem A H; vis perpendicularis in B impedimentum offendit, et retardari incipit ob fluidi resistentiam; vi autem horizontali, utpote superficiei fluidi parallelae, nullum occurrit impedimentum; ex quo efficietur, ut globus magis progredi debeat juxta directionem A H, quam juxta directionem A E; ac proinde non perget sequi diagonalem A C prioris parallelogrammi A E B H, sed describet lineam B F, diagonalem alterius parallelogrammi, cuius latera exhibentur a linea $B\,m = B\,E = A\,H$, et a linea $B\,o < B\,H$; mobilis itaque directio a perpendiculari recedet (1).

2. Si vero *mobile oblique transiens ex medio densiori aliud minus densum subeat, ejus motus refringitur ad perpendicularem accedendo.* Patet id evenire debere ex contrariis rationibus. Corpus enim A; (Fig. 110), postquam per aquae massam se se movit, et in aerem, ex. gr. incurrit in puncto D, motus parallelus $D\,F = D\,B$ nullam patitur resistentiam; sed motus perpendicularis D C, qui in aqua per lineam D G exhibebatur, quum minorem ab aere resistentiam experiatur, illico augebitur, et a linea $D\,I > D\,G$ exhibebitur. Hinc si diagonalis, seu directio mobilis in aqua per D H repraesentabatur, ob latera F D, D G parallelogrammi F H G D: extra aquam a D L exhibebitur, quia D G evasit D I. Cuique autem perspectum est D L esse perpendiculari C I proximiorem quam D H.

291. Haec motus refracti Leges Dioptricae fundamentum constituunt; quamvis ob particulares quasdam rationes, quas ibi expendemus, Lux in ordine inverso refringatur. Sed ad reliqua pergamus.

(1) Ex hac Lege evenit, ut si quis piscem in aqua positum globo plumbeo e fistula ferrea, qua ad venandum utimur, exploso, perfodere velit, ictum paullo inferius dirigere debet; quum enim globus plumbeus ex aere in aquam emissus a linea perpendiculari recedat, piscem non feriet, nisi paullo inferius dirigatur. Piscis praeterea, ut in Dioptrica exponetur, ob refractos luminis radios, altiori loco constitutus apparet.

SECTIO III.

DE HYDROMECHANICA

292. Omnes tum aequilibrii, tum motus solidorum corporum generaliores Leges hactenus recensitae ad corpora etiam liquida, vel fluida extendi possent. Quoniam autem hoc corporum genus quasdam exhibet particulares sibi proprietates, quae aliquam in harum Legum applicatione variationem inducunt; hinc factum est, ut Physici et Mechanici omnes huic tractationi *Hydromechanicae* (1) nomen assignantes, eam a solidorum corporum Mechanica seorsim pertractent; et quemadmodum illam Mechanicae partem, quae de solidorum aequilibrio disserit, *Staticam* appellant; illam vero, quae de eorumdem motu agit, *Dynamicam* vocant; ita eadem de caussa Hydromechanicam bifariam partiuntur, in *Hydrostaticam* (2) et *Hydrodynamicam* (3); quarum illa de liquidorum vel fluidorum aequilibrio, haec, quam etiam *Hydraulicam* (4) alii vocant, de eorumdem motu agit. Nos, consueta brevitate, duobus in capitibus sermonem de utraque lubenti animo instituemus, quum omnes, aut fere omnes earum theoriae ingeniosae simul, ac mirabiles sint, atque ad varios humanae vitae usus valde utiles.

CAPUT PRIMUM

DE HYDROSTATICA.

293. Hydrostatica igitur aequilibrii conditiones in corporibus tam liquidis, quam fluidis expendit (292). *Fluida*, vel *liquida* ea dicuntur corpora, quorum partes quum sint exilissimae et facile mobiles, cuilibet pressioni facillime cedunt, et a se invicem separantur, ac diffluunt, nisi aliquo externo obstaculo coerceantur (5). Distinguuntur in *incompressibilia*, quae proprie *liquida* vocantur; et *compressibilia*, vel *elastica*, quae proprie *fluidorum* nomen reti-

(1) ab ὕδωρ, ος, aqua, et μεχάνικη, mechanica.

(2) ab ὕδωρ, ος, et στάτική.

(3) ab ὕδωρ, ος, et δύναμικη.

(4) ab ὕδωρ, et αὐλος η, tubus.

(5) Si strictim loquamur, non omnibus tum fluidis, tum liquidis aeque convenit haec definitio; quum nullum sit fluidum, cujus partes variis cohaesionum gradibus, quae mobilitati perfectae plus minusve resistunt, subjiciantur. Physici tamen ab hac particulari fluidorum conditione abstractionem faciunt, ut in theoria constabilienda simplicitati consulant: in praxi vero, nonnisi captis experimentis, iis occurrunt erroribus, qui ex hac hypothesi oriuntur.

nent. Prioris generis sunt ea, quae quacumque adhibita pressione, in minus volumen sensibiliter non coarctantur, ut aqua, vinum, oleum, mercurius etc.; posterioris vero sunt ea, quae sive ob pressionem, sive ob diversam cohaesionem, sive denique alia quavis de caussa sub eodem volumine plus minusve densitatis vel continent, vel continere possunt. Hic tamen fluidorum vel liquidorum vocabula indiscriminatim usurpabimus.

294. Principium, quo tamquam fundamento Hydrostatica superstruitur, est *pressionis aequalitas;* ea nempe proprietas, qua omnia tum liquida, tum fluida pollent, ut juxta quamlibet directionem a summo deorsum, ab imo sursum, et ultro citroque versus latera partes earum aequaliter premant. Quumque haec pressio spectari possit sive ratione ipsarum partium unius et ejusdem fluidi incompressibilis, vel compressibilis, in eodem vase, vel in vasis communicantibus inclusi; sive ratione corporum solidorum quae in fluida immerguntur; ut ordine procedamus, quatuor in Articulis tractabimus 1.° de pressione et aequilibrio fluidorum incompressibilium, quae tam in eodem vase, quam in vasis communicantibus continentur; 2.° de fluidorum elasticorum aequilibrio et pressione; 3.° de solidis fluido immersis; 4.° de Machinis hydrostaticis, et earum usibus.

ARTICULUS PRIMUS.

DE PRESSIONE ET AEQUILIBRIO FLUIDORUM INCOMPRESSIBILIUM, QUAE VEL IN EODEM VASE VEL IN VASIS COMMUNICANTIBUS CONTINENTUR.

295. Principium, quo Hydrostatica superstruitur, nempe *pressionis aequalitas*, a priori demonstrari nequit, quum figura, moles, dispositio minimarum partium tam liquidorum, quam fluidorum sint nobis prorsus impervia. Easdem concipiunt quidem Physici ad instar minimorum globorum solidorum, qui ad invicem sint superimpositi, quique minime cohaereant, adeoque ingenti mobilitate donentur: at quum haec hypothesis probabilitatis limites non transiliat, tamquam principium certum nequit assumi. Praestat igitur experientia, optima rerum magistra, hanc fluidorum Legem primariam statuere.

296. In aliquod vas A B D C aqua plenum (Fig. 111) tubus ex superiori parte apertus, normaliter aut oblique immergatur: aperiatur deinde foramen *a*, quo instructus est ad fundum seu ad latera; illico fluidum per foramen se insinuabit, ad eamdemque in tubo assurget altitudinem, quam habet in vase. Ubi plures adhibeantur tubi, quorum inferiora orificia intra fluidum posita, deorsum, sursum, ad laevam, vel ad dexteram sint inflexa, idipsum

evenire conspicietur. Idem pariter continget, si in vasis A B D C latere (Fig. 112) foramen a' aperiatur; fluidum statim ea velocitate egredietur, quae sit proportionalis distantiae, quam foramen a suprema superficie $x y$ habet: si vero eidem vel alteri foramini a'' aptetur tubus sursum inflexus, fluidum in hunc ascendet ad altitudinem $m\,n$, ad eamdem scilicet, quam habet in vase. Quumque haec omnia locum habeant etiam ubi mercurius, vinum, oleum, aliaque liquida quaecumque adhibeantur; patet, *liquida omnia quaquaversum pressionem exercere* (1).

297. Ut hoc plenius intelligatur, concipe liquidum in vase ABCD (Fig. 113) contentum omni sua gravitate destitui, sed hujus loco premi ab embolo $a\,b$ ejus superficiei superimposito. Si embolus gravitate pariter destituatur, nullam in liquido pressionem exercebit, ita ut liquidum nullo modo excurreret, etiamsi foramen in vase aperiretur: at si centum librarum pondus embolo superimponatur, hic statim nitetur in vasis fundum cadere, ubi reipsa perveniret, nisi liquidum vase contentum ejus motui obstaret. Extima aquae superficies $x\,y$, cui embolus superincumbit, omne ipsius pondus sustinens, caderet, nisi a subjecta sibi superficie $x'\,y'$ sustineretur; pressio igitur, quam illa ab embolo accipit, huic inferiori superficiei communicat; haec cum alia $x''\,y''$ idem agit, et sic deinceps usque ad vasis fundum, qui eamdem experietur pressionem, ac si ab ipso embolo premeretur. Quoniam autem embolus centum librarum pondere vasis fundum premit; patet, quod etiam dimidia fundi pars quinquaginta librarum pressionem sustineret; ejusdem vero pars centies minor, pressioni centies minori etiam subjiceretur. Evidens itaque est, pressionem a summo deorsum aeque transmitti in omnes horizontales superficies, eamque superficierum amplitudini esse proportionalem. Idem ratiocinium quum ad laterales superficies extendi possit; quumque si in ipso embolo foramen aperiretur, liquidum ex imo sursum excurreret (id quod clare demonstrat emboli parietem ab aqua sibi subjecta pariter premi); pro certo statuere possumus, *liquida omnia pressionem quaquaversum aeque transmittere.* Si embolus removeatur, et fluido sua gravitas restituatur, totum hoc principium ad liquida gravia extendi poterit. In hoc tamen casu habenda est etiam ratio pressionis, cui ex gravitate omnes liquidi partes subjiciuntur (2).

(1) Id etiam hoc alio experimento confirmari potest. Si ovum, vel globus vitreus in vesica aqua plena includantur, ac deinde vesicae pondus imponatur, nec ovum, nec globus frangentur. Undenam hoc, nisi ex aequalitate pressionum, quas aquae partes in se invicem exercent? Ob eamdem rationem foetus in utero materno inclusus nullum patitur detrimentum.

(2) Ex hoc principio liquet, longe diversam esse liquidorum ac solidorum pressionem. Corporum enim solidorum partes quum tenaciter sibi invicem cohaereant, una sine aliis premere non potest; et gravitate impulsae omnes nonnisi verticaliter

298. Pressio enim a summo deorsum, quae a gravitate oritur, non eadem est in quavis unius et ejusdem massae liquidae altitudine. Nam supremum stratum horizontale $x\ y$ stratum sibi subjectum $x'\ y'$ premit vi minima, nempe suo tantum pondere; stratum secundum $x'\ y'$ tertium $x''y''$ premit vi dupla, pondere scilicet suo, et supremi strati pondere; tertium $x''\ y''$ quartum premit vi tripla, nempe suo pondere, et duorum superincumbentium, et sic deinceps; partes denique infimi strati $x'''\ y'''$ fundum premunt vi omnium maxima, quae ex proprio, et omnium superincumbentium stratorum pondere constat. Hinc patet, *pressiones, quas strata diversa in eodem fluido ejusdem densitatis exercent, esse in directa ratione distantiarum, quas eadem strata habent a suprema fluidi superficie.* Rationi accedit experimentum. Si namque in laterali superficie alicujus vasis aqua pleni diversa secundum verticalem altitudinem aperiantur foramina, haec quo inferius sunt posita, majori vi obturari debent, ne aqua inde excurrat: ex quo patet, aquae pondus augeri prout crescit ipsius altitudo. Nil mirum itaque si in urinatoribus, qui ad maris imum fundum descendunt, ut margaritas, vel res deperditas colligant, aquae pressio id agit, ut haemorragiam ex oculis, naso, auribus producat.

299. Ex pressionis aequalitate, quam liquidorum partes quaquaversum exercent, sequitur ipsorum aequilibrium: nulla enim adest ratio cur una vel plures harum partium aliis quiescentibus, moveri debeant. Ex hac vero pressionis aequalitate, et earumdem partium gravitate procedit, supremam fluidi superficiem ad planum ejusdem gravitatis directioni horizontale sese componere debere. Nam singulae fluidi particulae, a propria gravitate impulsae, semper donec iis licebit, descendere pergent, nec se sistent, nisi ubi supremam suam superficiem ad planum horizontale composuerint. Ubi liquidorum extima superficies est Telluris superficiei parallela (id quod evenit quotiescumque liquidi partes sunt inter se in aequilibrio), tum *ad libellam* componi dicitur. Quia vero omnes liquidorum particulae gravitatis actioni subjiciuntur, quae a telluris centro in omnes ejus partes quaquaversum aeque diffunditur; manifestum est, supremam superficiem aquarum in tellure stagnantium planam non esse, sed aliquantulum curvam, et ad ipsius telluris figuram conformatam: secus ad libellam componi, et ubique aequaliter a terrae centro removeri nequiret. Nisi enim superficies BC (Fig. 114) curva esset, ipsius particulae B, et C, et quae sunt his intermediae, ad centrum A per normales BA, CA tendere non possent, nec ad aequilibrium sese componere valerent. Si omnes hae partes in eo-

cadunt vel premunt: aliter vero se habent liquidorum particulae. Patet etiam solidorum ac liquidorum percussionem ex hoc esse longe diversam; gravioremque ictum infligere libram glaciei, quam aquae libram.

dem plano BD existerent, gravitatis vis, quae per AD se exerit, oblique ageret; adeoque in duas resoluta, unam plano perpendicularem, alteram eidem parallelam, prima tantum eliderctur, altera vero motum isdem particulis in hac eadem directione imprimeret, nec aequilibrium umquam haberetur (1). Haec aquarum stagnantium superficiei curvatura in exiguis aquarum copiis observari haud potest, adeoque aquarum superficies his in locis veluti plana spectatur; tunc enim telluris centrum, in quod aqueae particulae ex gravitate tendunt, ad infinitam distantiam positum concipitur; at in longo maris tractu sensibiliter haec curvatura deprehenditur, ubi praegrandia navigia a nobis dissita, quum provehuntur, aspectui nostro sensim subtrahi experimur. D.^e^ Picard demonstravit in longitudine centum hexapedarum curvam liquidi superficiem a recta non removeri, nisi per lineam $1\frac{1}{2}$; in spatio ducentarum hexapedarum removeri per lineas $5\frac{1}{3}$; in longitudine demum hexapedarum 300 per unum pollicem; id est, si B C curvam liquidi superficiem exhiberet, et B D rectam huic curvae tangentem, D C aequalis esset lineae $\frac{1}{2}$, posita BC 100 hexapedarum etc. In exiguis itaque aquarum copiis, uti sunt putei, lacus, ipsiusque maris breviores tractus, aquarum superficies ad aequilibrium, seu *ad libellam* composita tamquam perfecte plana spectari potest; eaque liquidorum stagnantium superficies semper plana, et horizonti ubique parallela directe demonstrat gravitatis Legem, quam supra innuimus n.° 43.

300. Ex iis, quae de liquidorum gravium pressione diximus (297, 298), eruitur methodus aestimandi pressiones eorumdem contra fundum, et laterales vasorum parietes. Dato enim vase ABCD cylindrico vel rectangulari (Fig. 112, et 113), facili negotio perspicitur ejus fundum premi debere ab integra columna verticali superincumbente, quemadmodum omnes areolae fundum constituentes a suis respectivis fluidi columnis aequaliter premuntur (298); atqui pressio totalis liquidi contra fundum non est, nisi pressionum partialium summa; vasis igitur fundus tot sustinebit pressiones, quot erunt verticales fluidi columnae superincumbentes; scilicet *pressio liquidi contra fundum aequalis erit producto, quod oritur ducendo aream fundi per liquidi altitudinem, ratione etiam habita densitatis ejusdem liquidi*, ita ut vocando p pressionem, b basim seu aream fundi, a altitudinem liquidi, et d ejus densitatem, pressio hac formula $p = bad$ designari poterit.

(1) Hic abstractionem facimus tum a Telluris motu diurno circa proprium axem, tum ab attractione Lunari, quae caussae simul junctae aestum marinum producunt, et ab aquis Oceani omne aequilibrium sensibile excludunt.

301. Hic advertas, volumus, hac formula exprimi semper liquidi gravis pressionem contra vasis fundum, quaecumque sit vasis figura. Sint enim tria vasa (Fig. 115) primum A B C D cylindricum, alterum *a* B C *d* *conicum divergens*, tertium *a'* B C *d'* *conicum convergens* eumdem fundum habentia, quae eodem liquido, ad eamdem altitudinem B A repleantur; fundus eamdem semper pressionem sustinebit tam ex majori fluidi quantitate in vase divergente *a* B C *d* contenta, quam ex minori quae in vase *a'* B C *d'* continetur, scilicet in utroque casu aequalis erit $BC^2 \times Bm \times D$, seu $= bad$. Paradoxo simile hoc prima fronte videtur, et reipsa *paradoxum hydrostaticum* vocatur, eo quod ab inaequalibus ejusdem liquidi quantitatibus aequalis pressio in fundum producatur. Haud tamen difficile erit intelligere, quod in vase divergente *a* B C *d* non tota liquidi massa fundum premit; quae enim spatiis A B *a*, D C *d* continetur, in vasis lateribus insistit, mediaeque columnae erigendae inservit, quemadmodum eveniret si aqua in his spatiis posita congelaretur, liquida dumtaxat remanente ejus parte a cylindro A B D C designata; tunc enim aqua congelata in fundum nullo modo ageret, et a solis vasis parietibus sustentaretur.

302. At non ita facile intelligitur qua ratione in vase conico convergente *a'* B C *d'*, vel alterius similis figurae pressio, in fundum eadem esse debeat, ac illa quae sese exerit in vase cylindrico ejusdem basis et altitudinis A' C D B'. Verum id etiam nullo negotio intelliges, si ad memoriam revocabis, omnes liquidi partes in eodem vase inclusas aequalem pressionem ab imo sursum, a summo deorsum, et quaquaversum exercere, ac ad libellam semper sese vel actu componere, vel componere niti (299). Inde sequitur, brevissimas liquidi columnas ut *c' d'*, *a' b'* (Fig. 116) vim suam exercere ut sese ad libellam cum altissima columna xy componant, et reipsa eo modo sese componeret, nisi vasis parietes obstarent. Contra hoc obstaculum ea vi luctantur, qua possent ad altitudinem columnae xy sese efferre, si nullum adesset impedimentum; sed renitentes vasis parietes pari conatu has breves columnas versus basim repellunt; ex quo evenit, pressiones in totam basis amplitudinem easdem esse, ac si omnes columnae aqueae essent ejusdem altitudinis, quam habet columna xy. Liquidum autem esse in hoc statu violento, et in jugi conatu ut ad libellam cum superficie libera ac altiori sese componat, manifeste ex hoc deducitur, quod si ubique in inferiori parte superficiei A C, vel B D, puta in *d'*, vel in *b'* foramen aperiatur, liquidum statim ad altitudinem A B exiliet (1).

303. Haec omnia experimentis illustrantur, et evincuntur. Si

(1) Liquidum e foramine exiliens reipsa ad altitudinem A B non pertingeret, ob aeris resistentiam, aliasque caussas, de quibus inferius loquemur.

enim fundus B C (Fig. 115) fuerit mobilis, et filo ad bilancis brachium suspensus, repletis aqua tribus iis vasis ad eamdem altitudinem, aquae pressio contra fundum cum eodem semper pondere librae lanci imposito aequilibrium servat. Idem evidenter demonstratur ope Machinae D. de Haldat, de qua consule Pouillet *T. 1. Cap. 5. n. 58.* Ex hoc clare perspicitur, pressionem, quam liquidum contra fundum vasis, in quo continetur, exercet, modo aequalem suo ponderi, modo majorem vel minorem esse posse. Erit aequalis, ubi vas vel cylindri, vel prismatis recti figuram habebit: erit minor, si vas fuerit conicum vel pyramidale divergens; major denique, si fuerit conicum vel pyramidale convergens.

304. Prono inde alveo fluit, pressionem alicujus liquidi contra vasis fundum modo augeri, modo minui posse, manente eadem liquidi quantitate, sola tamen variata vasis figura. Vasi A B C D aqua pleno ex. gr. (Fig. 117) superaddatur tubus *a b c d* octo vel decem pedes altus, qui etiam aqua usque ad summum repleatur: pressio contra fundum B C eadem ratione augebitur, ac si vasi A B C D alterum A b' c' D ejusdem altitudinis ac *a b c d* superadditum fuisset. Physici, ut experimentis hoc hydrostaticum paradoxum confirment, *folli hydrostatico* utuntur (Fig. 118), qui ita est constructus, ut circa duas aequales bases ligneas A B, C D corium satis resistens S T adnexum habeat; et foramini H basis superioris A B ope cochleae aptetur tubus aliquot pedum H O, in quem aqua immittitur. Observant enim, aquam prout pervenit in basim C D, basim superiorem A B attollere, eamque ab inferiori separando ingentia pondera super A B posita elevare; huncque effectum eo esse majorem, quo longior fuerit tubus, et plus aquae in eo infundatur (1). Hac eadem methodo Wolfius suum *tubum anatomicum* efformavit (Fig. 119), in quo membrana A B vas A C D B ex aurichalco cooperiens ita distenditur a pressione aquae per tubum huic adhaerentem immissae, ut etiam absque microscopii auxilio, ejus fibrae, et vascula omnia observentur. Patet proinde, *pressionem* liquidi ab ejus *pondere* toto coelo differre; quocirca non eadem erit ratio inveniendi alicujus liquidi pondus, ac pressionem.

305. Non solum contra vasis fundum, verum etiam in lateralem ejus superficiem quaquaversum liquida pressionem exercent. Pro eruenda hujus lateralis pressionis mensura Physici sequens statuunt theorema: *Liquidum in lateralem superficiem vasis, in quo continetur, sive inclinata, sive verticalis illa sit, pressionem exercet ei aequalem,*

(1) Ex hac ratione fit ut ope unius tantum aquae librae pressio ingens plurium librarum super planum horizontale alicujus vasis exerceri possit, illi superimponendo tubum exilissimum et longissimum aqua repletum, quae cum aqua in vase contenta communicet. Inde originem trahit constructio illius machinae, quae *Torcular hydraulicum* vulgo appellatur.

quam exerceret ejusdem liquidi cylindrus vel prisma, *cujus basis hanc lateralem superficiem adaequaret*, *et altitudo aequalis esset distantiae centri pressionis ejusdem superficiei ab extima liquidi superficie ad libellam composita*. Pressiones enim laterales a respectivis pressionibus horizontalibus eruuntur, ob principium aequalitatis pressionis (296): nam punctum m (Fig. 120) quum sit pars sectionis horizontalis $m\,p$, haec illi omnem transmittit pressionem, quam ipsa recipit; quumque eam quaquaversum transmittat, idcirco punctum m ipsam recipit in ea directione, quae parieti, cui applicatur, sit perpendicularis. Quapropter tota alicujus parietis lateralis extensio pressionem recipit, quae superficiem respectivae sectionis horizontalis adaequet. Idem dicendum de punctis m', m'', etc. Quumque haec superficies minuatur prout liquidi altitudo minuitur; patet, harum pressionum, seu virium parallelarum summam aequalem esse omnium pressionum resultanti, quae eorumdem communi gravitatis centro applicaretur.

306. Cave ne *centrum gravitatis* cum *centro pressionis* alicujus corporis confundas. Illud namque, ut diximus (97), est punctum, per quod directio virium parallelarum et aequalium pertransit; hoc autem est punctum per quod pertransit resultans virium parallelarum quidem, sed inaequalium, estque idcirco semper centro gravitatis inferius, eo quod pressio ab extima liquidi superficie usque ad vasis fundum semper augeatur (295). Hinc ratio inveniendi hujusmodi centri non eadem est ac illa, qua centrum gravitatis exquiritur; et calculi integralis subsidio tantum inveniri potest. Hujus ope demonstrant Mathematici centrum hujusmodi, ubi agatur de pariete laterali, qui parallelogramnii figuram habeat, situm esse in linea, quae bifariam latera horizontalia dividit in distantia tertiae ejus partis a fundo : ubi vero agatur de pariete triangulari, cujus basis sit ad fundum, centrum pressionis situm esse ad quartam partem lineae, quae bifariam hanc basim dividit; si vero basis sit in parte superiori, et vertex circa fundum, centrum pressionis est in hujus lineae parte dimidia. Accurate haec principia notanda sunt; ex iis enim modus aggerum, quae vulgo *le dighe* appellantur, firmiter construendi pendet; nec non et vasis omnibus eam impertiendi firmitatem, ut ipsorum parietes onus liquidorum, quibus impleri debent, sustinere probe valeant. Practicam horum principiorum applicationem, si libet, videsis tum in percelebri libro Bonaventurae Cavalieri, cui titulus *Istruzioni di Architettura Statica ed Idraulica*, tum in D. Bossut libro, cui titulus *Recherches sur la construction des digues*; tum denique in D. Prony *Architectura Hydraulica* etc.

307. Ex principiis superius constabilitis sequuntur etiam Leges aequilibrii fluidorum, quae in *tubis communicantibus* continentur.

Fluidum homogeneum in tubis communicantibus A B, B D (Fig. 121) inclusum, tunc in aequilibrio persistit, quum ambae fluidi superficies ad eamdem prorsus assurgunt altitudinem, seu quum ad libellam constitutae sunt in linea *m n* horizonti parallela, cujuscumque figurae, ac magnitudinis fuerint tuborum brachia. Quum enim pressiones sint in ratione composita basium et altitudinum, aequilibrium aderit quoties haec producta fuerint aequalia; atqui basis in tubis communicantibus communis est; ergo altitudines etiam aequales esse debent. Accipiatur ubicumque in parte inferiori sectio B E, et per hujus centrum gravitatis ducatur linea horizontalis *o p:* ratione basis communis B E, pressio fluidi in tubo A B erit $= B \times Q\,x \times D$; in tubo vero B D pressio erit$= B \times py \times D$ (300), ubi verticales $Q\,x$, et $p\,y$ erigantur, et densitas fluidi littera D exprimatur. Ut itaque aequilibrium in his tubis adsit, opus est ut sit $B \times Q\,x \times D = B \times p\,y \times D$; ex qua aequatione eliminatis B et B, nec non D et D, utpote aequalibus, Qx et py aequales remanent; ergo rectae *o p* et *mn* erunt aequidistantes; atqui *o p* horizontalis est; ergo *m n* est linea horizonti parallela.

308. Hinc perspicitur parvam fluidi copiam in aequilibrio copiam fluidi ingentem tenere posse; idque alterum constituit *paradoxum hydrostaticum*, quum prima fronte incredibile videatur totam aquae copiam, quae in vase A B satis amplo continetur, aequilibrari posse cum parva aquae quantitate in exili tubo B D inclusa. Admiratio tamen cessabit, si, praeter rationem superius allatam, animadvertatur, in duobus tubi brachiis momenta esse aequalia; seu vires motrices, a quibus aequilibrium constituitur, esse aequales, quia celeritates sunt massis reciprocae. Si enim brachii A B capacitas ponatur esse quintupla capacitatis brachii B D; ubi fluidum ex pressione descendet in A B per unius pollicis intervallum, idem intra B D ascendet per intervallum pollicum quinque, id est quintupla celeritate incedet. Hujus theorematis veritas experimento comprobatur, adhibendo tubos vitreos communicantes, in quibus aqua colorata, vel vinum infunditur, ut termini melius dignoscantur (1).

309. Huic tuborum communicantium proprietati innititur ars derivandi aquas per canales, seu per tubos declives ex earum origine ad humiliorem locum, a quo postea ad locum aeque altum fere assurgunt, ac erat earum origo. A necessitate vero ducendi aquas sponte a montibus scaturientes ad urbes praeclariores per

(1) Ex hoc principio eruitur methodus practica cognoscendi altitudinem vini, quod in dolio continetur. Si enim prope dolii fundum in parte anteriori vel posteriori foramen aperias, in quod tubum vitreum inferius curvum immittas ejusdem altitudinis ac dolium, videbis vinum intra tubum ascendere, et quiescere ubi ad altitudinem pervenerit, quam in dolio habet.

longos aquaeductuum tractus orta est necessitas *artis libellandi*, ut vocant; seu determinandi an locus, a quo aqua derivanda est, sit altior aut depressior eo, ad quem deducenda est, et quantum inter utrumque locum discriminis intercedat. Instrumentum, quo haec operatio perficitur, *libella* vocatur, et multiplicis est generis: usitatiores tamen sunt illae, quae italice vocantur *livello ad acqua*, et *livello a bolla d'aria*. Prima nihil aliud est, nisi tubus ex aurichalco quatuor aut sex pedum, qui ad angulos rectos flectitur in extremis partibus A, et C (Fig. 122), in quibus firmantur duo tubi crystallini clausi in D et in E. Per A tubus A B C repletur aqua vel simplici, vel colore infecta usque dum in crystallinos tubos appareat; tunc enim si tubus in directione horizonti proxime parallela ope tripodis *abcd* constituatur, aqua in his tubis contenta ad easdem altitudines *m*, *n* ascendet, et linea visualis *m n* quae per aquae superficiem in duobus tubis ducitur, erit horizonti parallela. Alterius vero constructio huc redit: Tubus vitreus A B (fig. 2 Tab. V.) ex utraque parte clausus impletur spiritu vini colore infecto, ita tamen ut interius remaneat parva aeris bulla C. Dum tubus stat in directione horizonti perfecte parallela, aeris bulla C in tubi medio immota consistit; nulla enim est ratio cur dextrorsum vel sinixtrorsum moveatur; si vero aliquautulum tubus inclinetur, bulla statim ad partem tubi elatiorem ascendit, fluidum nempe densius in partem tubi inferiorem descendit, et aeris bullam, utpote minus densam, altius pellit. Hic tubus cum telescopii terrestris tubo ita adnecti solet, ut eorum axes exacte paralleli constituantur; tunc enim ubi tubus libellae fuerit perfecte horizontalis, etiam axis telescopii in horizontali situ positus invenitur, adeoque linea visualis erit perfecte horizonti parallela. Videsis *Tractatum libellandi* D. Verkaen, et *Manuale Agrimensurae* D. La Croix.

310. Si fluida fuerint heterogenea, seu diversae densitatis, tunc in tubis communicantibus aequilibrantur, quum altitudines, ad quas assurgunt, fueriut inaequales, in ratione nimirum *inversa densitatum*. Pressio enim, quam haec fluida in basim exercent, est in ratione composita basis, altitudinis, ac densitatis, seu est bad (300). Duorum igitur fluidorum pressiones erunt inter se ut $bad : b'a'd'$; quumque in tubis communicantibus una eademque sit basis, fluida heterogenea in aequilibrio erunt si producta ex densitate in altitudiues aequalia erunt; nempe si, eliminata b ex utroque aequationis membro, erit $ad = a'd'$: atqui ex hac aequatione in proportionem mutata eruitur $a : a' = d' : d$, hoc est *altitudines in inversa densitatum ratione*; ergo patet propositum. Hinc liquet methodus cognoscendi diversas densitates, seu gravitates specificas fluidorum: diversa enim altitudo, ad quam fluida heterogenea in tubis communicantibus aequilibrantur, eorum spe-

cificam gravitatem indicat. Si, ex. gr., ex uno tubi brachio aqua infundatur, ex altero vero mercurius, eaque fluida aequilibrentur quum aqua quater ac decies mercurio altius assurgit; manifestum erit, densitatem, seu gravitatem specificam mercurii esse ad specificam gravitatem aquae ut 14 : 1. Haec tamen methodus vix in usum venire potest, eo quod plurima fluida hoc modo sibi admota facile permiscentur, aut effervescunt; neque, ob vitri attractionem, veri fluidorum limites observari possunt; quamquam primo incommodo, mercurii portione interfusa, quae tubi fundum occupet, obviam iri possit.

311. Omnia, quae de fluidorum tam ejusdem, quam diversae densitatis aequilibrio diximus, locum non habent in tubis iis gracilioribus, quos *capillares* vocant, qui nihil sunt, nisi tubi vitrei, aut ex alia quacumque materia conflati, ita angusti, ut eorum diameter lineas Parisienses $2\frac{1}{2}$ non excedat, adeoque ob sui exiguitatem capillorum subtilitatem fere aemuleutur. Si enim ejusmodi tuborum alteruter orificium immergatur in aqua, vel in alio quovis fluido, statim fluidum abripietur, atque a tubo sugetur, in eoque ad aliquot linearum altitudinem *supra libellam* reliqui fluidi in vasculo stagnantis assurget: haec altitudo eadem manebit etiam si tubus a reliquo fluido removeatur, neque ab ea decidet, nisi vehemens adhibeatur concussio. Quocirca si fuerint duo tubi communicantes, quorum uuus fuerit capillaris, liquidum in isto inclusum ad libellam cum liquido alterius tubi amplioris non sese componet, sed altius assurget. Ubi idem tubus capillaris in liquidis immergatur, quorum deusitates specificae fuerint diversae, omnes quidem supra suam libellam ascendent, sed haec altitudo diversa erit; spiritus enim vini (alcool), ex. gr., quamvis aqua longe levior sit, minus tamen quam ista elevatur. Si immergatur in mercurio, hic ascendet quidem in tubo, sed ejus superficies depressior erit superficie reliqui mercurii in vase contenti, nedum super eam assurgat. Quo minor erit tubi diameter, eo altius idem fluidum ascendet, et majori quoque velocitate, adeo ut velocitas sequatur rationem inversam diametrorum, ita tameu ut motus jugiter retardetur. Idem eveniet nou in tubis cylindricis solum, sed et in conicis, et in aliis cujusvis figurae; quin imo et in duobus laminis vitreis planis aquae perpendiculariter ita impositis, ut uno latere ad horizontem perpendiculari inter se jungantur, latere vero opposito a se invicem distent, et angulum efforment, aqua altius assurgit ubi laminae sibi sunt propiores, humilius ubi a se plus distaut, ad hyperbolae instar, cujus asymptoti fuerint ipsarum laminarum latera.

312. Horum, aliorumque ejusdem generis innumerabilium phaenomenorum caussa non in externam aeris pressionem, ut quidam

voluerunt, est refundenda; nam haec aequaliter eveniunt in vacuo, ubi nulla est aeris pressio; sed in attractionis vim inter vitrum et liquida unice reponi debet, scilicet in *attractionem adhaerentiae* inter vitrum et liquida, et in *attractionem cohaesionis* inter ipsas liquidorum partes (1). Tubi enim vitrei capillares aqua repleti, quum vi attractiva donentur, aquam sursum rapiunt, non quidem indefinite, sed ad eam usque altitudinem, in qua vis tuborum attrahens cum aquae pondere aequilibratur. Hujus autem adhaesionis Legem Mathematici ita definiunt. Si vis adhaerentiae vocetur F, et vis cohaesionis vocetur f, tres casus dari possunt, ex quibus tria phaenomenorum genera oriuntur pro diversitate tum liquidi, tum materiae ex qua componitur tubus. Ubi habetur $F = \frac{1}{2} f$, liquidum ad libellam sese componit tam intra quam extra tubum, nullusque capillaritati est locus. Ubi $F > \frac{1}{2} f$, liquidum tubi parietibus adhaeret, ejusque superficies intra tubum concava evadit; et quo plus F major est $\frac{1}{2} f$, eo plus concava liquidi superficies evadit. Denique ubi $F < \frac{1}{2} f$ fuerit, liquidi superficies in tubo ad convexae superficiei formam sese componit, ad eum prorsus modum, quo in cyatho aqua repleto evenire conspicimus. Quum itaque hic attractio adhaerentiae ex tubo universo exeat, facile perspicitur 1.° cur tubi longiores aquam ad majorem altitudinem rapiant, quam tubi breviores ejusdem diametri; 2.° cur aquae superficies, ubi tubus non fuerit omnino plenus, formam concavam induat; ubi vero idem tubus usque ad summitatem plenus fuerit, aqua ad convexam superficiem componatur; 3.° quum *vis cohaerentiae* intra mercurii particulas major esse possit *vi adhaesionis* intra vitrum et mercurium, patet in hoc casu effectus oppositos haberi debere, ut nempe mercurius in his tubis neque ad libellam ascendat, et in convexam superficiem se componat, quemadmodum reipsa evenit; 4.° denique quia vis ista adhaesionis perturbatur, aut omnino subvertitur a sebo, oleo, cera, aliisque crassamentis internos tuborum parietes illinientibus, haud mirum erit si in ejusmodi tubis non ascendant liquores.

313. Tuborum capillarium theoria non exigui est momenti: hujusmodi enim tubi variis naturae operationibus inserviunt. Non aliunde evenit, nisi ex capillaritate, ut ad partem usque supremam madefiant arenae vel lapillorum quorumdam acervi, panes ex sac-

(1) Vide Pouillet L. VI. n. 311.

charo, spongiae, aliaque hujusmodi, quamvis haec corpora nonnisi in aqua aliquantulum parte inferiori immergantur. Eorum enim corporum partes, variis meatibus, seu poris, interceptae sunt, inter quas aqua tenues reperit canaliculos, quorum subsidio sese attolit, ut in tubis capillaribus vitreis. Eadem ex caussa explicatur olei ascensio in lucernarum ellychniis; et ascensio succi nutritii in arboribus ad singulos superiores eorum ramos, contra naturalem gravitatem, quamvis tamen hodierni Naturalistae doceant, mirabile vegetationis artificium non ex sola capillaritate explicandum esse, verum etiam ex intima vi organica, qua arbores et plantae pollent; videmus enim arborem, ex. gr., e suo trunco avulsum non amplius vegetare, quamvis iisdem adhuc capillaribus fibris instructus remaneant.

314. D. Dutrochet paucis abhinc annis quaedam observavit phaenomena quae *endosmosim* (1) et *exosmosim* (2) vocavit, quaeque etiam non aliunde, quam a capillaritate repetenda videntur. Eorum praecipuum in hoc consistit, quod si tubus aliquis, ad cujus inferiorem partem ad infundibuli instar concinnatam, membrana aliqua porosa firmiter fuerit alligata, spiritu vini, vel etiam aqua, in qua sal vel saccharum solutum fuerit, ad quamdam altitudinem repleatur, et deinde verticaliter in vase aqua repleto ita immergatur, ut membrana vasis fundum non tangat, et duo diversae speciei liquida ad eamdem libellam tam in tubo, quam in vase exteriori constituantur; aqua contra naturalem gravitatem et pressionem membranam permeabit, et cum spiritu vini in tubo miscebitur, ad eamque altitudinem post aliquot horas sensim sese attollet haec mixtio, quae multo major sit ea, quam sola capillaritas gignere poterat; quinimmo si ulterius in hoc situ remaneat tubus, fluidum in eo contentum ita attolletur, ut a superiori orificio versabitur. Huic phaenomeno *endosmosis* nomen dedit, et ipsum tubum ita dispositum *endosmometrum* vocavit. E contrario, si endosmometrum aqua simplici, et vas spiritu vini, vel dicta solutione salina impleatur, tunc aqua in tubo existens membranam permeat, cum spiritu vini vel dicta solutione miscetur, adeoque in tubo aquae libella deprimitur. Hoc phaenomenon, quod priori contrarium est, *exosmosim* idem appellavit. Idem detexit *endosmosim* et *exosmosim* dari inter aquam et gummi solutionem, inter aquam et *acidum aceticum*, vel *acidum nitricum*, ac praecipue *acidum hydrocloricum* (3). Plures ex

(1) ab ενδος, intus, et ςμοῶ, purgo.

(2) ab εξω, extra, et ςμοῶ.

(3) Inde sequitur quod si vasa, in quibus liquores ex vino stillato continentur, simplici obturamento subereo, vel simplici membrana claudantur, fieri potest ut tractu temporis humiditas aeris externi per endosmosim obturamentum vel membranam permeet, et cum liquore misceatur. Huic occurritur incommodo si obturamentum pice

substantiis animalibus , vegetabilibus , et etiam ex mineralibus , quamvis in remissiori gradu , membranae vices fungi possunt , ut expertus ex Ds. Matteucci ope exilium laminarum argillae aliarumque ejusdem speciei. Horum phaenomenorum caussam ex attractione adhaerentiae inter duo diversae speciei liquida , et membrana intermedia repetendam aliqui volunt ; et aliis non solas caussas mechanicas ad illa producenda concurrere melius placet. Sed hac super re legi meretur ipsum Dutrocheti Opus: *De l'agent immediat du mouvement vital*; et Poisson: *Nouveau theorie de l'action capillaire.*

ARTICULUS SECUNDUS

DE FLUIDORUM ELASTICORUM PRESSIONE ET AEQUILIBRIO.

315. Hujus Physicae partis tractatio exigit ut de fluidorum etiam elasticorum pressione et aequilibrio , hic tamquam proprio loco pauca dicamus. *Fluidorum elasticorum* nomine veniunt tum aer, qui terrestrem globum undequaque circumdat , quique propterea *atmosphaericus* (1) dictus est; tum omnia illa fluida aeriformia , quae Chimici proxime elapso saeculo detexerunt, quaeque barbaro quidem, sed nunc passim recepto vocabulo, *Gas* appellantur. De eorum numero , et de specifica differentia inferius consueta brevitate loquemur. In hoc autem singula cum aere conveniunt, ut eorum unumquodque, sicut et aer, sit invisibile, pellucidum, elasticum, compressibile, dilatabile. Sufficiat itaque de aere quaedam hic exponere, ut de omnibus sermo institutus esse intelligatur.

316. Aerem esse corpus facili negotio convincimur, ubi manum apertam versus faciem celeriter moveamus, aut vento expositi simus. Idem evincunt nubes, quae supra caput nostrum sunt pendulae, quaeque a ventis hac illac feruntur; nec non color caeruleus , qui in aeris fundo observatur, quique ejus altitudinem demonstrat eodem prorsus modo, quo idem color in aquis marinis oceani profunditatem innuit: coelum enim, si aer terram non ambiret, quum fere vacuum ac inane sit, nihil lucis reflectere valeret , ac proinde nigrum et obscurissimum nobis appareret. Eumdem esse fluidum ita notius est, ut demonstratione non indigeat ; cuicumque enim impressioni facillime cedit, reliquasque fluidorum proprietates mirifice possidet.

317. Aeris gravitatem agnoverunt etiam veteres Philosophi post Aristotilem , qui hanc veritatem aperte fatetur in Libro *de Coelo*

aut cera hispanica obducatur, vel si vas ita impleatur ut liquor ad obturamenti contactum minime pertingat, vel denique si spatium inter obturamentum et extremam liquidi superficiem oleo repleatur, quod humiditatis transitum impedire valet.

(1) ab ατμος , vapor , et σφαιρα , sphaera , seu tellus.

(Lib. IV. Cap. IV); sed numquam ea usi sunt ad explicanda naturae plurima phaenomena, quae ex ea pendent. Illustris Galilaeus omnium primus ejus directam demonstrationem dedit anno 1640, quam postea luculenter confirmarunt Evangelista Torricellius ejus discipulus, et Blasius Paschal innumeris captis experimentis. Et Galilaeus quidem in globo vitreo aerem ope syringae detrusit, ac densavit, hujusque globi pondus notavit; aperto dein epistomio, ut aer compressus in naturalem se restitueret, eumdem globum leviorem deprehendit; ex eaque ponderis differentia aeris gravitatem intulit. Idem experimentum pluries repetitum, eosdem semper dedit effectus; quinimmo observatum est, idem aeris pondus accuratiori modo erui si vas sphaericum notae capacitatis ab omni aere, quantum fieri poterit, evacuetur, atque ita vacuum ponderetur; tum vero aperto epistomio, aere iterum repleatur, et denuo ponderetur; unde liquido cognoscetur quantum sit aeris pondus sub dato hoc volumine. Ita clare perspicitur, *aerem gravitatis actioni esse subjectum*. Idem judicium de omnibus aliis fluidis elasticis ferendum.

318. Sed eadem fluida subjiciuntur etiam minimarum partium attractioni, quamvis haec non eodem modo in iis se exerat sicut in solidis, ac in liquidis. In solidis enim vis cohaesionis omnes eorum partes indivulse conjunctas retinet; in liquidis, ex eadem vi eorum etiam particulae ita inter se mutuo adhaerent, ut libere moveri possint, ac undequaque effluere: in his vero, de quibus loquimur, fluidis, minimarum partium cohaerentia, est, ut ita dicam, quaedam vis repellens, ita ut omnes particulae, quae ejus subjiciuntur actioni, se mutuo repellant, donec in obstaculum quod ipsas impediat, non incurrant. Hinc aer, qui in vase aliquo includitur, urget ejus interiores parietes, quo se extendat; adeoque hae vel rumpi debent, vel ita sint crassae oportet, ut ejus conatui valide resistant. Rumperentur quidem, nisi pressio aeris vas exterius ambientis hunc conatum elideret, aequilibriumque produceret. Quod adeo verum est, ut si vesicam flaccidam, quae exiguam aeris quantitatem contineat, filo exacte clausam Machinae Pneumaticae recipienti supponas, et deinde aerem ab hoc exhaurias, videbis modicum illud aeris in vesica inclusum se expandere donec vesica integra infletur, et tumida reddatur. Idem observabis, si loco vesicae sub Machinae ejusdem recipiente sphaeram vitream aere repletam ponas; educto aere, sphaera vitrea disrumpetur. Pomum quoque vetustate corrugatum ibidem suppositum, dum aer extrahitur, plane inflatur, ac in eam redit formam, ut recens ex arbore decerptum appareat. Aer igitur in vase inclusus pressionem contra ejus parietes exercet, ita ut in majus spatium sese expanderet, ubi externa vis comprimens removeretur. Haec aeris, omniumque fluidorum

aeriformium proprietas, vi cujus contra vasorum parietes premunt, et in majus spatium sese expandere tendunt, vocari solet *aeris elaterium*, seu *vis elastica*, et usitatiore vocabulo *tensio* appellatur; eaque aequalis est pressioni, quam in iis exercent vasorum parietes, eo prorsus modo quo actioni aequalis et contraria est reactio. Neque hac sua tensione umquam orbantur fluida elastica : in quocumque statu illa sint, semper ad amplius volumen occupandum tendunt: quin imo in hoc praecipue sita est fluidorum elasticorum a solidis et liquidis differentia; haec enim suum elaterium nonnisi quando comprimuntur manifestant; dum illa e contrario semper in quodam tensionis statu exsistunt, neque iis volumen aut figura primitiva assignari potest, quum semper ad amplius volumen occupandum tendant, eamque recipiant figuram, quam ipsis impertiunt parietes vasorum, in quibus continentur. Accurate igitur horum fluidorum, ac praecipue aeris atmosphaerici effectus expendi merentur; quum illorum, et maxime aeris praesentia in omnia phaenomena, quae nobis obversantur, maximam vim exerceat.

319. Ex dictis sequitur, unicam tantum pro aequilibrio in fluidis elasticis obtinendo conditionem requiri, nempe *ut eorum elaterium vel tensio eadem sit in omnibus partibus unius et ejusdem strati horizontalis*; sive ut quodlibet aeris stratum horizontale eamdem in omnibus suis particulis pressionem exerceat. Quod ita esse, a partium mobilitate, et a gravitatis actione colligitur. In vase enim A B C (F. 123), omnia puncta horizontalis sectionis $x\,y$ eamdem elasticitatem habeant oportet; nam vis repellens partium in b positarum vi partium in b' existentium opponi debet; nec ullo modo hae vires aequilibrari poterunt, nisi aequales fuerint in singulis punctis ejusdem strati horizontalis $x\,y$. Idem dicendum pro qualibet strati inferioris vel superioris sectione; quamvis facile concipiatur, inferiorem sectionem $m\,p$ magis premi quam superiorem $x\,y$; quum enim aer, omniaque fluida elastica gravitate praedita sint (317); patet, strata inferiora premi a stratis superincumbentibus, adeoque densiora esse, ita ut densitas ejusdem fluidi aeriformis in aequilibrio constituti ab imo sursum decrescat eo prorsus modo, quo in lanae mole, illa, quae altiorem occupat locum, ut minus pressa, magis sese explicat; illa vero, quae huic est subjecta, in arctius volumen restringitur, ob superincumbentis pressionem. Hinc in fluidis elasticis aeque ac in liquidis aequilibrium erit *stabile* ubi in eodem temperaturae gradu, stratum inferius majoris fuerit densitatis, quam superius; ubi vero omnia diversa fuerint, aequilibrium *instabile* erit.

320. Hanc pressionis vim aeri, ac proinde omnibus fluidis elasticis competere, sive in vase includantur, sive libera illa sint, sive in parva sint quantitate, sive omnem ambiant terram, sequenti experimento directe comprobatur. Super orbem aeneum Machinae

Pneumaticae imponatur cylindrus aeneus ex utraque parte apertus, cujus basi superiori fortiter alligetur membrana vesicae suillae probe tensa. Prout aer ex hoc cylindro educetur, membrana flecti, et intus curvari incipiet, donec tandem si admoto digito vel minimum prematur, ingenti cum fragore disrumpetur. Undenam hic effectus repetendus, nisi ab externa aeris pressione? Antequam enim aer educeretur, vesica etiam aeris interni pressionem sustinebat, quae aeris exterioris pressioni obnitebatur; inde aequilibrium. Sed statim ac aer a cylindro depellitur, quum aeris interni elaterium paullatim remissius fiat, nec aeri externo deorsum impellenti resistere valeat, vesica ab aere externo compressa, versus medium deprimitur, et tandem distenta ac dilatata facile disrumpitur. Si loco vesicae ad superiorem cylindri basim lamellam vitream aptabis, hanc pariter in minutissima fragmenta comminui conspicies. Si cylindrus fuerit ad angulum rectum, vel quavis obliquitate inclinatus, haberetur pressio lateralis vel obliqua; si vero fuerit curvus pressio fieret ex imo sursum: quocumque tamen modo cylindrus constituatur, seu vertatur, vesica eadem semper exhiberet phaenomena. Hinc luculenter perspicitur, aerem undequaque pressionem exercere, id est ex imo sursum, a summo deorsum, et versus latera, ut in liquidis pariter evenire demonstravimus (296). (1).

321. At inquies, cur tanto cum fragore vesica illa disrumpitur? Id evenire respondemus ex eo, quod volumen aeris externi in cylindrum, vesica disrupta, irruentis, aeris columnae aequatur, quae pro basi membranae latitudinem haberet, pro altitudine vero totius atmosphaerae altitudinem: pondus sane ingens, quod ingenti cum celeritate elaterium suum evolvens, et cylindri parietes concutiens, rumorem illum producit. Si hoc aeris pondus ac pressio, quae vesicam tanto cum fragore disrumpit, definiretur, innotesceret pariter pondus et pressio aereae columnae, quae ex quovis loco ad supremam usque aeris superficiem extenditur: cognito autem hoc unius aereae columnae pondere, pondus etiam totius atmosphaerae telluris superficiem ambientis ac prementis erui poterit. Quanam autem ratione hoc unius aereae columnae pondus erui poterit? Sequenti sane ratiocinio.

(1) Hinc plura explicantur phaenomena. Patet ratio, cur si scypho aqua pleno aptetur chartae frustum, quae illum ita perfecte claudat ut nulla aeris particula inter aquam et chartam remaneat, et deinde sursum deorsum invertatur, aqua in scypho pendula consistet, ob aeris pressionem ex imo sursum. Patet etiam ratio, ob quam si dolii superior apertura exacte operculo quodam claudatur, vinum ex apposito laterali tubulo egredi desinat. Muscae denique, contra gravitatis leges, se sustentant per muros, et per levigatissimas laminas vitreas verticales, quia earum pedes quin glutine quodam illita sint, ut vulgo creditur, efformati sunt ut pedes avium aquatilium ex quadam flexibili membrana, quae muro vel lamellae ita probe apprimuntur, ut omnis aer, qui inter illos, et murum existit, depellatur; adeoque pressio aeris inferioris illas sustentat.

322. Quum aer terram ambiens omnia etiam liquida pondere suo premat; ex effectibus, quos eadem pressio in iis edit, aeris pondus deduci potest. Et sane, aqua in vase contenta ita ad libellam se componit, ut nulla ejus pars altius assurgat, quam omnes aliae, tam ex vi propriae gravitatis, quam ex eo quod ab aere incumbente parem ubique patitur pressionem. Haec pressio ita est comparata, ut si aliquo in loco deleri posset, ibidem aqua sursum ascendere compelleretur, ob nisum aquae circumjacentis, quae ab aere superincumbente premitur, juxta legem nuper statutam. Id autem facile assequemur si tubum utrimque apertum in vase aqua pleno immergamus, et aerem ex illius superiori orificio exsugamus. Quum enim ea tubi portio, quae super aquae superficiem exporrigitur, aeris expers ob suctum remaneat; aqua eidem subjecta aeris pressionem non amplius experitur: ascendet itaque per tubi cavitatem vi pressionis columnae aereae, quae in aquam circumjacentem agit, donec pondere suo eamdem, ac ipse aer externus, pressionem exerceat; ita ut aquea columna saliens aequilibretur cum aerea columna ejusdem basis, quemadmodum in tubis communicantibus aequilibrantur liquida, quamvis diversae sint gravitatis specificae. Pondus ergo aereae columnae, quae eamdem cum tubi cavitate basim habet, tantumdem esse colligitur quantum est pondus aqueae columnae, quae intra tubum attollitur. Quocirca ratio eruendi ponderis aereae columnae, cujusvis haec fuerit altitudinis, in hoc consistit, ut tubus satis longus aere exhauriatur, et in aquam ita immergatur, ut haec ad datam altitudinem in ipsum libere ascendere possit. Blasius Paschal anno 1645 Rothomagi hoc tentamen aggressus est. Tubum adhibuit 46 pedes longum; inferiorem ejus partem hermetice clausit; vino illum replevit, ac deinde superius etiam orificium pari modo obturavit. Machinarum ope in verticali situ illum aptavit, ac inferiorem ejus extremitatem in vase aqua pleno collocavit; tum aperto inferiori orificio, vinum, quo tubus erat repletus, ad altitudinem 32 pedum supra aquae superficiem descendit, ibique immobiliter haesit. Pars tubi superior, ex qua vinum per 14 pedes inferius descenderat, perfecte vacua remanserat; hinc aquae columna 32 pedum cum atmosphaerae pressione in aequilibrio constituebatur: ex quo recte intulit, columnam aquae, vel vini (quae duo liquida ejusdem fere sunt gravitatis specificae) 32 pedum idem pondus habere, ac aeris atmospherici columnam ejusdem basis.

323. Primam hujus veritatis stabiliendae occasionem fortuitus quidam casus obtulit. Quum enim Olitores Cosimi III. Florentiae Ducis ut aquam educerent ad quaedam loca prominentiora, antliis uterentur justo altioribus, observarunt, in iis aquam non attolli ultra 32 pedum altitudinem. Rei novitate correpti, eventum Gali-

laeo narrarunt, qui in *vacui horrorem* hujus phaenomeni caussam, juxta tunc receptam opinionem, refundere non valens, utpote nullius momenti et absurdam, eamdem in aeris pondus reponendam esse suspicatus est quidem, sed discipulo suo Torricellio commisit, ut phaenomenon istud accurate ad examen revocaret, eoque principio nisus, illud explicandum susciperet. Hic vero, multis captis experimentis, directam ac luculentissimam ejus rei demonstrationem dedit, sequenti innixus ratiocinatione: Fluida heterogenea tunc aequalem exercent pressionem, quum eorum altitudines fuerint in diversa densitatum ratione (310); si itaque ascensus aquae in antliis ad 32 pedum altitudinem atmosphericae pressioni acceptus referri debeat, columna alterius liquidi, cujus densitas densitate aquae foret duplex, ad altitudinem 16 pedum assurgere deberet; et mercurius, qui est aqua quater et decies ponderosior, ad altitudinem quater et decies minorem ascendere pariter deberet. Hac instituta ratiocinatione, tubum tres circiter pedes longum accepit, ex una parte clausum, ex altera vero apertum; hunc mercurio implevit, dein apposito ad orificium apertum digito, illum in aliam mercurii quantitatem in vasculo contentam invertit. Subducto digito, mercurium ad 27 aut 28 circiter pollicum altitudinem in tubo suspensum manere observavit: hinc omni posthabita dubitatione, pro certo omnino statuit, aeream columnam aeque ponderare ac columnam mercurii aequalis basis, et altitudinis 28 pollicum, vel columnam aqueam ejusdem pariter basis, cujus tamen altitudo esset 32 pedum. Idem experimentum pluries, variisque modis tentarunt viri illius aetatis doctissimi, qui omnes observarunt non modo aquae, mercurii, aliorumque liquorum ascensum locum habere ubi aere expers fuerit tubus, decidere autem statim atque aer immittatur; verum etiam mercurii altitudinem non semper eamdem manere, sed augeri in vallibus, in quibus altior est aerea columna; minui autem in montium cacumine, ubi aerea columna est brevior.

324. Possumus hinc totius atmospherae pressionem evidenter eruere. Si enim pondere suo aeris columna tantumdem subjecta corpora premit ad telluris superficiem, quantum mercurii columna 28 pollices alta, vel aquea columna 32 pedes alta ejusdemque basis eadem corpora premeret; quumque pes aquae cubicus fere librarum 70 parisiensium pondus habeat; si pondus 70 in 32 ducatur, productum 2240 pressionem columnae aereae, cujus basis sit unius pedis, denotabit. Cognito proinde pedum quadratorum numero, qui in terrestri superficie continetur, eoque ducto per 2240, habebitur integrum atmospherae pondus. Ita pariter si humani corporis superficiem pedibus quadratis 15 constare ponamus, quemlibet hominem pressionem ponderi librarum 2240 $\times$ 15 ae-

quipollentem, seu librarum 33600 sustinere deprehendemus. Inde *barometrum* suam duxit originem. Sed de hoc infra.

325. Ex eo autem quod aer sit gravitate praeditus, fit ut partes ejus superiores inferiores premant; istae vero ad se invicem accedendo densiores fiant, ita ut aer in minus volumen coarctetur. *Densitas* itaque *aeris a ponderibus diversis compressi erit in ratione ponderum comprimentium directa, et voluminum inversa* (1). Lex tamen ista, quae ab Anglis *Lex Boylei*, et a Gallis *Mariotti Lex* est appellata, quia illustres hi Physici eam experimentis statuerunt, ac firmaverunt, suis continetur limitibus; aer enim, ubi ad summum compressionis gradum pertingit, ulteriori utcumque magno ponderi resistit. D^{ni} Arago et Dulong experti sunt, pro aere hanc densationem locum habere posse usque ad pressionem 27 atmosphaeris aequalem (2). Recentiores tamen observationes D^{ni} Regnault innuunt, hanc ipsam legem in aliquibus fluidis elasticis, ut in *gas sulphorico*, in *gas sulphydrico*, in *gas acido carbonico* diversimode locum habere; quin imo *gas hydrogenium* minus comprimi quam Lex illa exigit, ejusque compressionem eo minorem fieri quo vis comprimens major evadit. Hic obiter observamus, quo gradu fluida aeriformia sint liquidis compressibilia; dum enim aqua sub unius atmosphaerae pressione comprimitur 0,000048, et mercurius 0,000003 suorum voluminum (24); aer sub eadem pressione comprimitur 0,0500000, sive $\frac{1}{2}$ sui voluminis parte.

ARTICULUS TERTIUS

DE SOLIDIS FLUIDO QUIESCENTI IMMERSIS.

326. Corpus solidum, ubi fluido quiescenti immergitur, a fluido ipsum ambiente eadem lege premitur, quae in n.° 300 statuta

(1) Qua ratione, dicet aliquis, fluida aeriformia, quae plerumque invisibilia sunt, experimentis subjici possunt? Eodem prorsus modo, respondemus, quo liquida tractantur. Si ex. gr. phyalam gas acido carbonico, quod in antro Canis prope Neapolim existit, implere cupias, nihil aliud agere debes, nisi illam aqua vel mercurio plenam ibidem afferre, eamque invertere ut liquido depleatur. Quum vacuum in illa dari nequeat, evidens est eam gas acido carbonico ibidem existenti impleri prout liquido depletur; quo exhausto, nihil aliud nisi gas acidum carbonicum in illa contineri debet. Quare si ejus collum probe obturetur, gas acidum carbonicum quocumque volueris deferre poteris. Areonautae, qui ad examen revocarunt aerem atmosphericum locorum sublimium, quo in suis aereis ascensionibus pervenerunt, non alia methodo usi sunt. Eodem modo gas aliquod ex uno in aliud vas versari potest: advertas tamen, in his casibus, operationem hanc in aqua vel mercurio fieri oportere.

(2) Vide Pouillet Phys. T. 1. n. 79.

fuit. Ejus itaque superficiei partes immersas, tamquam vasis parietes, in quibus fluidum suam pressionem exercet, spectari debere, tam clare patet, ut demonstratione non indigeat. Haec pressionis aequalitas in fluidi partes aequilibrium inducit: hinc si earum locus a solido immerso occupetur, etiam in hoc casu fluidum ambiens pressionem suam aequaliter circa ipsum exercet, et aequilibrium nullatenus turbari debet, quemadmodum nullo modo turbaretur si aliqua hujus fluidi moles illico congelaretur, fluidis remanentibus reliquis ejus partibus, quae illam ambirent. Quum autem corporis immersi moles varia esse possit; quumque idem corpus pondere suo subiectum fluidum premat, et viceversa ab eo in opposita directione prematur; patet, pro aequilibrio hinc obtinendo has duas pressiones aequales utrimque et oppositas esse debere: si enim una aliam ad minimum superaret, diversae exurgent Leges, quas hic expendere praestat.

327. Tres casus dari possunt: vel enim solidum fluido immersum *ejusdem est gravitatis specificae* cum ipso fluido, vel est *majoris*, vel *denique minoris gravitatis specificae*. In primo casu *solidum immersum ad quamcumque fluidi altitudinem, id est vel in fundo, vel in medio, vel in ipsa superficie cum hoc aequilibratur, adeoque quiescit*: in altero vero *fundum petet cum suae gravitatis excessu, hoc est amittet sui ponderis partem aequalem volumini fluidi, quod e suo loco expellit*; in tertio demum *sursum ascendet ea vi, quae sit aequalis excessui gravitatis fluidi, id est totum pondus amittet, et ita supernatabit, ut pars ejus immersa occupet locum voluminis fluidi, quod totum solidi pondus adaequet*. Ubi enim corpus solidum fluido immergitur, occupat locum paris voluminis fluidi; atqui pondus hujus voluminis sustinebatur ab aequali et contraria fluidi inferioris pressione; necesse est igitur ut in corpore immerso aequalis ponderis pars sustineatur. Quocirca, si corpus immersum eamdem ac fluidum specificam gravitatem habeat, gravitas, qua deorsum urgetur, prorsus aequalis erit pressioni, quae illud sursum agere nititur; elidentur itaque, aequilibriumque inducent, ita ut solidum ubicumque positum quiescat. Si vero solidum fluido specifice gravius sit, tunc majori vi fluidum premet, fluidi pressio ex imo sursum corpori sustinendo impar erit; hinc solidum cum suae gravitatis excessu fundum petet, eaque est ratio, cur solidum fluido immersum semper amittat eam ponderis sui partem, quae aequalis est gravitati paris voluminis fluidi, cujus locum occupat. Si denique solidum sit specifice levius, tunc ejus gravitas ad resistendum fluidi inferioris repulsibus insufficiens erit; sursum ergo evehetur, et fluido ita supernatabit, ut pars ejus immersa locum occupet voluminis fluidi, quod totam solidi gravitatem adaequet. Quae interim de solidis fluido immersis diximus, vera quoque erunt de

fluidis, quae diversam habent gravitatem specificam: tunc enim leviora gravioribus supernatare debent, ut in oleo super aquam effuso deprehendimus.

328. Haec omnia ope *Bilancis hydrostaticae* mirifice comprobantur. Haec machina a Libra communi non differt, nisi in eo quod sub ejus lancibus adsunt unci (Fig. 124), quibus pondus P, et corpora M, L appendi possunt. His lancibus subjiciuntur duo cylindri vitrei A, et B, qui ope tuborum *a*, et *b*, apertis epistomiis *e*, et *e'*, aqua in ampliori vase D contenta repleri possunt. Si unco K appendatur cylindrus M intus vacuus, et huic appendatur pariter cylindrus solidus L, qui accurate cavitatem cylindri M replere possit; appenso item aequipondio P ad uncum *i*, Bilanx erit in aequilibrio. Omnibus sic constitutis, aperiatur epistomium *e'* ut aqua ex D defluat in vas B, et cylindrum L cooperiat: statim aequilibrium turbabitur, et Libra ex parte *i* praeponderabit. Ut aequilibrium restituatur, aqua replendus est cylindrus M, cujus cavitas quum sit aequalis cylindro L, patet, hunc tantumdem ponderis in aqua amittere, quantum est pondus aquae a cylindro L exclusae. Manifestum est igitur *solida in fluidis immersa tantumdem ponderis deperdere, quantum est pondus fluidi, cujus locum occupant* (1). Hoc theorema *Archimedis principium* vocatur, ab Archimede, qui primus illud invenit. Archimedem autem tanta perfusum laetitia perhibent ob hoc inventum, ut nudus e balneo prosiliens, per Syracusas nudus currens exclamaret, Ἑύρηκα, ἑυρήκα! *inveni, inveni!!* (2).

329. Hinc sequitur 1.° solidum fluido immersum eo minorem sui ponderis partem deperdere, quo major erit ejus massa sub eodem volumine; 2.° majorem sui ponderis partem amittere debere in fluido densiore, quam in rariore; 3.° in eodem liquido, vel in liquidis homogeneis solidum eo majorem vel minorem sui ponderis partem amittere, prout ejus volumen augeatur, vel minuatur, massa eadem remanente. Horum principiorum ope detegi potest quodnam sit gravitatis specificae discrimen plurima inter corpora diversae naturae; quod fit massas corporum, quae in aere ejusdem sunt ponderis, in eodem fluido immergendo, et postea diligenter observando quid ponderis a singulis, dum immerguntur in fluido, amissum fuerit. Hoc modo compertum est, omnium metallorum gravissimum esse 1.° platinum, 2.° aurum, 3.° mercurium, 4.° argentum, 5.° plumbum etc.

(1) Hic autem animadvertendum, ponderis jacturam, quae in solido evenit, accrescere aquae ponderi: haec enim una cum solido plus ponderat, quam sine solido. Nihil itaque ponderis hic deperditur, quia nihil materiae destruitur; sed quod solido decedit, illud ipsum aquae accedit.

(2) Vitruv. De Architect. L. IX. c. 3.

330. Multa hinc phaenomena explicari possunt. Et 1.° quidem intelligitur cur minori opus sit nisu ad trahendam situlam aqua plenam dum sub aquis demersa est, quam ubi ab iis emergit; sub aqua enim, utpote graviore, situla magis sustinetur, quam in aere; ac proinde ponderosior est in aere, quam in aqua: 2.° Intelligitur pariter cur facilius natari possit toto corpore in aquis merso, quam iisdem supernatante: et cur corpora hominum, qui ob submersionem in aquis diem funguntur, post aliquod temporis intervallum ex aquis emergunt, iisque supernatant, eo quod volumen corporis eorum propter humorum fermentationem amplius evadit, adeoque specifice levius pari aquae volumine; 3.° cur eadem corpora sint ponderosiora in vacuo quam in aere; in aere quam in aqua; in aqua, quam in mercurio; 4.° cur denique, ut alia omittam, aurum, ex. gr., et lignum si in vacuo aequilibrentur, immisso aere, aequilibrium tollatur, aurumque ligno praeponderet.

331. Iisdem principiis nititur piscium natatus. Pisces in aqua natantes modo ascendunt, modo descendunt, modo horizontaliter feruntur; quia in abdomine instructi sunt vesica fluido elastico plena (1), quae facile comprimi, vel dilatari potest: hinc corporis eorum volumen modo minuitur, modo augetur, adeoque mergi, vel superiora petere facile valet. Ubi hanc vesicam ita dilatant, ut corporis sui volumen idem pondus habeat, ac aequale volumen aquae, tunc in quovis aquae puncto vel immoti consistunt, vel horizontaliter progrediuntur; si vesicam comprimunt, ut corporis volumen pari aquae volumine fiat gravius, tunc fundum petunt; vicissim ad superiora assurgunt, ubi vesicam ita dilatant, ut eorum corporis volumen pari aquae volumine fiat levius. Hoc idem, nec non et Leges superius n.° 327 stabilitae illo comprobantur experimento, in quo *Cartesianus diabolus*, ut vulgo ajunt, adhibetur (Fig. 123). Imaguncula ex vitro, vel ex maltba, cava, tenuique foramine inferius praedita vitreo vasi cylindrico longiori aquis repleto includitur: deinde cylindrus membrana superne obligata occluditur. Prout magis vel minus haec membrana digito prematur, imaguncula cernitur nunc sursum, nunc deorsum ad vasis usque fundum descendere, nunc in vasis medio firma consistere. Hujus phaenomeni ratio haec est.

(1) D.° Bint, caplis experimentis observavit hanc vesicam natatoriam non aere communi, sed *gas azoto* plenam esse in piscibus, qui prope aquae superficiem vivunt; in iis autem, qui profundius morantur esse plenam $\frac{9}{10}$ gas azoti, et $\frac{1}{10}$ gas oxygenii; ita ut in piscibus, qui ad maris fundum vivunt, haec fluida elastica eamdem haberent ac aqua densitatem, et vesica natatoria ad aequilibrium constituendum inutilis esset. Burellus in Tract. *de motu Animal.* (*P.* 1. *prop.* 109) refert quemdam piscem, postquam ejus vesica natatoria disrupta fuerat, in piscinam remissum, sursum amplius ascendere non valuisse per integrum mensem, quo in ea vixit, sed in fundo semper repere visum fuisse.

Quamdiu imaguncula aquae pari volumine levior existit, ei supernatat; ubi autem digito premitur membrana, adeoque etiam aqua, aliqua hujus pars in imaginis cavitatem intrat, aerem in ea contentum comprimit, ipsiusque spatii partem sibi vindicans, imaginem aqua graviorem reddit, quae proinde ad tubi fundum descendit. Si denique pressio remittitur, aer in imaginis cavitate contentus et compressus sese vi elastica restituens, aquam ex hac cavitate propellit; hinc imago suam priorem levitatem acquirit, et iterum ad superiorem tubi partem ascendit, ita ut observatoris nutum sequi videatur.

332. *Globorum aerostaticorum* ascensio his etiam fundamentis superstruitur. Sunt autem *aerostati* globi quidam ex charta vel ex panno serico tenuissimo, sandaraca illito, sphaeroidis figuram habentes, in cujus inferiori extremitate foramen circiter unius pedis quadrati aperitur. Pendet ex hoc foramine vasculum ex levibus filis metallicis materia quavis combustibili repletum, veluti lana, paleis, charta etc; qua accensa, aer in globo contentus a calore dilatatur, et globus proinde inflatur. Quum autem aer a calore dilatatus pari aeris frigidi volumine sit rarior, ac levior; manifestum est, globum aere calefacto plenum minus ponderis habere, quam haberet aeris volumen ab ipso globo expulsum; adeoque sursum attolli debere donec ad eam pervenerit altitudinem, in qua globus, vasculum ab eo pendens, et materia combustibilis accensa cum pari aeris subjecti columna sint in aequilibrio. Aerostati sic constituti vulgo *Montgolfieres* dicuntur, a fratribus Montgolfiere, qui primi Parisiis anno 1783 globum ejus generis in aerem elevarunt. Haec tamen inventio Italiae nostrae est vindicanda: ibi enim multis annis ante fratres Montgolfiere de quadam navi volante scribebat P. Franc. Lana a Brixia; et Italus Tiberius Cavallo anno 1782 antequam fratres Montgolfiere globum suum vi aeris rarefacti attollerent, Londini globum gas hydrogenio plenum emittebat. D. Charles tamen aeri rarefacto gas hydrogenium substituendum curasse perhibetur; quod gas quum quater et decies aere sit levior, globus aerostaticus, cujus capacitas fuerit circiter 400 pedum cubicorum, secum afferre valeret pondus librarum circiter 5000. Globi aerostatici igitur duplicis generis sunt, nempe vel *ex aere rarefacto*, vel *gas hydrogenio* inflati. Posterioris generis globi fieri solent, ut nuper diximus, ex panno serico tenuissimo sandaraca illito; qui hydrogenio impleri solent ope cujusdam artificiosi adparatus. Ipse Charles cum D.no Robert, alligata ad suum globum aerostaticum navicula viminibus contexta (1) Daedali fabulam verisimilem reddi–

(1) Navicula ista ad homines vehendos destinata, ad globum alligari solet ope funium, quae ex rete quadam in superiore globi parte adnexa pendent: fieri autem solet ex viminibus, quia haec quum sint flexilia, ad collisionem in descensu accelerato vitandam plurimum conferunt.

dit, aeris freta transnatando. Innumeri alii post eos coelos petivere; celebriores tamen ascensus confecerunt D.[ni] Gay-Lussac et Biot in Gallia anno 1804; annis vero sequentibus Humboldt cum Bompland in America; Lunardi, Andreoli, Brioschi, aliique in Italia; nostris denique diebus I. B. Comaschi e Brixia in variis suis ascensionibus per illustriores Europae civitates vere admirandus se exhibet. Utinam modus hos globos dirigendi inveniri possit quam citissime! Incredibile est quanto emolumento hoc societati foret.... Nobis istud sperare licet; haec inventio adhuc tamquam in primis cunabulis spectari potest; nam omnia hominum inventa nonnisi multos post annos suis numeris sunt absoluta (1). Legatur eximium, ac super hoc argumento absolutissimum opus M. A. Costae Naepolitani, cui titulus: *Saggi sull' areostatica e sull' areonautica*. Consulatur etiam Diarium Neapolitanum *il Poliorama Pittoresco*, Anno VIII. n. 41, pag. 325 de quodam globo aerostatico metallico, quem D. Marey-Monge Parisiis nuper construxit.

333. Quum solidum fluido levius ab hujus pressione sursum ferri cogatur, eique supernatare; moles autem fluidi exclusi, quae parti solidi immersae aequalis est, idem pondus habeat ac totum solidum supernatans (328); patet ratio dijudicandi de justis oneribus navi imponendis, vel etiam eruendi pondus navis oneratae. Navis justo onere gravata ideo aquis innatat, quia si sumatur aquae marinae volumen navis volumini aequale, ponderosius est aquae marinae volumen, quum tota navis carina sub undis latet. Si igitur mensuretur pars navis demersa, eaque mensura pedibus cubicis denotetur, totius navis pondus innotescet: pondus enim totidem pedum cubicorum aquae marinae, cujus locum occupat pars navis immersa, totius navis ponderi aequatur (328). Si, ex. gr., ab immersa navis parte excludantur 1000 pedes cubici aquae marinae; quum aquae marinae pes cubicus ponderet fere libras 72, totius navis pondus erit librarum 72,000.

334. Patet etiam, idem solidum, ubi fluidis diversae gravitatis specificae innatare cogatur, minus mergi debere in fluido graviore, magis in minus gravi: hinc naves aliquantulum exonerari debent, ubi e mari ad flumina vel canales transeunt; aquae enim maris aquis fluminum sunt ponderosiores. Discimus hinc commode etiam corporum fluidorum *gravitates specificas* eruere. Si enim ligneus cylindrus A B (Fig. 126.), in cujus inferiori parte plumbeus globus

(1) Multum equidem usque adhuc insudarunt mechaniei, sed parum feliciter, ut rationem dirigendi globos aerostaticos invenirent. Neque ex eo quod naves in aquis supernatantes pro suo quisque lubitu dirigat, inferri poteat pari modo globos in atmosphaera innatantes dirigi posse; naves enim aquis supernatant, globi autem aerostatici in aere sunt penitus immersi. Aqua praeterea est 770 aere densior, adeoque sua inertia quoddam fulcrum exhibet omnibus iis instrumentis, quibus utimur ad impertiendam navi directionem, eaque instrumenta partim extra aquam moventur; haec autem omnia in aere nullatenus locum habere possunt.

C sit adnexus, qui, ex. gr. longitudinis viginti pollices habeat, verticaliter in aqua prius mergatur, deinde in spiritu vini; ejus pars supernatans in aqua elevabitur usque ad *m*, nempe per decem pollices, in spiritu vini vero usque ad *n*, scilicet per pollices septem. Undenam haec immersionis differentia, nisi ex eo quod gravitas specifica aquae est ad specificam spiritus vini gravitatem ut 10: 7, sive accuratius ut 1: 0,715? Huic principio innititur *hydrometri*, seu *areometri* constructio, de quo inferius loquemur.

335. Pro aequilibrio igitur solidi, sive supernatantis, sive immersi, duae requiruntur conditiones; 1.ª ut pressio ex imo sursum aequalis sit ponderi supernatantis corporis, seu ut pondus liquidi, quod pars immersa corporis supernatantis a suo loco excludit, totum supernatantis pondus exaequet: 2.ª ut centrum gravitatis liquidi expulsi et solidi supernatantis in eadem sint linea verticali. Advertendum autem est, ubi de corporibus *immersis* agitur, pro aequilibrio stabili semper requiri ut centrum gravitatis solidi infra centrum gravitatis liquidi sit constitutum; ubi vero de corporibus *supernatantibus* agatur, sufficere ut illorum centrum gravitatis infra *metacentrum* sit positum. Est autem *metacentrum* illud solidi punctum, in quo invicem secantur linea, quae dicta duo gravitatis centra in aequilibrii situ conjungit, et verticalis ducta per centrum gravitatis liquidi expulsi, ubi solidum a prima sui aequilibrii positione aliquantulum removetur. Si navis ex. gr. ABD (Fig. 3 Tab. V.) ita fuerit constructa, ut ejus centrum gravitatis C constituatur infra centrum gravitatis G massae liquidae, quae navis locum occuparet, nisi ab ea expelleretur, in aequilibrio consistet, et linea DC GE erit linea duo centra conjungens: ubi vero a suo situ dimoveatur, et inclinetur ut A′ B′ D′, linea verticalis ducta per centrum gravitatis liquidi expulsi, quod in hoc casu erit in G′, erit E′ MG′ c. Punctum intersectionis M erit *metacentrum*. De hoc consuli potest Francoeur *Mecanique element. pag.* 453, et Bossut *Hydrodinamique*. Hinc naves ita construuntur, ut earum centrum gravitatis semper sit inferius centro gravitatis voluminis aquae ab ipsis expulsae, adeoque a metacentro; id quod obtinetur tum onera iu illis accurate distribuendo, tum earum fundum saburra, aut alia quavis ponderosa substantia replendo.

ARTICULUS QUARTUS

DE MACHINIS HYDROSTATICIS, EARUMQUE USIBUS.

336. *Machinae hydrostaticae* sunt omnes illae, quarum effectus ab hydrostaticae Legibus pendent, illisque probandis plenius inserviunt. Innumerae illae sunt; inter eas tamen praecipuum locum obtinet *Bilanx hydrostatica, Hydrometrum* seu *Areometrum*, *Barome-*

trum, et *Antlia* tum *Pneumatica*, tum *Compressionis*. De singulis pauca hic dicenda sunt.

337. Bilancem hydrostaticam jam supra descripsimus. Adhibetur autem 1.° ad demonstrandum Archimedis principium; 2.° ad explorandum pondus voluminis cujuscumque liquidi, et vasis capacitatem; 3.° ad gravitatem denique specificam corporum determinandam. 1.° Archimedis principium demonstratur experimento n. 328. 2.° Pondus dati voluminis cujuscumque liquidi sic invenitur. Si ex gr. unciae cubicae aquae destillatae pondus quaeratur, ex una parte bilancis hydrostaticae unco suspenditur cubus ex metallo, vel ex marmore, cujus pondus sit unius unciae, ex altera vero aequipondium, quod aequilibrium constituat: deinde, aperto epistomio, cubus solidus aqua destillata cooperitur; tunc aequilibrinm turbabitur, ita ut lanci a qua cubus immersus pendet, aliud pondus superimponendum sit, ut aequilibrium restituatur: hoc pondus restituendo aequilibrio necessarium unciae cubicae aquae destillatae pondus indicabit. Cognito autem pondere unius unciae cubicae aquae destillatae, facillime vasis cujuscumque capacitatem ex Geometria possumus determinare. 3.° Gravitates specificae solidorum corporum hoc modo determinantur. Ex uno bilancis unco ope fili serici suspenditur solidum illud, cujus gravitas specifica quaeritur; pondera in altera lance collocata, cum quibus aequilibratur, ejus in aere pondus indicabunt. Solidum in aqua mergitur, minime vero lanx cum ponderibus; tunc desinit aequilibrium, quia solidum ponderis sui partem amittit, ponderi voluminis fluidi, cujus locum occupavit, aequalem. Si pondus in aere obtentum per pondus in aqua amissum dividatur, quotus gravitatem solidi specificam indicabit. Vocando P pondus corporis in aere, et p pondus in aqua amissum, gravitas specifica denotabitur a formula $x = \frac{P}{p}$. Si, ex. gr., auri frustum in aere ponderet uncias 7,821, in aqua vero 7,415, differentia inter 7,821 et 7, 415, nempe 0,406, pondus in aqua amissum indicabit. Ejus itaque gravitas specifica denotabitur a $\frac{7,821}{0,406} = 19,263$. Hoc modo Physici tabulam concinnarunt, quae diversas solidorum gravitates specificas contineret, cujus specimen ad hujus libri calcem reperies. Ex illa tabula perspicitur, omnium corporum solidorum ponderosius esse *platinum*, levius *suber* (1). Ex illa ipsa tabula judicium ferre de puritate et impuritate metallorum possumus. Examinari debeat, ex.

(1) In eadem tabula pro unitate mensurae ad quam referri possunt tum solida tum liquida, sumitur aqua destillata. Eodem modo confici solet tabula pro gravitate specifica fluidorum elasticorum, quae cum aere communi sicco tamquam cum unitate mensurae comparantur.

gr., moneta argentea, quae in aere ponderet grana $72\frac{1}{4}$, in aqua autem grana $65\frac{1}{2}$; unde pondus amissum sit aequale granis $6\frac{3}{4}$. Pondus in aere, nempe $72\frac{1}{4}$, dividatur per pondus amissum, fiat nempe $\frac{72\frac{1}{4}}{6\frac{3}{4}}$, habebitur quotus 10,704. Atqui, ex tabula, gravitas specifica argenti puri est$=$11,091; moneta itaque data ex argento puro non fuit confecta. Hoc indicio Archimedes Regi Hieroni indicavit quantum argenti coronae aureae votivae ab aurifabro elaboratae admixtum fuerit, uti refert Vitruvius *de Architect. L. 9, C. 3.*

338. *Hydrometrum* (1) est instrumentum, quo utimur ad gravitatem aquarum specificam definiendam. Diversimode construi solet; modus autem usitatior est ille, quo ad exilem tubum vitreum A *m* (Fig. 127.) adnectuntur duo globi vitrei B, et C, superior B vacuus, ut in aqua vel rariore natare possit; inferior vero C angustior et mercurio repletus, ut in aqua vel densiore mergi, erectusque manere possit. Ex iis, quae diximus (334), quo magis instrumentum hoc immergitur, eo levius est fluidum; sicque ex divisis partibus, quae immerguntur, et circa tubi longitudinem, interius apposita charta, signantur, patet quanam specifica gravitate diversae aquarum species inter se differant. Ut haec divisionis scala in eo signetur, immergitur prius in aqua destillata, quae aliis levior est, et in puncto, in quo fit immersio, signatur 0°; deinde immergitur in aqua marina, quae caeteris gravior est, ac proinde efficit ut instrumentum magis emergat ab aqua, et hoc punctum emersionis signatur num. 20°. Si vero instrumentum illud non in aqua destillata, sed in leviore substantia immergatur, ex. gr., in spiritu vini, ejusque immersionis punctum signetur 0°, tunc hydrometrum non ad aquarum tantum, sed et diversorum liquidorum gravitates specificas determinandas inserviet, et *Areometrum* (2) (italice *pesa-liquori*) vocatur. Animadvertendum tamen plurimas adhibendas esse cautiones, ut ope Areometri accurate aestimari possit varia liquidorum gravitas specifica; fieri enim potest, ut in duo fluida, quorum gravitates specificae sensibile discrimen non habent, ob attractionem fluidi a vitro, pars hujus immersa major sit in graviore, quam

(1) Ab ὕδωρ, aqua, et μέτρον.
(2) Ab ἀραιός, rarus, et μέτρον.

in leviore fluido (1). Adhiberi nunc maxime solet Areometrum ad vini, cerevisiae, vel spiritus vini bonitatem aestimandam, ita ut sub hac ratione magis *instrumentum oeconomicum*, quam *physicum* appellari possit. Sed de variis ejus usibus, et modis diversis, quibus construitur, vide Pouillet *Lib. 2, Sect. 1'', C. 2. n. 136, 137.*

339. Tubus Torricellianus, ab eo, quo fungitur munere, dimetiendi nimirum aeris pondus, *Barometrum* (2) appellatur. Construitur autem hoc modo. Tubus vitreus (Fig. 128), cujus diameter quatuor lineis non sit minor, in superiori extremitate A hermetice clausus, mercurio calenti et depurato ad summum usque impletur (3); apposito digito ad ejus orificium apertum, invertitur, et in vasculo B D, ubi alia mercurii quantitas continetur, ita immergitur, ut pars aperta fundum non tangat. His positis, removetur digitus; tunc mercurius post aliquas oscillationes quiescet, et in altitudine circiter 28 pollicum parisiensium firmus et in aequilibrio manebit juxta pondus, quod tunc temporis obtinebit atmosphaera. Tubus ita praeparatus alligatur tabulae, in qua divisiones pollicum ac linearum ita appositae sunt, ut a superficie mercurii in vasculo incipientes, diversam mercurii altitudinem indicare possint; quia autem vasculum tubo suppositum magnum incommodum afferret, idcirco tubi inferior extremitas ita construi solet, ut in phyalam recurvam, infundibuli instar, et sursum inversam desinat, ut exhibet Fig. 129. Notandum autem, quod hujus phyalae apertura ligneo vel vitreo operculo claudi potest, ne mercurii superficies pulvere, aliisque substantis in atmosphaeram innatantibus inficiatur.

340. Barometrum hactenus descriptum *commune* appellari solet, eo quod facilius construatur, et fere omnes vulgo eo utantur. Diversimode autem a recentioribus fieri solent, diversaque nomina ab auctoribus sortiuntur. D. Gay-Lussac Barometrum commune in eam constituit formam, quae ex uno in alium locum tranferri posset; clausit nimirum etiam brachium brevius *b c* (Fig. 130.), relicto dumtaxat foramine in *m* ita angusto, ut aer, non autem mercurius egredi possit. Inde fit, ut hic tubus ad libitum inverti possit absque mercurii effusionis periculo (maxime si cum accessionibus, quibus illum D. Bunten locupletavit, construatur), et inclusus in capsa lignea, vel metallica, de loco in locum tranferri possit. Est

(1) Consule Biot *Traitè de Physique T. 1. c.* 20. Legi etiam meretur Disserlatio D.ni L. Nobilis, in qua caussas errorum in usu Areometri, et modum illis obviandi expendit.

(2) A βαρὸς, gravis, et μέτρον.

(3) Accurate haec notanda sunt, ut barometrum probe suo officio fungi valeal. Mercurius enim exacte depurari debet; id quod fit illum destillando, vel pluries lavando in acido sulphorico. Calefieri autem solet, ut ab aere et humiditate purificetur. Tubi diameter ad minus qualuor linearum esse debet, ut capillaritatis effectus vitentur.

etiam Barometrum *ad quadrantis formam* a D. Jeker ita concinnatum, ut brachio aperto *a* (Fig. 131.) innatet globulus ferreus levissimam laminam dentatam *d n* adnexam habens, cujus dentes in rotam *b* pariter dentibus instructam immittuntur; hujus autem axi mobilissimo infixus est acus *c* percurrens circulum in gradus divisum; quod artificium vel minimas aeris variationes indigitare valet. Denique Barometrum a D. Fortin *cum vase mobili* constructum omnibus aliis hodie, maxime a viatoribus, praeferri solet, eo quod sit accuratius, et absque ullo incommodo vehi possit. Alia Barometra, quae minus habent celebritatis, omittimus (1).

341. Quum Barometrum libero aeri expositum mansisset, statim post ipsius inventionem notatum fuit mercurii altitudinem in eo identidem mutari, et modo supra, modo infra pollices 28 sese constituere; hinc conclusum fuit, atmospherae pressionem esse variabilem. Harum mutationum caussae aliunde peti vix possunt, quam tum ab aucta vel imminuta fluidi prementis altitudine, tum a minori vel majori ejusdem aereae columnae densitate, vel ab aliis caussis accidentalibus, quae uno eodemqne momento variationem inducere possunt. Hinc Barometri variationes in *horarias* et *accidentales* a Physicis dispescuntur: priores sunt, quae statis temporibus et horis accidunt, posteriores vero, quae nullam servant legem constantem. Ex D. Humbold observationibus constat, sub aequatore maximam barometri altitudinem haberi tum hora 9ª matutina, tum hora 11ª vespertina; minimam vero hora 4ª matutina et hora 4ª vespertina; inter hos vero limites mercurium paullatim elevari vel descendere. In aliis autem regionibus variationes horariae ab accidentalibus non differunt; quamvis nuper observaverit D. Ramond etiam in regionibus ab aequatore diversis variationes horarias sequi periodum tempestatum anni; ita ut in hyeme maxima elevatio hora 9ª tum matutina tum vespertina locum habeat; in aestate vero hora 8ª pariter matutina et vespertina eveniat. Quamvis autem omnes, quae in Barometro fiunt observationes ad constantem regulam revocari vix queant, ob innumeràs caussas, quae in iis variationem inducere possunt, quaeque observatoris vel accuratissimi aciem effugiunt; pro certo tamen statui potest, quod determinata pro quolibet anni tempore media barometri altitudine, ubi mercurius ad majorem hujus altitudinem evehitur, tunc auspicari licet coelum brevi fore serenum; ubi autem inferius deprimitur, tunc praenuntiari potest, coelum non multo post nubibus esse obducendum, et pluviam esse ingruentem. Hinc explicantur indicationes, quae in scalae Barometri summitate apponuntur bis verbis: *Bel tempo, variabile, pioggia, etc.*

(1) Vide Pouillet, T. 1. L. 1. C. VI. 71, seq.

342. Adhibetur denique Barometrum ad eruendas montium altitudines. Quum enim quo altior est aeris prementis columna, eo altius etiam mercurius in Barometro assurgere debeat; sequitur, quod in montis cacumine mercurius debeat esse depressior; in hoc enim brevior aeris columna eamdem mercurii basim premit. Si itaque Barometrum ad maris libellam constituatur, deinde ad dati montis verticem transferatur, harum altitudinum differentia, differentiam pressionum, quae ex duabus aereis columnis fiunt, designabit; ex quibus montis altitudo habebitur. D. Biot non ante multos annos opus edidit, cui titulus *Nouveaux tables barometriques et logaritmiques*, ex quo vel rudiores haurire possunt principia faciliora et accuratiora pro his calculis instituendis solius Arithmeticae elementaris subsidio. Sufficiat tamen hic indicasse, ex multiplici observationum numero jamdudum statutum esse, quod cuilibet lineae variationis barometri 75 pedes assignentur; ita ut si altitudo mercurii ad maris libellam fuerit pollicum 28, supra montem datum vero pollicum 26, et linearum 6: differentia linearum 18 ducta in pedes 75, montis altitudinem dabit, quae erit pedum 1350. Quia vero atmosphaera minori densitate praedita est in suis stratis superioribus; hinc Maraldi et Cassinius statuerunt his dictis pedibus 75 prout altius assurgimus, pro unaquaque variationis linea addi oportere circiter unum pedem pro prima linea, duos pro secunda, quatuor pro tertia, octo pro quarta, et sic deinceps. Praeterea quia calor, vel frigus aerem dilatare vel comprimere possunt, ac proinde efficere, ut mercurii columna etiam ob hanc rationem immutetur; in omnibus Barometri observationibus Thermometrum quoque consuli debet, ut diligentissime procedatur.

343. Machina, cujus ope aer ex vase aliquo exhauriri potest, *Antlia vel Machina Pneumatica* vulgo dici solet. Praecipue partes, ex quibus constat, ut hodie construi solet, sunt fere sequentes: 1ª *duo cylindri* cavi ex aurichalco, vel cristallo, satis ampli, interius perfecte politi: 2ª duo *emboli*, qui ex orbibus coriaceis firmiter sibi appressis componuntur; hi oleo inuncti, cylindrorum cavitates circumcirca debent attingere, ne ulli aeris particulae in aliquo interstitio locus concedatur; iidem autem virgae ferreae dentatae affixi alternatim deprimuntur in his cylindrorum cavitatibus, et elevantur ope rotulae dentatae, cujus dentes dentibus virgarum ferrearum immittuntur; rotula autem manubrio sibi adnexo movetur. Ad cujuslibet cylindri basim adest valvula, quae ex imo sursum aperitur. Ita pariter in media cujusque emboli parte adest et aliud foramen, quod obstruitur etiam valvula, quae eodem modo, nempe ex imo sursum aperitur: 3ª *epistomium*, cujus ope ingressus aeri in vasa exhaurienda vel concedi, vel prohiberi potest: 4ª *orbis seu lanx ex aurichalco*, ad quem vasa exhaurienda commode admoveri possunt;

haec autem vasa, quae ob formam, quam exhibent vocantur *campanae*, seu *vasa recipientia*, sunt plerumque ex crystallo, ut objecta experimentis inservientia in iis inclusa exterius inspici possint. His partibus descriptis, facili negotio intelligitur quemadmodum vacuum producatur. Quum embolus elevatur, cavitas interior cylindri aere exhauritur; hinc aer, qui in campana continetur, ob suum elaterium statim in locum vacuum accurrit per epistomium transiens, valvulamque vi sua aperiens: quum autem embolus deprimitur, aer in cylindri cavitatem intromissus hanc valvulam premit, epistomiumque claudit, ac deinde valvulam emboli aperit, per quam foras egreditur. Repetitis his operationibus, recipiens aere omnino evacuatur. Ut autem accuratius dignosci possit quando vacuum exacte perfectum sit, Machinae Pneumaticae aptatur *Manometrum* (1), quod non est nisi tubus Torricellianus, ex cujus mercurii demissione judicari potest de aeris quantitate ex recipiente exhausta. Figura 132 Machinam integram exhibet; figura vero 133. ejus verticalem sectionem ostendit.

344. Machinam pneumaticam Otto Guerick civis et consul Magdeburgensis primus invenit circa annum 1654; sed postea Physici insignes eam multis additamentis locupletarunt, et ad perfectionem, quam nunc habet, perduxerunt; in primis vero Robertus Boyle Anglus; quapropter vocari etiam solet *Machina Boyleana.* Ope hujus machinae Otto Guerick ingentem aeris pressionem probavit, aerem educendo e globo cupreo intus cavo, in duobus hemisphaeriis, quae sibi apte jungebantur, diviso; quae propterea ab eodem inventore *Hemisphaeria Magdeburgica* vocantur. Hoc experimentum quisque facile repetere potest. Antequam aer e globo educatur, hemisphaeria nullo labore ab invicem separantur; educto autem aere interno, ita ab aeris externi pressione ad se invicem apprimuntur, ut nonnisi ingenti vi divelli possint. Et re quidem vera, posita unius hemisphaerii superficie dumtaxat unius pedis quadrati, jam duae aereae columnae sibi invicem prement pondere librarum 2240 (324). Otto Guerick ita hemisphaeriorum diametrum auxit, ut eadem

(1) Manometrum sic dictum a μάνος, *rarus*, et μετρον, *mensura*, est instrumentum quo uti solent Physici ad mensurandum tum aeris, tum reliquorum fluidorum aeriformium dilatationem, et eorumdem tensionem. Tubus Torricellianus est vere ac proprie manometrum, quod atmosphaerae pressionem, aerisque tensionem in suo statu naturali dimetitur. Manometrum, quod Machinae Pneumaticae aptari solet (italice *provino*), in quodam tubo incurvo consistit, cujus duo brachia aequalia et parallela, quorum unum est apertum, alterum vero clausum, aptantur parvae tabulae verticali, super quam scala divisionis signata est. Brachium clausum mercurio plenum est usque ad inferiorem partem brachii aperti. Prout aer ex recipiente educitur, ejus tensio in recipiente minuitur; hinc ejus pressio in mercurium minor evadit; inde fit ut ille descendat in brachio clauso, et attollatur in brachio aperto: differentia hujus descensus et ascensus mercurii in utroque brachio rarefactionis gradum indigitat; haec autem erit ex. gr. 5 graduum, si in scala quinque gradibus mercurius descendat.

sibi appressa, ab equis 30, quorum 15 ex quaque parte trahebant, non potuerint separari.

345. Innumera sunt experimenta, quae Machinae Pneumaticae ope perficiuntur. Hujus Machinae subsidio demonstratur, corpora, ut comburantur, in aere libero esse debere; in vacuo enim posita extinguuntur: fumum, quem in aere sursum ascendere videmus, in vacuo deorsum, ut omnia alia corpora gravia descendere: aërem elasticitate praeditum esse; quum vesica flaccida, cujus collum probe alligetur, sub recipiente collocata, aere exhausto, intumescat: aerem in omnibus liquidis contineri; liquor enim quicumque in vase contentus, et sub recipiente positus, ubi aer educatur, primum spumescit, ac deinde si vacuum perfectum fiat, ebullire etiam incipit: sonum in vacuo non propagari: corpora, quae fermentationi subjecta sunt, in vacuo non corrumpi, ita ut hoc modo per annos multos carnes, aliaque eduliorum genera incorrupta servari possint, etc. Tantus denique in experimentis circa pressiones, et proprietates corporum organicorum, et inorganicorum conficiendis hujus Machinae est usus, ut post suam inventionem toti fere scientiae naturali aliam induxerit faciem.

346. *Machina compressionis* ad aerem in recipiente aliquo comprimendum inservit. Non differt a Machina Pneumatica, nisi in emboli forma: in illa enim valvula ex imo sursum aperitur, in hac autem a summo deorsum, ut aer externus jugiter in recipientem intromitti queat. Recipiens vero in hac machina est vitrea campana, cujus parietes admodum crassae fieri solent, eaque lanci adnectitur plurium cochlearum ope. Exsistunt quaedam machinae compressionis, quae ab uno tantum cylindro constituuntur: hae cochleae ope ad foramen in recipiente factum exacte adnectuntur, et vulgaris syringae formam exhibent. Aer in hac Machina compressus eam acquirit elasticitatem, ut si recipiens ad instar sclopeti fuerit constructum, aperta paullulum valvula ad ejus latus apposita, globum in ea inclusum impetu vix minori elidit, quam pulvere pyrio efficeretur, út in Sclopetis, quae *pneumatica* vulgo dicuntur, evenire solet. Innumera sunt beneficia, quae ex hujus Machinae usu nobis promanare possunt. Hinc Physici hodie plurimum insudant pro his machinis adhibendis loco equorum, vel vaporis ad curricula vehenda, aliaque id generis artificiosa opera conficienda.

CAPUT SECUNDUM

DE HYDRODYNAMICA.

347. In hoc capite phaenomena, et leges motus fluidorum breviter in disquisitionem vocabimus. Tribus modis fluida, ac praeci-

pue aquae, moveri possunt, vel scilicet e vasorum foraminibus per propriam gravitatem et fluidorum superincumbentium pressionem erumpendo, vel per alveos et canales decurrendo, vel ubi machinarum ope sursum elevantur. Quocirca tres in articulos hoc partiemur caput, quod totius Hydrodynamicae jacit fundamenta. In horum primo de fluidorum e vasorum foraminibus egredientium motu; in secundo de motu eorumdem per alveos et canales; in tertio de praecipuis Machinis, quibus fluida sursum attolluntur, loquemur. Jucunda sane, et valde utilis tractatio; hinc enim vel maxime aquam in altum tollere discimus, ut deinde ad varios vitae usus derivari et distribui queat; fontes salientes efformare, qui elegantissima oculis spectacula praebent; flumina redundantia intra proprium alveum coercere; canales ad navigationem inservientes excavare, et innumera id genus alia, quae prosunt pariter, et delectant.

ARTICULUS PRIMUS

DE FLUIDORUM E VASIS ERUMPENTIUM MOTU.

348. Quemadmodum in statuendis aequilibrii fluidorum legibus ab experientia initium sumpsimus (293); ita pariter in determinandis legibus, quibus fluida in suis motibus obtemperant, experientia potius, quam rationibus a priori ductis innitimur, ex quibus vel parum, vel nihil certi hac super re statui posset; praesertim quum, fatente ipso celebri Poisson (1), *theoria mathematica motus fluidorum adhuc in cunabulis sit.*

349. Torricellius omnium primus sequens statuit theorema, quod ejus nomine nobilitatur: *Fluida e diversis vasorum foraminibus erumpentia eam habent celeritatem, quam acquisivissent verticaliter descendendo ab altitudinibus, quas in iisdem vasis, in quibus continentur, obtinent.* Habeantur duo vasa A B C D, et E F G H (Fig. 134) inaequalis altitudinis, eodem liquido ita repleta, ut hoc jugiter ad eamdem maneat altitudinem (2). In singulorum fundo sint duo aequalia foramina I K, L M, quae *lumina* etiam dicuntur, quorum diametri, respectu magnitudinis vasorum, sint admodum parvi. Abstractione

(1) En hujus celebris Mechanici verba: La teoria matematica del movimento dei fluidi è ancora molto indietro. solo col restringere l'estensione di una tal quistione con ipotesi più o meno ammissibili, si è giunto sinora ad ottenere taluni risultamenti generali utili in pratica, e conformi all'esperienza. *Poiss. Mec. L. num. 546.*

(2) At quibus mediis vas quoddam, ex quo fluidum semper effluit, illud ad eamdem semper altitudinem servare potest? Innumera haec propemodum sunt; facilius tamen nobis illud videtur, ubi ex amplissimo quodam vase aqua in vasculum examini subjectum per canalem quiete derivetur, atque huic superne tubuli laterales evacuantes ad eamdem aliquam altitudinem sint adjuncti. Vide Pouillet T. 1. L. 1, c. 8. n. 81.

facta a partium fluidi cohaesione (quae licet sit exigua, numquam tamen deest), ponamus fluidum a sola gravitate, et partium superincumbentium pressione urgeri; manifestum est, effluentis aquae quantitates e foraminibus uniformi celeritate egredi: massae igitur aequalibus temporibus e foraminibus erumpentes sunt ut celeritates. Quia vero momentum est factum ex massa et celeritate (61): hic autem massae sunt celeritatibus proportionales; patet, pro massa substituendo celeritatem, momentum aquae ex foramine decurrentis esse ut suae celeritatis quadratum. Atqui momenta sunt inter se ut vires motrices (62); quae in nostro casu non sunt nisi pondera duarum columnarum fluidi foraminibus superincumbentium; hae vero columnae, ob aequales bases sunt in directa altitudinum AC, EG ratione; ergo celeritatis quadratum in I K est ad quadratum celeritatis in L M ut AC : EG; scilicet *fluidorum e foraminibus effluentium celeritas tanta est, quanta esset ea, quam acquisivissent descendendo ab ea altitudine, quam in vase obtinent.* Hoc principio tota hydrodynamica, veluti in sua basi, fundatur.

350. Inde fluunt haec corollaria. 1m. *Celeritas fluidi effluentis a sola fluidi superincumbentis majori altitudine, non autem a varia fluidi densitate pendet.* Si namque duo vasa paris altitudinis aeque repleantur unum quidem mercurio, alterum vero aqua, datis aequalibus foraminibus, mercurii pressio esset quidem quater et decies major aquae pressione; attamen gravitas, qua corpora in vacuo ab eadem altitudine descendunt, quum sit quantitati materiae proportionalis (41.); haec duo liquida a gravitate sibi proportionali urgentur, adeoque eadem celeritate descenderent.

351. 2m. *Celeritates diversae ejusdem fluidi e vasis foramine erumpentis sunt ut radices quadratae diversarum altitudinum, quas fluidum in vase habet*; in eadem enim ratione sunt celeritates gravium ex diversis altitudinibus decidentium (207). Hinc si tria aequalia vasa aquis repleantur ad diversas altitudines, ita ut altitudo aquae in primo vase sit $= 1$, in altero $= 9$, in tertio demum $= 16$; deinde in ipsorum fundis aequalia aperiantur foramina; celeritates, quibus aqua ex his eodem tempore efflueret, erunt ut 1, 3, 4; scilicet ut radices quadratae diversarum altitudinum. Discimus inde modum, quo celeritatem fluidi e foramine exilientis augere possimus. Si enim, ex. gr. aquae e foramine exeunti cum data velocitate tribuenda sit duplo, vel triplo major velocitas, ejus in vase altitudinem quadruplo, aut nonuplo majorem efficere debemus. Semper itaque ad determinandam altitudinem, quae aquae tribuenda est, ut datam celeritatem acquirat, quadratum celeritatis sumendum est.

352. 3m. *Quantitates fluidorum ex foraminibus aequalibus erumpentium sunt pariter ut radices quadratae altitudinum super unumquodque foramen*; sunt enim ut celeritates, cum quibus effluunt; quo

namque majori cum velocitate feruntur, eo major fluidi copia eodem tempore per datum spatium excurrit; atqui celeritates sunt ut radices quadratae altitudinum; eamdem igitur rationem sequentur fluidorum quantitates. 4^m. *Denique, si inaequales fuerint altitudines, et inaequalia foramina, fluidi quantitates eodem tempore erumpentes erunt in ratione composita ex foraminum, et altitudinum subduplicata; si vero etiam tempora inaequalia fuerint, fluidi exilientis quantitates erunt in ratione composita foraminum, celeritatum, ac temporum.*

353. Haec omnia vera sunt ubi vasa habeantur constanter plena ad eamdem altitudinem, adeoque ubi motus erumpentis fluidi sit uniformis: at si nova aquae quantitas in vase non superinfundatur, illud sensim evacuari debet; tunc autem diviso in aequalia tempuscula toto tempore, quo fit depletio, effluentis fluidi quantitas in singulis iis tempusculis decrescet juxta seriem naturalem imparium numerorum 9, 7, 5, 3, 1. Imminuta enim constanter fluidi altitudine, uniformiter retardabitur fluidi celeritas; spatia ergo, quae in vase deplentur, seu erumpentis fluidi quantitates erunt ut numeri impares decrescentes (211). Si ex. gr., vas cylindricum contineat 16 aquae libras, et 4$''$ evacuari concipiatur, effluent primo 1$''$ aquae 7 librae, altero 1$''$ librae 5, tertio 1$''$ librae 3, quarto denique 1$''$ libra una.

354. Principia nuper stabilita pro fluidorum egressu e foraminibus in vasis fundo existentibus valent etiam pro eorum egressu horizontali, seu e foraminibus, quae in vasorum lateribus aperiuntur. Pressio enim fluidi in vase contenti, et superincumbentis eodem modo semper agit, et quaquaversum dirigitur (296); ergo etiam in horizontali directione. Si igitur ad vasis latus aperiatur lumen, fluidum per hoc iisdem effluet legibus, quibus verticaliter descendit. Ejus directio autem parabolam describet, quia fluidum horizontaliter prosiliens in iisdem est conditionibus, ac aliud quodcumque corpus horizontaliter projectum; atqui projectorum semita nonnisi parabolam exhibet (243); ergo eadem erit fluidorum horizontaliter prorumpentium semita. Hinc si e lumine G (Fig. 135.) existente in latere vasis A K aqua repleti usque ad A I prosiliat fluidum, illud parabolam G H describet, in qua posita K D linea horizontali, et A G altitudine fluidi ad libellam super foramen G positi, est $4\,AG \times GC = CH^2$ (249). Si itaque, sumpta pro diametro altitudine A C fluidi in vase stagnantis, describatur semicirculus A E C, atque ex lumine G erigatur ad eumdem diametrum perpendicularis G M, per circuli naturam erit $A\,G \times G\,C = G\,M^2$; qui valor substitutus in praecedenti aequatione dabit $4\,G\,M^2 = CH^2$; vel $2\,G\,M = CH$. Facile proinde concipitur 1.° jactum amplissimum haberi a foramine in centro B circuli constituto, nempe in puncto ubi tota altitudo bisecatur; inter omnes enim perpendiculares a peripheria ad diametrum

maxima est radius: 2.° lumina a centro aequaliter distantia, ut F et G, ejusdem amplitudinis parabolas describent, ut F H, G H, quia perpendiculares ad diametrum a centro aequaliter distantes, uti sunt F L, G M, sunt aequales: 3.° aquae altitudine sensibiliter super foramen imminuente, ob continuum effluxum, parabolae amplitudinem sensim minui, quia pressionis et vis projicientis celeritas sensim minuitur.

355. Quod si fluidum e vase exiliat verticaliter ex imo sursum (1), jactus erit talis, ut ad libellam ejusdem in vase stagnantis ascendere possit, ut in fig. 136 perspicitur. Nam fluidum pressioni quaquaversum directae subjectum e lumine egreditur ea celeritate, quam adquisivisset si ex summa superficie, quam in vase obtinet, decidisset (349); atqui corpus quodcumque motu accelerato ex aliqua altitudine decidens eam adquirit celeritatem, qua motu retardato ad eamdem altitudinem ascendere posset (211); ergo pariter aquae verticaliter effluentes ad eam ascendent altitudinem, ex qua descendisse censentur. Idem etiam ex tuborum communicantium natura deduci potest. Hoc principio *Fontes salientes* tum artificiales, tum naturales explicari dilucide possunt. Si enim ad aliquot pedum a terra distantiam constituatur vas, quod aqua jugiter plenum servari possit, eique perpendiculariter in parte inferiore tubus incurvus apponatur, cujus lumen sursum respiciat, aqua e vase descendens eam acquiret velocitatem, qua prosiliat ad altitudinem, ex qua descendit. Hic erit fons artificialis.

356. Pluribus tamen de caussis in his fontibus aquae non ascendunt exacte ad eam altitudinem, ex qua descendunt. Nam fluidum per tubi latera percurrens perturbatur, ideoque in motu retardatur. Impeditur praeterea a propria gravitate quin tam alte ascendat: quum enim motus columnae aqueae ascendentis sit uniformiter retardatus, et in aquae partibus, ubi ad datam perveniunt altitudinem, omnis cesset velocitas; hae partes propria gravitate denuo tendentes deorsum, sensibiliter retardant eas, quae adhuc ad illam altitudinem non pervenerunt; quin immo superiores particulae antequam relabi incipiant, segniores effectae, inferioribus particulis celerius delatis haud levem remoram inducunt. His duobus impedimentis, quae etiam in vacuo locum haberent, accedit exterior aeris resistentia, quae pressione columnae aqueae ascendenti reluctatur eo majori vi, quo jactus celerius projicitur: fluidum enim omne, ac proinde aer, resistit in duplicata ratione velocitatis, qua corpora in eo moventur (200). Praeterea aer intra tubi cavitatem, et ab aqua decurrente densatus, valide etiam hujus motum retardat.

(1) Id autem non simplici oblinetur foramine, sed ope alicujus tubi sursum verticaliter erecti, ad assignandam aquae directionem, ut in Figura 130 observatur.

357. Ut haec impedimenta imminuantur, his regulis in praxi attendi debet. 1.ª Lumen, et tubi interior superficies sint bene polita: 2.ª parumper inclinetur tubi extremitas, ut aquae jactus non sit horizonti perpendicularis, atque ita partes jactus superiores partibus supervenientibus directe non incumbant: 3.ª ubi aquae iter per tubum horizonti parallelum, vel inclinatum longius protrahitur, ad tubi latera post singulos 100 pedes aptentur tubi inflexi, aeque alti ac locus, a quo aqua prosilit, qui tubi *spiracula* dicuntur, vulgo *sfiatatoi*, ut per eos facilis sit exitus aeri, nec proinde densetur: 4.ª canalis conductoris diameter justam servet proportionem ad suam ipsius longitudinem, et ad altitudinem receptaculi; qualis autem sit haec justa proportio, ipsa docebit experientia: 5.ª quum tubi cylindrici, et maxime conici suo affrictu maximam adimant fluido celeritatem, praestat ad tubi extremum metallicam laminam interius concavam aptare, uno vel pluribus luminibus pertusam, prout unus, vel plures jactus parabolici hinc inde effluentes desiderantur (1).

358. Ubi his omnibus impedimentis pro virili occurreris, certus esse poteris aquam ex altitudine pedum 5 et 1 pollicis delapsam ad pedum 5 altitudinem prosilire; ad pedes 10 assurgere, si ex altitudine pedum 10 et pollicum 4 descendat; et generali formula *altitudo receptaculi invenitur, si ad numerum pedum altitudinis a tot pollices addantur, quot unitates in quadrato quantitatis* $\frac{a}{5}$ *continentur*. Jactus itaque 20 pedes altus requirit altitudinem aquae stagnantis pedum 20+16 pollicum, quum 16 sit quadratum $\frac{20}{5}$, nempe quadratum quoti 4; jactus 100 pedum altitudinis, altitudinem aquae stagnantis exigit pedum 100, et pol. 400, id est pedum 133, et poll. 4; nam quadratum numeri $\frac{100}{5} = 20$ est 400. Mariottus, experientiae subsidio, tabulam condidit rationes exprimentem inter ja-

(1) Quum elementares hae Physicae Institutiones Romae conscribantur, ubi fontes salientes tam multiplices, tamque jucundo spectaculo oculos spectatoris mire adliciunt, non leviter sane carpendus essem, si de modo, quo varii jactus sunt concinnati quaedam breviter hic non adnotarem. 1.° Fontes itaque salientes, qui in suis jactibus pluviam imitantur, ita sunt efformati, ut ad luminis extremum aptata sit lamina cuprea intus concava, pluribus parvis foraminibus pertusa, per quae aqua in exilissimos jactus pluviam imitantes exire cogatur. 2.° Si tubo aptetur corpus ex cupro in formam duplicis lentis parum concavae efformato, quae cochlea ita coustringantur, ut aqua per exilem inter has duas lentes hiatum exire cogatur, jactus linteum expansum imitabitur. 3.° Si ad lumen tubi ope trium exilium stilorum aptetur globus ex cupro, ut fere exitum aquae impediat, haec per angustias exire coacta, vertetur in spumam, et nivem imitabitur. 4.° Ut globus super aquam ex tubo prosilientem pendulus in aere maneat, specifice levior aqua esse debet, ex. gr. ex galla quercna inaurata, et jactui aquae accurate perpendicularis.

ctus et receptaculi varias altitudines, quam videas, si libet, in ejus *Traité du mouvement des eaux*, *P. IV. Disc.* 1, vel in *Tom.* 2.° *Hydraulicae Belidorii.*

359. Fontes artificialibus jactibus salientes ad fontium naturalium intelligentiam nos ducunt. Quum aquam a terra sponte prosilire videmus, necesse est ut haec ab aliquo loco eminenti descendendo per internos terrae meatus eam acquirat velocitatem, qua possit ad terrae superficiem ascendere. Montes esse receptacula aquarum, quae e terra scaturiunt, et has aquas quae nonnisi e vaporibus, ac proinde ex pluviis, et ex nivium liquefactione oriuntur, per terrae rimas in montium cavitates descendere, Physicis hodie notum est(1).

(1) Celebre fuit quaestio inter veteres Physicos de fluviorum ac de fontium origine. Intelligebatur quidem flumina a fontibus manare, augeri a pluviis frequentibus ac resoluta nive, et insignes magnitudine evadere ex multorum rivorum et amnium congressu ac confluentia: sed circa fontium originem diversi diversa sentiebant. Ad duas tamen praecipuas rediguntur illorum opiniones. Alii opinabantur Terram quidquid aquarum ex ostiis fluviorum in mare emisit, rursus accipere: quum enim, ajebant, maris fundus non sit ubique petrosus et saxeus, sed plurimis in locis arenosus, limosus, argillaceus, spongiosus, quae terrae aquam maris imbibunt, fit, ut occulto hoc itinere aquae maris subeant has terras, et in transitu per multiplices anfractus terrarum verberatae et percolatae, deponunt salsedinem et amaritudinem, dulces evadunt, et usque ad longam a mare distantiam perveniunt, ubi tandem omnes illae guttulae coeunt, praesertim in angusto loco, uti sunt montes, et data cavitate fontem efficiunt. Id ex eo maxime eruebant, quod fontes prope mare et in insulis fere omnes sunt salsi vel salsiusculi, et quo mari propriores eo magis plerumque sunt salsi — Sed quum nulla ratio sufficiens appareret cur aqua se se insereus per terrae particulas arenosas et argillosas sursum ad loca fontium prorepere potius, quam subjectas terras humectare deberet; quum illa salsedinis depositio ex sola transcolatione post accuratiores Geologorum observationes visa fuerit prorsus commentitia; quumque demum expertum fuerit, maris libellam depressiorem esse montibus omnibus, e quorum jugis praesertim aquae scaturiunt, adeoque propter hydrostaticae Leges superius (349) statutas aquae maris ostiis ipsis fluviorum tanto depressioris ad eorum fontes in editissimis plerumque montibus sitos nulla ratione fieri posse ut perveniant: hinc factum est, ut melioris notae Physici post Hallejum et Nevvtonum huic commento bellum indicentes, et rem diligentius considerantes, in eam ierint sententiam, quae fontes et puteos, ac proinde flumina et torrentes ex aquis pluvialibus, quae ex rore, vaporibus, aliisque meteoris aqueis gignuntur, denique ex solutis nivibus derivare contendit. Rem ita esse existimant ex observationibus ipsius Hallei, qui experimenti ope, positoque inde calculo accuratissimo, comperit, uno die aestivo, e maris mediterranei superficie per solius caloris actionem evaporare ad minimum 5280 doliorum aquae milliones; quae aquae copia si conferatur cum ea quantitate, quam novem praecipui fluvii, quos mare mediterraneum admittit, in idem mare quotidie deferunt, quaeque ab ipso aestimatur 1827 doliorum milliones; manifestum est hanc aquae quantitatem vix excedere partem tertiam vaporum, qui e mare mediterraneo spatio diurno egeruntur; adeo ut idem mare, quin augeri aut exundare debeat fluviis receptis, brevi tempore exhauriretur, nisi roribus, pluviisque decidentibus aqua in vapores emissa ibidem etiam revertatur. Vapores itaque istiusmodi, ventibus quaquaversum delati, necessario montium altissimorum jugis per varios Terrae tractus dispositis occurrunt; quorum vertices eam atmosphaerae regionem, ad quam fere vapores sponte ascendunt, multum superant, et aere ambiuntur adeo frigido et tenui, ut nonnisi paucissimos vapores sustinere queat. His jugis occurrentes hi vapores, et in altum propulsi, aeri incidentes tenuissimo, necessario guttatim praecipitantur, et rimas fissurasque terrae subeuntes, in cavitates montium delabuntur, ibique in progressu receptaculis tandem incidunt saxeis aut argillaceis; quibus impletis, quidquid

Hinc altitudo descensus hujus aquae ex monte est veluti cujusdam tubi brachium; altitudo jactus est veluti alterum ejusdem tubi brachium, quod cum illo per terrestrem alveum communicat. Patet autem 1.° naturales jactus multo artificialibus esse humiliores, ob innumeras irregularitates, quae non minus in montibus ipsis, quam in naturalibus alveis occurrunt: 2.° locum, a quo aqua derivanda est, altiorem eo esse debere, ad quem deducenda est; id quod *libella*, de qua n.° 308 locuti sumus, illico dignoscitur.

360. Jactus salientes nonnumquam obtinentur ope terebrationis in terrae visceribus plus minusve altius peractae donec talis aquae copia inveniatur, quae ad terrae superficiem vi propriae pressionis assurgere possit, et in jactibus artificialibus effluere. Multis abhinc annis id genus fontes Mutinae existunt, quapropter *Fontes Mutinenses* (*Pozzi Modanesi*) appellantur; dicuntur etiam *Fontes* vel *Putei Artesiani* (*pozzi artesiani*), eo quod in Gallia omnium primi in Provincia, quae dicitur *l'Artois*, excavati fuerunt. In Germania et Anglia sub finem saeculi proxime elapsi eorum invectus est usus; hodieque passim ubique excavantur. Legi meretur Tractatus a D. Garnier anno 1826 hac de re Parisiis editus, ex quo liquet puteos artesianos non ubique locorum excavari posse, sed accurate, antequam hoc opus laboriosum inchoetur, examini subjicienda esse tum loci elevationem, tum interioris terrae stratus naturam, tum innumeras alias circumstantias, ex quibus felix illius exitus pendet. In his vero, prout in fontibus naturalibus et artificialibus, aquae ad datam altitudinem elevatio, iisdem semper legibus moderatur, ac regitur.

361. Quas hactenus, de motu fluidorum tradidimus regulae, verae quidem sunt, sed posito lumine admodum parvo, quale vulgo putatur esse, si ratio ejus diametri ad diametrum vasis non superet $\frac{1}{20}$; nam posito lumine majori, fluidum nonnisi vi propriae gravitatis movetur, et pressio fluidi superincumbentis, ex qua partium effluentium celeritas originem ducit, vel parum, vel nullatenus agere potest; id quod praxim a theoria non leviter absonam reddit. Praeterea posita etiam hac ratione inter luminis et va-

supervenit, effunditur: haec autem aqua, quacumque exitus datur, ex montis latere erumpens, fontes efficit, quorum aliquot per convalles montium decurrentes, et in unum confluentes, rivos constituunt; ex pluribus autem rivis communi alveo collectis maxima flumina componuntur. Ad hanc fontium caussam redigitur etiam pluribus in locis pluvia frequenter decidens, et nives quae in altissimis montibus longo temporis intervallo jacentes lente ac sensim solvuntur, et per terrae rimas penetrantes ad fontium receptacula perveniunt; id quod etiam clare ex eo patet, quod prout pluvia ac nives abundant aut deficiunt, ita fontes et flumina turgent vel detumescunt; sicut etiam in locis, in quibus rarus est imber, paucissimi sunt fontes ac flumina; in iis autem, in quibus saepe pluit aut ningit, fontes et flumina magis abundant. Sed de his Geologi potius occupantur.

sis diametros, jactus, qui reipsa obtinetur, quique *effectivus* dicitur (*la portata effettiva*), semper jactu *theoretico* (*della portata teorica*) minor erit. Id a multis, variisque procedit caussis, quae in fluidi egredientis motu quamdam irregularitatem inducunt: particulae enim fluidi prope foraminis superficiem effluentes, ab hac superficie atteruntur et retardantur; illae vero, quae medio foramini respondent, ejusmodi affrictum minime patiuntur; quare celerius particulis lateralibus moventur: attamen quia et ipsae ob vim cohaesionis lateralibus adhaerent, idcirco easdem lentius fluentes secum abripiendo, ipsae etiam aliquantulum retardantur. Accedit quod non sola columna lumini superincumbens conetur ex hoc evadere; verum etiam partes fluidi laterales obliquis motibus catervatim versus lumen deferuntur, dum interim mediae columnae partes verticaliter ruunt. Hoc clare perspicitur in vase vitreo aqua repleto, in quod particulae cerae hispanicae fuerint injectae; ibi enim particulae aquis innatantes ita cum aqua moveri observantur, ut quae luminis centro imminent, per lineam verticalem descendunt; aliae vero omnes hinc inde positae motu fere verticali primum ruant; ubi vero ad fundum accesserint, cursum suum versus lumen inflectere, et per lineas curvas motu vorticoso deferri videntur, infundibuli figuram assumendo, ut in Fig. 137. Inde fit ut aquae columna lumini insistens ubi ab ipsius luminis angustiis egreditur, ab obliquis lateralium particularum directionibus undique repercussa, paullo exilior fiat intra foramen; illius vero partes, quae ad latera existunt, oblique egredientes, ac seipsis invicem opponentes, aliquantulum in ipso egressu discerpantur atque distrahantur, donec tandem vena fluida iterum in aliqua a lumine distantia (quae hujus luminis radium non excedit), ita contrahatur ut ejus diameter, sit ad luminis diametrum ut 5: 8. Hoc phaenomenon *venae fluidae contractio* dici solet. Jure merito igitur statuunt Physici, tum demum aquae *effectivam* quantitatem haberi, ubi $\frac{5}{8}$ quantitatis *theoreticae* partes sumantur. Plura vide in Pouillet *L. I. Cap.* 8. *n.* 92 *sequ.*

362. Huic venae fluidae contractioni occurritur lumina tubis instruendo, quae aquae egredientis quantitatem plus minusve augent pro diversa ipsorum forma, situ, vel longitudine. Ex observationibus enim Mariotti, aliorumque deducitur, aquam celerius e vase fluere, et minus contrahi ubi lumen exterius aliquo tubo armetur, cujus longitudo ad ejus diametrum sit ut 8: 5. Et re quidem vera, in hoc casu egrediens fluidum directionem cavitatis ejusdem tubi sequi adigitur, quasi devinctum incedit, quin valde a lateralibus particulis percutiatur, atque ad axem motus reflectatur; quocirca nec ejus motus valde deturbatur, et vas citius depletur, seu

major aquae quantitas ope tubi adjecti e lumine excurrit. Tubi cylindrici aquae quantitatem subministrant pro quantitatis theoreticae partibus 0,8 ; tubi conici leviter convergentes, et venae fluidae contractionem interius imitantes, aquae majorem quantitatem subministrant, ita ut si pro angulo graduum 12 convergant, quantitas aquae affluentis erit 0,95. Cujuscumque tandem formae sint tubi, maxima aquae quantitas ab iis obtinetur, qui coni truncati figuram exhibentes, cum basi minore ad receptaculum aptantur. Id et veteribus Romanis compertum fuit; quum enim aliquibus eorum facultas concessa fuisset e pubblicis aquarum receptaculis aquae rivulum in suos agros vel domos derivari, hi, ut aquae quantitatem sibi concessam plus justo augerent, lumina tubis ita efformatis armabant; qui abusus ita irrepsit, ut legibus coerceri necesse fuerit, ut refert Sext. Julius Frontinus in *Commentario de Aquaeductibus Urbis Romae*, quem librum Vespasiani tempore elucubravit.

363. Quidquid de liquidorum per foramina egredientium motu diximus, etiam ad fluida elastica extendi potest: haec enim, ut liquida, egredi possunt per foramina in vasis parietibus aperta, vel per tubos eisdem adjecta; eorumque egressio vel a pressione constanti, vel a pressione variabili pendere potest. Instrumenta, quorum ope fluida elastica sub constanti pressione ab ipsorum receptaculis egrediuntur, *Gassometra* vocantur. Principia generalia, quibus nititur eorum constructio inferius apponemus. Daniel Bernoullius, omnesque Physici posteriores statuerunt Torricellii theorema (349) etiam ad fluida elastica extendi posse; D.s autem Navier post Schmidt anno 1830 novum invexit theorema, quo illam legem ad omnes casus extendi debere demonstravit. Apud omnes itaque hodie certum exploratumque est, 1.° fluida elastica per parva foramina egredi, caeteris paribus, eadem lege, qua liquida egrediuntur; 2.° quantitates fluidorum eodem tempore erumpentes sunt in ratione composita directa tum celeritatum tum foraminum; 3.° foramina esse ut radices quadratas altitudinis columnae aereae, cujus densitas sit in tota sua extensione uniformis, cujusque pondus adaequet differentiam tensionis fluidi aeriformis in vase inclusi, et aeris exterius prementis, 4.° denique quantitatem celeritatis absolutam pendere a foraminis genere et figura. Hic tamen etiam fluidi egredientis quantitas *effectiva* ejusdem quantitate *theoretica* minor est; id quod innuit etiam in fluidis elasticis, ut in liquidis, venam fluidam contrahi; quemadmodum etiam hic hujus contractionis effectus valde imminuitur, si *gassometris* tubi cylindrici, vel conici datae longitudinis addantur. Plura videas in Peclet, *Traité de Physique T. 1. n.* 354.

ARTICULUS SECUNDUS

DE MOTU FLUIDORUM PER CANALES ET FLUMINUM ALVEOS.

364. Instrumenta, per quae fluida ex uno in alium locum deducuntur, sunt *tubi* vel *canales*, quorum haec est differentia, quod tubi sunt ex omni parte, exceptis extremitatibus, clausi; canales vero, vel superne sunt aperti, vel superior eorum facies a fundo, per quem aqua decurrit, aliquantulum distet. Necessaria conditio, ut fluidum ex loco in locum deducatur est ut hic posterior locus sit priori depressior; in plano enim horizontali fluidum ad libellam sese componit, et quiescit. Omne igitur fluidum, quod in tubo, aut canali movetur, per planum inclinatum moveri debet; adeoque omnibus subjicitur Legibus, quas supra de motu gravium per plana inclinata assignavimus (216 seq.). Quocirca ubi aquae ex uno in alium locum deducendae sint, in id primum incumbere debemus, ut ope Libellae investigetur an posterior hic locus priori sit inferior; quo ita existente, aquae quam commodissime e superiore in inferiorem situm deduci poterunt.

365. His positis, quanam velocitate fluida per longos tubos, vel canales ducta ex his effluunt? Experimentis constat e duobus tubis, quorum longitudines fuerint ut 16 : 4, sed aeque inclinatis, ejusdemque diametri, scilicet sex linearum, tempore 30″ minutorum, aquam ita effluxisse, ut quantitas a tubo minoris longitudinis egressa unciarum 321 fuerit; quantitas vero emissa a longiore tubo fuerit circiter unciarum $161\frac{1}{2}$. Atqui $321 : 161\frac{1}{2} = 4 : 2$, qui duo ultimi numeri sunt radices quadratae numerorum 16 et 4, nempe longitudinis singulorum tuborum: *celeritates igitur, quibus liquida per longos tubos, vel canales effluunt, sunt in ratione inversa duplicata longitudinum ipsorum tuborum, vel canalium.* Haec tamen Lex, quum in praxim deducitur, multis subjicitur exceptionibus, ita ut dato tempore minor liquidi quantitas effluat, quam ea, quae ex instituta computatione egredi deberet. Fluida enim in his tubis decurrentia jugiter atteruntur ab ipsorum parietibus, eoque magis, quo hi sunt asperiores, adeoque in motu suo retardantur; eaque retardatio plurimum augetur, si tubi vel canales multis anfractibus sint inflexi; in harum enim inflexionum angulis particulae fluidi impactae resiliunt, et insequentes retardant. Desaugulerius observavit per canalem 1000 ulnas longum aquae copiam transfluxisse $\frac{11}{12}$ minorem, quam calculus secundum Mariotti regulas exhibet.

366. Celeritas fluidi decurrentis per canalem cylindricum, cujus nempe dimensio in tota sua longitudine non varietur, nulli mutationi est obnoxia, semperque eadem servatur. Non ita tamen evenit ubi canalis parietes fuerint convergentes, vel divergentes. Si enim concipiatur aquae quantitatem D E F C per canalem conicum A B C D delatam (Fig. 138) vi aequabilis potentiae urgeri ab apice D C ad basim A B, ubi haec antea spatium D E F C occupabat, in spatium A B H G postea transibit; quumque eadem semper sit aquae quantitas, erit D E F C = A B H G; et dempta quantitate E F H G utrisque communi, erit A B F E = C D G H. Atqui aequalium solidorum bases sunt inverse ut altitudines; erit ergo A B : G H = L K : I M. Quum autem I K canalis axem exhibeat; ejus partes LK, et I M diversas liquidi celeritates in dato tempore exprimunt; AB autem, et G H sunt ejusdem canalis sectiones; statuere igitur pro certo possumus, *celeritatem liquidi per canalem conicum decurrentis inversam sectionum angustiorum, vel ampliorum rationem sequi*. Patet itaque, fluidum ab apice D C ad basim A B delatum, celerius circa apicem, segnius vero circa basim moveri, et viceversa; ita ut ab apice ad basim motu jugiter *retardato*, a basi ad apicem motu jugiter *accelerato* deferatur, quamvis in hoc posteriore casu fluidum in parietes A D et B C impingens, haud levem remoram patiatur (1).

367. Quidquid de fluidorum motu per tubos, vel canales diximus, de *Fluviis* quoque intelligendum est. *Flumen* enim nihil aliud est, nisi aqua in canali vi propriae gravitatis mota, quae per fundum ad horizontem inclinatum effluit. *Alveus fluminis* est ille ipse canalis semiapertus, seu cavitas in telluris superficie facta, intra

(1) Hujus theorematis veritas praecipue elucescit in sanguinis circulatione, ubi sanguis a *corde*, quod ejus receptaculum est, per *arterias* ad corporis extrema delatus, per conica vasa a basi ad apicem fluit; ab extremis vero corporis partibus per *venas* ad cor refluens, in vasis conicis ab apice ad basim movetur. Hinc perspicitur, in primo casu potentiam cordis impellentem validissimam esse oportere, ut sanguinis columnam movere valeat ejusdem altitudinis et basis ac *arteriae aortae* altitudo et basis; in altero autem casu potentia impellens vel minima sanguini urgendo sufficit, qui ob laterum divergentiam, nullis irretitus impedimentis, sed naturali sua mobilitate diffluens, per *venam cavam* ad cor regrediet; unde novis secretionibus in pulmonibus purior redditus iterum in sinistrum ventriculum transit; ex hoc vero per arteriam aortam denuo ad extremas corporis partes emittitur; isque sanguinis continuus affluxus et refluxus, *sanguinis circulatio* appellatur. Potentiae huic sanguinem in corpore animali per arterias impellenti tantam vim dedit J. A. Borelli, ut eam 180000 librarum ponderi aequalem fecerit. Hallesius aliis principiis in suis supputationibus nisus, vim cordis nonnisi libris 51 aequalem existimavit; Bernoullius ad libras 28, Jurinus ad libras 15 circiter illam redegit; Keillius demum, aortam in vivo animali secando, impetumque, quo sanguinem emittebat, dimetiendo, 5, vel 8 unciis aequalem esse dixit. At quidquid videatur de tam discrepantibus doctissimorum hominum sententiis, illud est certissimum, vim cordis esse ingentem; continuo enim vasa omnia implet, et quidem tanto cum impetu, ut ad altitudinem aliquot pedum ab arteriis minoribus apertis projiciatur, et vasorum tunicae quandoque extimulentur, lacerentur, ac etiam disrumpantur.

quam aquae decurrunt, fundo inclinato instructa, et utrimque *ripis* munita. Flumen in *statu permanente esse* dicitur, ubi aquarum superficies infra alveum nec attollitur, nec deprimitur, seu ut dicunt, ubi non *intumescit*, neque *detumescit*. *Sectio fluminis* est planum, quod ab una ad aliam ripam perpendiculariter ad aquarum superficiem ducitur, ac eas usque ad fundum secare concipitur. Flumina denique sunt vel *libera*, vel *impedita:* prioris generis sunt illa, quae in suo cursu obstacula non offendunt ipsorum motum retardantia; posterioris vero generis sunt illa, quorum decursus magnopere impeditur vel ab alvei scabritie, vel a riparum sinuositate, vel ab innumeris aliis caussis. Quamvis autem nullum sit flumen, in quo non adsint innumerae irregularitates, quae certis ac statutis hydraulicae legibus se subtrahunt, adeoque *fluminis liberi* appellatio merum Hydraulicorum commentum videri possit prorsus rejiciendum; quia tamen abstracta fluminum consideratio hoc modo instituta plurimum eos juvat in suis hydraulicis extructionibus, quas felix successus semper subsequitur; hanc distinctionem esse retinendam ipsa ratio suadet.

368. De cursu et motu aquarum per fluminum alveos haec occurrunt scitu digna. 1. Si *flumen fuerit in statu permanente, tunc eodem tempore per omnes ejus sectiones, utut inaequales, eadem aquae quantitas effluere debet.* Si enim in quacumque fluminis parte eodem tempore eadem aquae quantitas non affluat, quae inde defluit; illa pars detumescet, nec proinde status permanens in flumine locum habebit; id quod est contra hypothesim. Hinc si sectio fluminis inferior, ex. gr. sectione superiore sit angustior, ejus celeritas augebitur, quia celeritates sunt in inversa amplitudinum, seu sectionum ratione (366). 2. *Celeritas aquae per alveum in data sectione effluentis, non est eadem ubique, sed major est in fundo, quam in locis intermediis; major in istis, quam in superficie.* Singulae enim sectiones, ait Guglielminius, (1) tamquam vasa variis foraminibus ad diversas altitudines pertusa spectari debent, ex quibus aqua diversis celeritatibus, quae sunt ut altitudinum radices quadratae, effluit. Quum itaque partes fundo propiores majorem habeant altitudinem, quam partes prope superficiem existentes, manifestum est, illas celerius, quam has, moveri. Haec tamen Guglielminii ratio aliis Physicis non arridet, eamque in errorem inducere ajunt, eo quod liquidorum egressus per vasis lumina tam in aere, quam in vacuo, ubi resistentia est paene nullius momenti, longe discrepat a motu eorumdem per fluminis alveum, ubi resistentiae permultae occurrunt, ob riparum et fundi irregularitates, quae efficiunt ut aquae motus etiam in fun-

(1) De aquarum fluentium mensura lib. 1. prop. 6.

do minuatur, ejusque celeritas maxima non in ipso fundo habeatur, sed in puncto sectionis medio, quod italice *filone* appellatur. Id clare oculis perspicitur in quolibet flumine paullulum intumescente; ibi enim sensibiliter mediae fluminis partes celerius, partes vero laterales segnius moventur: eaque celeritatis differentia inter medias et extremas aquae partes in ejus superficie quamdam convexitatem inducit.

369. Caeterum quum aquarum in flumine decurrentium celeritas, ob innumeras, quas patiuntur resistentias, haberi ex principiis theoreticis nequeat, ad experientiam confugiendum est. Plurima quidem ab Hydraulicis excogitata sunt instrumenta ad fluminum celeritatem definiendam, quorum descriptio legi potest in Tomo 2°. *Hydrodynamicae D. Bossut;* omnibus tamen reliquis praefertur *Sipho hydrometricus* a D. Pitot inventus, qui in tubo A B C ad angulum rectum flexo consistit (Fig. 139). Ut fluminis velocitas exploretur, hic tubus prius normaliter in aqua ita infigitur, ut partis flexae B C dorsum B currentis aquae directioni objiciatur: tunc enim aqua in eum intromittitur quidem, ob principium aequalitatis pressionis quaquaversum directae, sed ultra fluminis libellam non assurgit. Notatur altitudo *ab* ex. gr.; deinde extrahitur, ut priore aqua evacuetur. Postea rursum in flumen immergitur, ita tamen ut partis flexae foramen C aquae currentis directioni objiciatur; in posteriore hoc casu observatur aqua supra libellam, scilicet in *c d* ex. gr. ascendere; notatur etiam haec altitudo *c d*. Idem repetitur in variis fluminis altitudinibus, et pro qualibet immersione notatur ascensionis differentia. Variae porro altitudines sic designatae in unam summam colliguntur, eaque per numerum definitarum altitudinum dividitur; quotus dabit *mediam fluminis velocitatem.* Ubi enim siphonis apertura aquae currentis directioni objicitur, haec supra libellam *a b* ascendit ob ictus, quos a fluminis cursu recipit; consistit vero in altitudine *c d*, quia columna *a b c d* est ejusmodi, ut pressione sua obluctetur vi, qua aqua sursum impellitur, atque ita constituatur aequilibrium: hujusmodi autem aequilibrium ut habeatur, fluminis celeritas tanta esse debet, quanta esset celeritas columnae aqueae *abcd* si per lumen C efflueret. Cognita autem media fluminis velocitate, definiri etiam potest aquae quantitas, quam flumen dato tempore defert; si enim exquiratur alicujus datae sectionis quantitas, eaque per velocitatem mediam multiplicetur, productum dabit quaesitam aquae quantitatem, dummodo flumen fuerit in statu permanente.

370. Aquae, prout major vel minor est earum quantitas, plus minusve in ripas et alveum impingunt. Ubi alvei vel riparum tenacitas, quum flumen intumescit, aquarum impactioni aeque resistit, flumen *vim exactam* (*forza esatta*) habere dicitur: ubi flumi-

nis impetus alvei vel riparum resistentiam superat, *vim majorem*; in casu contrario, *vim minorem* habet. Major fluminis vis alveum ripasque corrodit; ubi ejus vis fuerit minor, identidem arenam, lapillos, glaream, saxa, aliaque id genus delata huc illucque deponit. *Vis exacta* dumtaxat nullam in alveo irregularitatem induceret; quum autem haec aut raro, aut numquam habeatur, hinc est quod flumina aliquibus in locis alveum ripasque corrodant, in aliis vero objecta superius dicta deponant; inde vero sequitur, eorum alveum semper abnormem existere, ripas flexas ac sinuosas esse, in fundo autem gurgites et prominentias observari; quae omnia proinde affrictum augent, aquarumque celeritatem plurimum imminuunt.

371. Intelligitur itaque cur fluminum inundatio quin eveniat ubi torrentes in eos confluunt, potius locum habeat ubi aquae copia, quae cum impetu vehementi ruebat, deesse incipit: tunc enim fluminis cursus his resistentiis obnoxius retardatur, ejus celeritas valde imminuitur; intumescit; glaream, terram, aliasque res, quas secum abripiebat, deponit; sicque aucto ejus fundo, aquae redundantes ultra ripas excurrunt, camposque praeterfluunt. Patet etiam, cur torrentes, qui per loca declivia celerius decurrunt, ubi in flumen influunt, suam imminuant celeritatem, quamvis aquarum copia tunc augeatur; torrentes namque, ubi e montium altitudinibus praecipites ruunt, glareas et saxa secum vehunt; haec autem in fluminis alveo, ob imminutam declivitatem, firmiter consistentia, aquarum celeritati fortiter obsistunt: inde inundatio. Sed haec hactenus. Qui autem de fluminum origine et cursu uberiorem cupiunt notitiam, adeant Guglielminium *Della natura dei fiumi*, Zendriui, *Delle acque correnti*, D. Bossut *l'Hydrodynamique*, Prony la *Mechanique hydraulique*, vel denique opus nuperrimum et absolutissimum Rmi P. Michaelis Bertini sic inscriptum: *Trattato teorico-pratico dei Fiumi.*

ARTICULUS TERTIUS

DE MACHINIS HYDRAULICIS.

372. Quoties aquae in locum aliquem derivandae sunt, qui fonti sit inferior, quamvis ab eo valde remotus, aquaeductus, seu tubi continui apte dispositi adhibentur: quamvis enim inter fontem et locum, ubi aqua deducenda est, vallis existeret, illa ad designatum locum, non posset non assurgere ob suae pressionis vim (309). Quod si ex humiliori loco in elatiorem deducendae sint aquae, tunc ad Machinas hydraulicas recurrendum est. Earum numerus est propemodum infinitus, et diversimode construuntur: nos praeci-

puas indicabimus, ut theoriae superius constabilitae aliqua applicatio perspici possit. In iis aquae elevatio vel simpliciter fieri potest, vel ab aeris pressione et elaterio originem ducit. Prioris generis sunt *Archimedis cochlea*, *situlae catenis adnexae*, *Rosarium*, *Machina funicularis D. de Vera*, aliaeque innumerae; posterioris vero sunt *Sipho*, *fons Tantali*, *Fons compressionis*, *Fons Heronis*, *Antliae aspirantes*, *Antliae prementes* etc. In Machinarum hydraulicarum censum praeterea veniunt et illae, in quibus aqua ut *vis mechanica* adhibetur ad movendum rotas, axes, vectes, et id genus alia. De singulis hic breviter loquendum.

373. *Cochlea Archimedis* (Fig. 140.) sic dicta, quia Archimedes, referente Diodoro Siculo (1), in Aegypto commorans, docuit Aegyptios modum agros ope hujus cochleae a se inventae irrigandi, est cylindrus A B, cui tubus plumbeus in forma helicis aut cochleae circumvolvitur. Hic cylindrus ita instructus, si aquis ex parte sua inferiori mergatur directione ad horizontem inclinata quae angulum 45 graduum non excedat; ac deinde ope manubrii in D existentis ita circumagatur, ut helicis inferioris orificium contra aquam volvatur, aquam continuo hauriet, ac orificio helicis superiori effundet. Ut haec machina tuto suam actionem edere possit, requiritur ut angulus suae declinationis a linea verticali angulum quem helica cum cylindri basi efficit excedat; ut nempe ille capiat plus quam gradus 45. Possunt etiam plures tubi circa cylindrum circumvolvi, quo majoris aquae copia exigua vi attollatur; unde ad integros lacus exhauriendos eadem commode uti possumus. Quamvis tamen ad multam altitudinem aqua ope hujus Machinae assurgere nequeat; si earum plures nihilominus ita adhibeantur, ut quae ab una cochlea effunditur aqua, ab altera hauriatur, etiam pro aquis in eminentioribus locis deducendis inservire poterit.

374. *Situlae rotis* vel *catenis* adnexae, a rota circum quam affixae sunt, circumcirca volvuntur; hac ex una parte aquam hauriunt, et superius emittunt, ex altera vero inversae et vacuae descendunt. *Rosarium* parum ab hac differt; in hac enim Machina, ope motus rotarum globi coriacei per tubum cilyndricum producti, aquas attollunt. Denique *Machina funicularis* D. de Vera, sic dicta fuit ab ejus inventore; qui Parisiis anno 1780 aquam e puteo hauriens, quum observasset partem funis madefactam aquae notabilem quantitatem evehere, illico de velociter circumagendo fune circa duas trochleas fixas cogitavit, quarum una in aquis mergeretur, altera in loco ad quem aqua elevanda esset, constitueretur. Nec exitus spem delusit: nam magnam aquae copiam ejus subsidio in locum editum attulit. Ne autem aqua, quam funis emittit ubi per tro

(1) Histor. Lib. I.° Cap. 3, et Lib. 5.° Cap. 9.°

chleam superiorem transit, disperderetur, hanc trochleam in capsula inclusit, cui tubus adnectitur, per quem aqua ad locum destinatum emittitur. Motus autem funis ad effectum producendum necessarius a motu unius trochleae superioris immediate pendet. Sed haec, aliaeque omnes facilius ex intuitu, quam ex descriptione addiscuntur.

375. Machinarum hydraulicarum, quarum effectus ab aeris pressione pendent, praecipua et simplicior est *Sipho* (Fig. 141.). Hic nihil aliud est, nisi tubus inflexus brachia habens inaequalia, qui adhibetur ut vinum, aliique liquores ex cado in cadum levi labore, et absque evaporatione transfundantur. Si ex longiori brachio C A aer exsugatur, liquor ex vase per alterum brevius in eo immersum ascendet, et per lumen C effluet, donec aliud lumen D sub liquore lateat. Hujus autem phaenomeni haec est ratio. Quum aerem ex longiore brachio exsugimus, in tubo aer fit rarior, ejusque elaterium imminuitur, dum interim tota liquoris superficies aeris superincumbentis pressionem sustinet. Ob imminutum elaterium, in orificio D nulla occurrit pressio: liquor igitur validius pressus ab atmosphaerica columna impellitur in tubum D A, et deinde per A C descendere cogitur. Neque transfluxus cessabit, quamdiu lumen D sub aqua consistet; quum enim duae aereae columnae *m n*, *o p*, quae suis actionibus aequales aquae columnas *m*A, DA versus A aequaliter urgent, sint aequales; excessus tamen aereae columnae *m* C pressione sua aequivalere nequit ponderi aqueae columnae *m* C, quae propterea sua gravitate vincit longioris aereae columnae excessum, ac effluere non cessabit (1). Advertas tamen, siphonis altitudinem a superficie stagnantis liquidi, cui immergitur, esse sumendam; si autem ejus crura fuerint inclinata, nonnisi altitudinis perpendicularis habendam esse rationem.

376. *Fons Tantali* non est, nisi ingeniosa qnaedam siphonis applicatio. Si enim cyathus habeatur, cujus pes perforetur in *g* (Fig. 142.), ac foramini aptetur tubus curvus *e a g*, et deinde infundatur vinum, aliusve liquor; quum hic ad libellam sese componere debeat, influet in tubum *a g* antequam in *a* pervenerit. Ubi autem cyathus repletur usque ad *a*, tunc aucta pressione, liquor in brevius brachium *c e* immittitur, per longius *a g* effluit, et vas depletur. *Fontis* autem *Tantali* nomen accepit, eo quod ejusmodi vasa ita sint efformata, ut aqua in iis contenta ubi ad datam altitudinem

(1) Ex veteribus permulti, ex recentioribus perpauci dubitarunt an aquae transfluxus per siphonem ex aeris pressione sit derivandus; sed perperam omnino. Nam quis non videt omnem impediri transfluxum 1.° ubi sipho in recipiente includatur, ex quo omnis aer eductus fuit; 2.° ubi vas in quo brachium brevius immergitur, superne ita claudatur, ut nullum aeri aditum permittat? Praeterea cur omnis cessat transfluxus ubi altitudo brevioris brachii minor non fuerit pedibus 32? Quia nempe atmosphaerica columna in aequilibrio perstat cum aquea columna 32 pedibus alta.

prope labia cujusdam simulacri Tantalum indicantis ascendit, continuo tota subripitur, ac disparet (1). Fig. 143 A B C D scyphum repraesentat, in cujus media parte est diaphragma FF' foramine in K instructus; huic diaphragmati tubus utrimque apertus aptatur, ejusque pars in superiore vasis parte existens tegitur ampliore tubo HGK, qui ita parari potest, ut curvi simulacri veluti vestem exhibeat. Amplior hic tubus diaphragmati F F' innititur, ipsumque accurate tangit, praeterquam in K, ubi exiguum est foramen, per quod aqua intra ipsius tubi cavitatem immitti potest. In inferioris cavitatis latere est foraminulum Q ex quo aer ibi contentus ad aquae ingressum expelli potest. Hinc patet, quod ubi aqua in superiorem scyphi partem immersa, et per foramen K in tubum H G K admissa, supra foramen G demum ascendit, necesse est ut in inferiorem scyphi partem F B C F' ope tubi G M tota ruat, et nequidem minima ejus pars in superiore cavitate remaneat; tubus enim G M est veluti siphonis longius brachium, tubus vero H G K brachium brevius; adeoque omnis aqua ex superiore in inferiorem vasis cavitatem transfluere debet, et a Tantali jugiter sitientis labiis aufugere. Idem phaenomenum toties continget, quoties nova refundatur aqua: non immerito igitur nomen istud accepit.

377. *Fons compressionis* est lagenula cuprea vel vitrea A B C (Fig. 144), cui aptatur tubus A C ad fundum pene vasis productus, et epistomio B instructus. Aperto epistomio, per tubum aqua in vas intromittitur donec ad altitudinem *m n*, ex. gr. ascendat; deinde, clauso epistomio, exire prohibetur. Ope machinae compressionis aer in eo residuus magis, magisque comprimitur, ac deinde epistomium rursus aperitur: aer compressus, tantarum angustiarum impatiens, furit in vasis parietes, et in aquam sibi subjectam; quumque parietes ejus actioni resistant, omnem vim suam in subjectam aquae superficiem exerit; hinc aqua magno impetu in altum exilit, jactumque plus minusve longum, pro majore vel minore aeris compressione efficit. Si aquae loco spiritus vini in vase infundatur, ac deinde ubi foras prosilit, ei fax accensa admoveatur, tunc splendidus flammae ceruleae jactus oculos recreabit.

378. *Fons Heronis* (Fig. 145) tribus constat recipientibus, nempe vase superiore A B, medio C, et inferiore D, ac tribus tubis E, F, G, quorum primus a fundo vasis superioris pene ad vasis inferioris fundum se extendit, alter ab hujus vasis suprema parte usque ad partem supremam vasis medii exporrigitur; tertius denique ab hujus vasis fundo (cum quo communicat) incipit, et in parte su-

(1) Notissima est apud Poetas Tantali fabula, de quo ita cecinit Horatius:
« *Tantalus a labris sitiens fugientia captat*
« *Flumina*.....
Satyra 1. v. 68.

prema vasis superioris paulusum attollitur. Si in vase C aqua contineatur ad altitudinem $m\ n$ usque, haec ob aequalem pressionem aeris tum interioris, tum externi, qui per tubum G intromittitur, ad libellam consistet et in vase et in tubo G: at immissa aqua per tubum E in vase inferiore D, aer in eo contentus comprimetur, et per tubum F in vas superius C sibi viam aperiet; hinc auctum elaterium aeris, qui in hoc vase jam erat inclusus, in subjectam aquae superficiem premet, ut in Fonte compressionis, et aqua per tubum G in altum exiliet. Si media vasis capacitas vino repleatur usque in $m\ n$, jucundo sane spectaculo tantumdem vini exprimetur, quantum aquae immittetur per tubum E, ita ut vinum ex aqua gigni videatur.

379. *Antliae* omnes ad aquam altius attollendam inserviunt, et triplicis sunt generis, *aspirantes* nempe, *prementes*, et *aspirantes simul ac prementes*, quae idcirco etiam *compositae* vocantur. *Antlia aspirans* est cylindrus ligneus, vel cupreus A B (Fig. 146), cujus internae cavitati probe levigatae ita committitur embolus, ut facile attolli et deprimi possit. In emboli centro adest orificium m, quod valvula superne clauditur. In inferiore parte antliae est angustior tubus C D longitudinis infra 32 pedes (319), cujus ima pars in aquam hauriendam immergitur, et pars superior valvula n clauditur, quae ab imo sursum est mobilis. Quum demittitur embolus, tunc ejus valvula aperitur, ut exitum praebeat aeri, qui intra ipsum, et antliae basim erat compressus: quum autem attollitur, inibi vacuum producitur, et aer in tubo C D contentus valvulam n aperit, ut locum $n\ m$ occupet. Ob imminutam aeris interni pressionem, aer externus, qui subjectam aquam premit, ipsam cogit ascendere per orificium D, in quo valde exigua occurrit pressio. Si ergo saepius iteretur aspiratio, aqua assurgere perget, et alteram valvulam in superiore emboli parte positam attollet, ultra quam progressa remeare non potest. Haec quippe valvula ingressum aquis permittit, et regressum negat. Sic aqua per superiorem tubi partem A in paratum receptaculum effluet.

380. *Antliam prementem* delineatam inspice in Fig. 147. Differt haec ab antlia aspirante in eo, quod in ejus embolo nullum adest orificium, et praeterea ad latus cylindri prope basim adnexus est tubus inflexus C D, qui *tubus ascensionis* vocatur, et in inferiore parte C instructus est valvula ex imo sursum mobili. Basis hujus antliae in aqua immergitur usque ad $m\ n$, scilicet usque dum ejus libella supra connexionem tubi cum antlia constituatur. Dum embolus ad tubi orificium B adducitur, clauditur valvula B, aperitur vero valvula C: quum embolus attollitur, contrarium evenit. Hinc aqua per basis aperturam in antliam illabitur, et spatium inter B et E interjectum occupat. Embolus itaque in tubum depressus cam-

dem aquam comprimet, et per valvulam C coget ascendere; haec enim permittit quidem ascensum aquae ex C in D, sed ipsius reditum in partem C intercludit. Itaque continua emboli depressione, nova semper aqua in tubum C D protruditur, quae aliam praeviam sursum impellit, donec tandem ad superiorem tubi partem D evehatur, et in paratum receptaculum effluat.

381. *Antlia aspirans* simul et *premens* a Fig. 140 exhibetur. Dum attollitur embolus B, aqua per tubum rectum F C ascendit in antliae capacitatem B C aere vacuam; dum autem embolus demittitur, aqua intromissa comprimitur, et valvula C sursum non deorsum mobilis, clauditur: hinc aqua cogitur assurgere in partem D G ex qua descendere nequit; obstat quippe valvula D, quae aditum aquae permittit, et reditum negat. Ubi iterantur aspiratio et pressio, ad partem usque superiorem G aqua necessario impellitur, et inde in receptaculum effluit. Si ad tantam altitudinem evehenda est aqua, ut illius pondus sustinere non valeant valvulae et tubus, tunc diversa per intervalla collocantur receptacula, in quibus aqua sursum ab antliis aspiratur et premitur. Manifestum est autem vim, quae ad aquam in omnibus hujusmodi antliis attollendum requiritur, aestimari a pondere aquei cylindri cujus basis emboli basim adaequet, et altitudo eadem sit ac altitudo columnae liquidae attollendae.

382. Ex praemissis notionibus omnes reliquae intelligi possunt Machinae hydraulicae, quotquot earum diversae speciei apud Scriptores Tecnologicos occurrunt, uti sunt *Torcular hydraulicus* a Brahmah anno 1796, et *Aries hydraulicus* anno 1792 a Montgolfiere inventi; variae *clepsydrae* et *horologia hydraulica*, de quibus loquitur Vitruvius *Architect. L. X°.*; *Tympana* vel *sphaerae*, aquis repleta, desceusu suo horas indicantia; *Organa hydraulica*, in quibus aqua lapsu suo ventum producit; *folles*, qui aerem movent, eumque veluti jugem torrentem vel ad combustionem excitandam et fovendam, vel ad organa inflanda dirigunt; et his similia, de quibus omnibus consuli potest inter antiquiores *Dechales in Mundo Mathematico*, *Tom.* 3°.; inter recentiores vero tum saepius laudata *Bossutii Hydrodynamica*, tum supra dictum *Dictionarium Tecnologicum Universale.*

383. Ex iisdem etiam principiis intelligitur *Gassometri* constructio. Gassometrum nihil aliud est, nisi quoddam receptaculum, in quo accumulatur data fluidi aeriformis quantitas, unde sub constanti quadam pressione ad varios usus effluere potest (1). Diversi-

(1) Quum enim fluidi aeriformis productio ita lento fiat, ut consumptio productionem excedat; manifestum est illud in grandi aliquo receptaculo accumulari debere, unde ad varios usus sine interruptione effluere possit.

mode hoc receptaculum construi solet: praecipue tamen consistit in quodam cylindro cavo ABCD(Fig.4.ª Tab.V) ex firmis laminis metallicis, undique clauso, in cujus utraque basi insunt foramina B, C, N, D. Foraminibus B, et C adferruminantur tubi *Bb, Cc*, qui ope epistomii identidem claudi, et aperiri possunt: foramini E aptatur tubus verticalis F E H, cujus inferior pars H exporrigitur fere prope fundum recipientis, et pars superior quae epistomio F instructa est, in infundibuli formam desinit. In foramine D adest manometrum (343.). Exterius vero in tota cylindri longitudine adest etiam fistula vitrea MN, quae per utramque suam extremitatem ei ita aptatur, ut cum ipsius interiore cavitate communicet. Ubi itaque vas istud aliquo gas implere cupias, clausis tantum tubis B et D, per infundibulum G tamdiu versabis aquam, donec totum receptaculum, et fistulam ei adnexam exacte impleat: perspicuum est aerem in eo prius contentum expelli debere per tubum C apertum. Rebus ita constitutis, tubus C cum tubo unde effluit gas probe connectitur; deinde clausis tubis F et D, aperitur tubus B. Aqua ob suam naturalem pressionem effluens per tubum B, efficit ut gas per tubum C ingrediens superiorem Gassometri partem occupet. Prout gassometrum aqua depletur, gas in illud intromittitur; ex aqua vero quae in fistula vitrea M N, aeque ac in receptaculo demittitur, quantitas gas introgressi dignoscitur; ejus namque libella indicat libellam aquae in gassometro existentis (307), adeoque partem superiorem ejusdem receptaculi, quae gas repleta est. Ubi tota receptaculi capacitas fluido aeriformi fuerit repleta, illud sub constanti pressione per tubum aliquod ad varios usus dirigere poteris. Ad id consequendum claudes epistomia in B, et C, aperies vero illa, quae in F, et D existunt. Per infundibulum G versabis aquam, quae fundum gassometri petens, sensim in illo attollitur, et in minus volumen gas in illo exsistens coercet, cujus tensio a manometro M indicatur. Tensio istaec aequalis erit ponderi aqueae columnae in fistula EH existentis; aquae autem columna in eadem jugiter altitudine servari potest, si per infundibulum jugiter aqua in receptaculum immittatur prout gas effluit per tubum C, cui adnectitur tubus alius, per quem ad locum designatum dirigi debet. Notandum, pro aqua adhiberi debere mercurium, si Gassometrum implere cupias aliquo fluido aeriformi, quod cum aqua adfinitatem habeat: tunc autem gassometrum ex illa construitur materia, quae *ghisa* vulgo appellatur.

Eadem ratione omnino construuntur *magni gassometri*, quibus in urbibus insignioribus utuntur ad diffundendum gas pro viis illuminandis sub constanti pressione. Duabus necessaris partibus essentialibus ab invicem distinctis constant; *cisterna* nempe, et *magno cylindro* intus cavo. Cisternae excavari solent vel sub terra, vel fiunt

ex ligno ferreis clathris probe constricto, vel ex laminis ferreis, quae circulis pariter ferreis ad doliorum formam sibi invicem apprimuntur: cylindrus fit item ex laminis metallicis, eique adnexi sunt tubi, per quos fluidum ibidem affluere, et inde ad *distributionis tubos* effluere possit. Ab eorum autem accurata descriptione hic abstinemus, tum quia numquam plane intelliguntur, nisi fuerint oculis subjecta fidelibus; tum quia in praecipuis Italiae Urbibus, ubi gas hydrogenii receptacula ad viarum illuminationem existunt, observari possunt.

Existunt etiam *parvi gassometri gestatorii* sic dicti, quia ex uno in alium locum ad domos illuminandas trasferri possunt; quique nihil aliud sunt, nisi vasa cylindrica ex crassis metalli laminis, in quibus ope antliae pneumaticae gas illuminans ea pressione densatur, quae pluribus atmosphaeris sit aequalis, et ita densatus in locis illuminandis transfertur, ubi, aperta clavicula in apposito tubo, gas effluit per foramen in illo existens.

384. In aliquibus denique Machinis aqua adhibetur ut potentia mechanica ad rotas et cylindros movendos. In his aqua vim suam exerit vel solo impactu, vel impactu simul et pondere. Ubi aqua solo impactu agit, rotae adhibentur, quae vel *verticaliter*, vel *horizontaliter* disponi possunt. Rotae verticales (Fig. 149), quae sunt usitatiores, palmulis ad circumferentiae superficiem in radiorum directione sunt instructae, in iisque aqua directe et perpendiculariter impingens, rotam movet. Hujus rotae celeritas proportionalis est aquae impingentis massae et celeritati. Experientia compertum est, rotam, cujus diameter sit 4 vel 5 pedum, 24 palmulis et non amplius instrui debere, ut maximus habeatur effectus. Ubi vero aqua per impactum simul et pondus agit, superficies rotae amplioris, vel amplioris cylindri circa suum axem volubilis instruitur capsulis, in quas aqua e loco elatiore illabitur (Fig. 150). Tum enim, statim ac rota ope prioris impactus aquae in primam capsulam sibi subjectam labentis movetur, moveri perget etiam ob ipsius aquae in capsulam contentae pondus: capsulae sequentes pari modo successive aqua replentur, dum interim praecedentes evacuantur, atque ita rotae motum uniformem ac continuum reddunt. Utrum priores posterioribus sint praeferendae, judicent Mechanici tum ab aquae quantitate, tum ab ejus celeritate, tum demum ab effectu, quem intendunt, et a pluribus aliis circumstantiis, quas omnes in numerato habeant oportet, ut suarum operationum exitum quam felicissimum sibi promittant.

385. Harum Machinarum vires facili negotio aestimari possunt, ubi earum axi adnectatur rotula quaedam, circum quam funis obvolvatur, in cujus extremitate pondus aliquod sit alligatum. Tunc enim duarum Machinarum hydraulicarum vires proportionales

erunt temporibus insumptis ad illud pondus ad datam altitudinem elevandum. Hic autem notandum occurrit, ex experimentis compertum esse cujuslibet rotae hydraulicae motum, ubi affabre fuerint efformatae, $\frac{3}{4}$ partes celeritatis aquae habere; ubi vero in iis construendis maxima non adhibeatur diligentia, moveri dumtaxat pro dimidia, vel etiam pro $\frac{1}{4}$ aquae currentis celeritate, ob multas, quibus obnoxiae sunt, resistentias. Sed hic gradum sistamus. Consulatur Bossut loco citato.

SECTIO IV

DE ACUSTICA.

386. Postquam ad examen revocavimus praecipuas Leges aequilibrii ac motus corporum tam solidorum, quam liquidorum ac fluidorum, Leges etiam exponendae sunt, quibus corpora elastica adficiuntur, quum ipsorum partes peculiarem illum motum concipiunt, unde *sonus* gignitur. In hac itaque Sectione, quam *Acusticam* a graeco verbo ἀκούω, *audio*, Physici appellant, leges expenduntur, secundum quas *Sonus* in corporibus producitur, et ad nostras aures usque transmittitur. Vocabulum *Sonus* promiscue adhibetur tum ad *sensationem* designandam, quae auditus organum afficit; tum ad *caussam physicam* exprimendam, quae hanc sensationem producit. Sonus secundum posteriorem significationem dumtaxat a Physicis contemplatur, qui illum triplici sub aspectu considerare solent, nempe 1.° in corpore, a quo producitur; 2.° in medio, per quod propagatur; 3.° in organo, quod percellit. Tres istas disquisitiones tribus in capitibus et nos absolvemus, quibus quartum adjiciemus, in quo de instrumentis pneumaticis, et de Vocis organo breviter verba faciemus.

CAPUT PRIMUM

DE SONO INSPECTO IN CORPORIBUS, A QUIBUS PRODUCITUR.

387. Jam diximus (26) nullum corpus in rerum natura existere, quod non aliquo elasticitatis gradu praeditum sit. Ex hac corporum proprietate fit, ut eorum partes vel ex *percussione*, vel ex *tensione*, vel ex *attritu*, vel denique ex *compressione* quosdam *oscillationis* motus concipere possunt, qui si brevi temporis intervallo expediantur, et in medio ad id opportuno, ad nostras aures perveniunt, ibique diversas excitant sensationes, pro diversa, qua corpora percussa, vel tensa, vel attrita, vel compressa, praedita sunt elasticitate. Ubi corpora fuerint satis elastica, hi motus quocumque ex his quatuor modis excitati, data celeritate per aliquod temporis intervallum conficiuntur, ut brevium pendulorum oscillationes aliquandiu perdurant, et Sonum producunt: ubi vero corpora sufficientem non habeant elasticitatem, vel necessaria vis et celeritas motibus iis impressis desit, vel plures motus inter se ita commisceantur, ut confusionem quamdam gignant, *rumor*, *strepitus*, vel *fragor* habetur. Si plumbi, vel cerae massam percutias, rumorem dumtaxat ex ictu

ortum senties; at si eadem vi chalybeam virgam libere suspensam, vel chordam modo convenienti tensam plectro atteras vel percuties, sonum elicies, cujus intensitas crescet pro majore elasticitatis gradu, quo corpus praeditum fuerit. Manifestum est igitur, *corpora eo magis esse sonora, quo magis elastica sunt.*

388. Duo autem diversi motus generantur in corpore sonoro statim ac percutitur, quorum primus appellari potest *motus totalis*; alter *motus intestinus,* seu *vibrationis.* Prior est ille, quo omnes corporis sonori partes, ubi illud percutiatur, simul ita moventur, ut ejus figuram mutent: at eodem temporis intervallo, quo haec figurae mutatio fit in corpore percusso, evenit, ut ejus minimae partes ob suam elasticitatem tremorem quemdam concipiant, seu rapidum vibrationis motum, vi cujus inter se invicem urgentur et colliduntur; hunc motum *intestinum,* seu *vibrationis* vocamus. Has duas motus species generari in corporibus sonoris ubi percutiantur, experiri quisque potest, annulum chalybeum *a b* libere suspendendo, in cujus contactu quatuor globuli C, D, E, F pariter suspensi ita constituantur, ut globulus F dumtaxat interius illum tangat, reliqui vero exterius, ut exhibet Fig. 5. *Tab.* V. Rebus ita constitutis, si globulum D ab annulo aliquantulum removeas, et deinde libere sibi illum permittas, ut annulum percutere possit, globulus F, ictu sequuto, interius versus centrum L impelletur; reliqui vero C, et E, versus *m*, et *n* exterius procedent; id quod evidenter innuit, annulum in percussionis actu suam circuli figuram A B in ellypseos *mn* mutasse. Idem etiam videre est globulum in campanae alicujus contactu suspendendo; statim enim ac illa pulsabitur, globulus tamquam pendulum oscillabit ob campanae motum sibi communicatum. Motum autem intestinum, seu vibrationis partium percipere pariter possumus manum ad campanam, seu ad quodvis aliud corpus sonorum, dum pulsatur, admovendo; tunc enim fremitum ac tremorem sentiemus, ex quo corporis minimae particulae agitantur.

389. Ex his duobus motibus, qui in corpore sonoro, percussione sequuta, locum habent, posterior nempe *motus partium intestinus*, necessario ad sonum producendum requiritur, non autem prior. Sumas, velim, aliquam forcipem, qua prehendendis carbonibus utimur; ejusque crura ita digitis comprimas, ut invicem se contingant; deinde sibi permittantur. Videbis quidem illa motum aliquem oscillationis inde concipere, at nullum sonum edere. Quod si forcipem solido aliquo corpore percutias, ejus partes motum illum vibrationis intestinum concipient, atque ideo sonum elicient; id quod evidenter probat, sonum nonnisi ab intestino partium cujusque corporis elastici motu suam originem ducere. Id etiam ex hoc manifestissime apparet, quod si alicui corpori sonoro, chordae ex. gr., vel campanae, dum pulsatur, manum, vel pannum admo-

veas, quae hasce intestinas partium vibrationes impediant, sonus vel minuitur, vel omnino cessat (1).

390. Si itaque ad sonum eliciendum necessario requiritur corpus elasticum, cujus partes quemdam intestinum, ac rapidum vibrationis motum concipiant (389); liquido patet, etiam fluida aeriformia, quae maximo elasticitatis gradu praedita sunt, has vibrationes concipere posse, adeoque sonum edere. Aer atmosphaericus inter omnia hac proprietate gaudet. Simplex ictus aliquantulum vehemens, cuiuscumque generis ille sit, virgae ex. gr., vel scuticae ictus, in aere vibrationes excitat; quamvis in hoc casu, ob earum irregularitatem, *rumorem* potius, quam sonum illae producant: tunc vero regulares sunt, et ad sonum gignendum sufficientes, quum vel in aliquo tubo aer sit clausus, vel angustam rimam pertranseat, ut videre est in omnibus musicis Instrumentis, quae vel vento, vel halitu inflantur, quaeque idcirco *pneumatica* dicuntur (2). Hos vibrationis motus in corporibus elasticis corpora tam solida, quam fluida excitare possunt: lamina chalybea ferreo malleo percussa sonum edit: chorda opportuno modo tensa et plectro concitata, pariter ob vibrationes in ea hac ratione excitatas, sonat.

391. Quum autem sonus sit intestinae, ac rapidae vibrationis effectus (389.); patet, harum vibrationum numerum dato tempore, earumque diversas species, etiam diversos sonos producere debere; *diversos scilicet sonos a majore, vel minore harum vibrationum numero pendere.* Si chorda aliquo leviori pondere tensa plectro pulsetur, lente oscillabit, et *rumorem* potius, quam sonum edet: si vero priori ponderi alia successive addantur, quae chordae tensionem augeant, adeoque efficiant ut hujus oscillationes sint magis rapidae, ita ut numerari nequeant, tunc sonum magis, magisque acutum gignent. Et quamvis ingens harum vibrationum numerus sensibus percipi nequeat, arithmetica supputatio sensuum defectui medetur, et hanc nobis ostendit rapiditatem, si tam chordae longitudinem ac pondus noverimus, quam pondus corporis, quod eam tendit. Ex innumeris experimentis compertum est, numerum vibrationum, quae unius secundi intervallo confici debent, ut sonus distincte percipiatur, nec 32 minorem, nec 16000 majorem esse debere (3). Prior sonus dicitur *gravis*, posterior *acutus*. Relatio

(1) Saepissime quoque id observamus hiberno tempore, quum nix supra campanam cecidit; tunc enim hujus sonus valde minuitur, quia has vibrationes contactu suo illa impedit.

(2) A πνευμα, τος, flatus, ventus.

(3) Ex lege, quam vibrationes longitudinales virgarum sequuntur, cum observationibus in chordis Tonometri excitatis (de quibus infra loquemur) collata, Physici eruerunt methodum determinandi numerum vibrationum absolutum, quae dato alicui tono respondent. Ad eumdem effectum plenius obtinendum, non multis abhinc annis D. Cagniard de la Tour quoddam ingeniosum Instrumentum excogitavit, cui

autem inter duos sonos in eo sita, ut ipsorum alter minorem, alter vero majorem vibrationum numerum intra idem temporis spatium perficiat, diversos *tonos* constituit. Tonus gravis incipit a minimo oscillationum sonum procreantium numero; acutus vero desinit in eam vibrationum celeritatem, quarum numerum mens humana dignoscere nequit.

392. Vibrationum differentia a duabus caussis oriri potest, nempe vel a diversa *vi*, qua corpus elasticum pulsatur, vel a corporis pulsati *natura*, *et circumstantiis diversis*. Est artis musicae officium de diversis modis, et viribus loqui, quibus corpora pulsantur, ut diversos sonos eliciant; ad Physicam autem attinet diversas circumstantias quae corpora sonora adficere possunt, ad examen revocare, ac praecipue eorum *elasticitatem*, *massam*, et *figuram*. Elasticitas in his corporibus vel a *tensione*, vel a *compressione*, vel a *rigiditate* pendet; prior corporibus flexibilibus competit, sive ex filis, sive ex membranis illa fuerint efformata; posterior fluidorum aeriformium propria est; tertia ad corpora solida, quorum partes ita inter se cohaerent, ut interiorem rigiditatem praeseferant, pertinet. De his pauca dicamus.

393. Corpora, quae tensione sunt elastica, et ex filis sunt efformata, *fides*, vel *chordae* vocantur. Vires, a quibus illae solent distendi, tamquam pondera ab iis pendentia aestimantur; adeo ut quoties duae chordae aequaliter, vel inaequaliter tensae dicuntur, toties veluti aequalia, vel inaequalia pondera ab iis pendere intel-

Sirenae nomen indidit, cujusque descriptionem, si volupe est, in Pouillet. L. 5. n. 333, vel in Matteucci *Lez. di Fis. Lez.* 29. legere poteris. Hujus Instrumenti ope sonus gignitur ab ictibus, quos producit aer pertransiens per foramina in superiore base cujusdam cylindri cuprei intus cavi existentia, et in discum impingens pariter eodem foraminum numero pertusum, qui eidem basi ita superimponitur, ut celeriter rotare possit. Axis hujus disci rotantis movet *Computatoris* indicem, quo exactissime aestimari potest horum ictuum numerus, quem dimidium numeri absoluti vibrationum esse reperitur. D. Savart, via sane simpliciori aliud concinnavit instrumentum, in quo rota dentibus instructa impingens in quamdam exilem, et immobilem laminam ex charta, sonum producit; id quod vibrationes modo directo sinit numerare. Hujus Instrumenti, aliorumque ejusdem speciei usus innuit, aurem hominis ita esse mirifice fabrefactam, ut sensibiliter audire, et discernere possit omnes sonos, quorum vibrationum numeri 1" intervallo contineantur inter 15, et 48000; nempe tonum graviorem, quem aures percipere possunt, vibrationes 15 in 1" edere, tonum vero acutiorem vibrationes 48000. Neque adhuc asserere possumus, inquit cl. Pouillet, auris sensibilitatem intra hos terminos absolute contineri; inter eos enim dari possunt et alii soni, qui si intensiores fuissent, certe auribus perciperentur. Eodem Instrumento idem Savart demonstravit tonum *la* in scala diatonica, ad quam Theatri Parisiensis cantores suas voces modulantur, 880 vibrationes in 1" conficere. Inde etiam compertum est, vocem hominis quum generaliter loquendo per duas *octavas* se extendat, scilicet a sol_2 ad sol_4, vibrationes conficere, quarum numeri a 190 incipientes ad 678 desinunt. Vox mulieris ascendit a re_3 ad do_5; quibus notis 594, et 2112 vibrationes respondent. Extensio tonorum, quos vox hominis, vel instrumentum quodcumque percurrere potest a tono graviore ad acutiorem vocatur *diapason*. Vide Pouillet n. 334-336.

ligi debet. Vibrationes fieri possunt vel secundum directionem, quae chordae longitudini sit *transversa*, adeoque dicuntur *transversales*; vel secundum chordae *longitudinem*, et *longitudinales* appellantur. Ut a prioribus incipiamus, sciendum est, chordam, vel filum metallicum exilissimum, dato pondere tensum, ubi a sua rectilinea directione removeatur, ac deinde sibi permittatur, ad suum pristinum quietis statum nonnisi post aliquot oscillationum numerum redire. Vis tensionis, quae chordam AB, ex. gr. (Fig. 6.ª Tab. V.) versus C sollicitat, motu accelerato versus suam priorem directionem redire illam cogit; at ubi in hunc priorem quietis situm illa rediit, hunc praetergreditur ob acquisitam celeritatem, et in partem D pergit, donec eadem tensionis vis illam sistat, eamque per contrariam directionem regredi impellat: tunc autem chorda oscillationes aliquas sensibus percipiendas conficit versus C, et B, quarum extensio sensim minuitur, ut in AcB, AdB, Ac′B, Ad′B observari potest. Ex harum oscillationum majore extensione, vel amplitudine unius ejusdemque chordae sonus non immutatur; sed ubi oscillationes praerapida celeritate conficiuntur, sonus ex gravi fit eo magis *acutus*, quo major fuerit harum oscillationum celeritas. Ut autem harum oscillationum leges determinari possint, *Tonometro* seu *Monocordo* utendum est, quod non est aliud nisi capsa quaedam lignea intus vacua ABCD (Fig. 7.ª Tab. V.), super cujus longitudinem tenduntur una vel plures chordae ope ponderum pendentium; et ne hoc pondus ab affrictu imminuatur, per duas parvas trochleas mobiles *c*, *e* illae excurrunt. *Tonometrum* duplici ratione confici potest, vel *verticale* (Fig. 8.ª) vel *horizontale* (Fig. 7.ª). Illud est accuratius; in illo namque pondera pendentia nullam subeunt imminutionem ex affrictu, id quod in altero omnimode vitari nequit; in hoc namque chordae per trochleas utcumque mobilissimas excurrendo, affrictui subjacere debent.

394. Hujus instrumenti ope, haec, quae sequuntur theoremata, statuunt Physici.

1.° *In duabus chordis* ex eadem *materia, ejusdem diametri, et longitudinis, quae a diversis ponderibus tendantur, numeri vibrationum, quas dato tempore conficiunt*, (nempe earum toni) *sunt inter se ut radices quadratae horum ponderum, seu ut radices quadratae tensionis.* Sic ex. gr. ut chorda A sonum quater acutiorem chorda B producat, a pondere tendatur oportet, quod sex decies pondere chordam B tendente sit gravius; 16 enim est numeri 4 quadratum.

2.° *Si duae chordae ejusdem materiae, ejusdemque diametri ab aequalibus ponderibus tendantur, numeri vibrationum, quas dato tempore conficiunt, sunt in ratione reciproca suarum longitudinum.* Sic ex. gr. si fuerint duae chordae metallicae A, et B aequalis diametri, et ab aequalibus ponderibus tensae, prior vero sit 10 pollices longa,

posterior autem pollices 20; scilicet illa sit ad istam ut 1 : 2 ; sonus, quem illa eliciet, erit ad sonum hujus, ut 2 : 1., id est duplo acutior; eodem namque tempore numerum oscillationum duplum conficiet.

3°. *Denique in duabus chordis ejusdem longitudinis, et aequaliter tensis, at diversae diametri, numeri vibrationum sunt in ratione reciproca diametrorum.* Positis enim in tonometro duabus chordis diversae diametri, sed ejusdem longitudinis, et tensionis, illa, cujus diameter erit major, minorem vibrationum numerum conficiet, adeoque tonum magis gravem dabit: quae tria theoremata si litteris P, L, D pondera, longitudines, et diametros designabimus, hac formula $n = \sqrt{\frac{P}{L.\,D}}$ repraesentari possunt.

395. Haec theoremata, quae directe, analysis ope, demonstrantur a Taylor in sua *Methodo incrementorum directa, et inversa;* a Jo. Bernoullio in *Commentariis Acad. Petropolitanae* T. 3°., ab Eulero in *Memoriis Acad. Berolinensis*, demum a nostro celebri Lagrangia in Commentariis *Miscellanee della Società di Torino*, anno 1769; nos experientiae ope, ut solemus, statuimus. Eadem experientia docuit, in chordis ex diversa materia *vibrationum numerum esse in ratione inversa duplicata suarum densitatum.* Si ex. g. sumantur duae chordae, una ex cupro, cujus densitas fuerit ut 9, altera vero ex animalium intestinis, cujus densitas fuerit ut 1; si haefuerint aequalis diametri, ejusdem longitudinis, et ab aequalibus ponderibus tendantur, chorda ex cupro numerum vibrationum conficiet ter minorem numero vibrationum, quas chorda ex intestinis edet. Denique ex experimentis pariter colligitur, *chordarum tensiones esse inter se ut radices quadratas ponderum illas tendentium*, adeo ut pondus quadruplum, ex. gr. tibi sit adhibendum, si chordae alicui tensionem duplam impertire velis. Porro ex his principiis sponte fluit, tonum graviorem eo magis obtineri, quo magis augeatur chordarum crassities, et longitudo, earumque tensio minuatur; e contrario, si earum longitudinem, et diametrum minuas, augeas vero tensionem, numerus vibrationum augetur, et tonus acutior evadet. Hinc patet ratio constructionis instrumentorum musicorum, quae ex fidibus constant. In eorum aliquibus totidem adsunt chordae diversae longitudinis et crassitiei, quot tonos edere debent: in aliis vero ex quatuor tantum vel sex chordis diversae tantum crassitiei, sed ejusdem longitudinis, toni omnes eruuntur digitos super earum longitudinem adducendo vel deducendo (1). Fides praeterea

(1) Celeberrimus evasit hac super re Paganinius noster, qui ex una tantum chorda omnes tonos mirifice eliciebat, eaque omnes modos musicos conficiebat.

in his omnibus super quamdam capsam ligneam intus vacuam tenduntur, ut toni robustiores evadant, et clarius a nobis percipiantur. Vibrationes denique in iis excitantur vel fides atterendo crinibus equorum pice illitis, vel digitis aut pinnis eas vellicando, vel denique malleolis apte dispositis easdem pulsando.

396. Chorda aliqua vel in tota sua longitudine vibrare potest, vel in quodam dato partium numero, quae partes ab invicem separantur quibusdam punctis, in quibus hae vibrationes ad 0 rediguntur. Puncta ista *vibrationum nodi* appellantur. Chorda AB ex. gr. datae longitudinis (Fig. 9.ª T. V.), manu, velplectro pulsata, sonum aliquem datae intensitatis reddit: at si in media suae longitudinis parte collocetur hypomoclium C, sonum reddet illi prorsus similem, quem ederet alia chorda, cujus longitudo fuerit longitudinis AB dimidia. Id ex eo oritur, quod chorda seorsim in tota sua longitudine vibrationes conficit, quasi sola esset, et ab utraque sua extremitate immobiliter fixa. Tunc autem prior chorda duos sonos reddit, qui *unisoni* dicuntur, et ab invicem nequeunt distingui. Eadem chorda potest etiam oscillare in duabus, tribus, etc. partibus per vibrationum nodos ab invicem sejunctis; id facile obtinetur, hypomoclium in medio, in tertia, etc. parte collocando: tunc autem sonus idem erit ac ille, qui a chorda seorsim posita ederetur, cujus longitudo fuerit dimidia, tertia etc. pars alterius chordae. Ratio est eadem. Ubi hypomoclium in medio chordae collocaveris, numerus vibrationum, quas quaelibet pars dimidia dato tempore conficiet, duplus erit eo, quem chorda integra absolvet: sonus autem, quem illa edit, dicitur *octava acuta* soni a chorda integra producti. Si chorda AB (Fig. 10ª.) in tres partes aequales dividatur, et hypomoclium supponatur in C, ita ut portio chordae AC sit $\frac{1}{3}$, et CB $\frac{2}{3}$ totius; vellicata portione AC, hujus sonus erit magis acutus, et *octavam acutam* referet illius soni, quem reliquae duae tertiae partes edunt; adeo ut vellicatis simul utrisque portionibus AC, et CB, percipietur in BC sonus gravior, et in AC acutior, et utraque pars simul mota *perfectam octavam* exhibebit. Eodem modo secta chorda in partes quinque, sistatur hypomoclium in C (Fig. 11.ª), ut partes AC, et CB sint longitudinis 2, et 3; percipiemus tonum, quem *Quintam*, seu *diapente* musici vocant. Pari ratione ope dicti hypomoclii dividendo chordae longitudinem in varias partes, quae inter se datam rationem servent, omnes toni *scalae diatonicae* dictae obtinere poteris, qui toni, ut omnibus notum est, syllabis *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, vulgo designantur. Equidem tonum a chorda AB sufficienter tensa sumas, velim, ut tonum *do* gravem, ac deinde hypomoclium ex A versus B successive transferas, quo omnes alii toni successive obtineantur; si numero 1 totius chor-

dae AB longitudinem designabis, pro omnibus aliis tonis chordae longitudo numeris sequentibus designabitur.

Tonorum nomina { *do, re, mi, fa, sol, la, si, do.*
Chordarum longitudo. { $1, \frac{8}{9}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{15}, \frac{1}{2}$.

Atqui vibrationum numeri sunt in ratione reciproca longitudinum (394.); si igitur vibrationes toni gravis *do* numero 1 designentur, numeri vibrationum pro reliquis tonis erunt

Tonorum nomina { *do, re, mi, fa, sol, la, si, do.*
Numeri vibrationum. { $1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, \frac{2}{1}$.

397. Distantia soni gravioris a minus gravi quocumque vocatur *intervallum musicum.* Omnia intervalla, quae octavam non excedunt, vocantur *simplicia;* quae autem illam excedunt, dicuntur *composita.* Intervallum a *do* ad *re* vocatur *secunda*; a *do* ad *mi*, *tertia*; a *do* ad *fa*, *quarta;* a *do* ad *sol*, *quinta;* a *do* ad *la*, *sexta;* a *do* ad *si*, *septima;* a *do* ad *do*, *octava*, etc. Quare ubi duo toni *octavam* conficiunt, numerus vibrationum toni acutioris duplus erit numero vibrationum gravioris; ut habeatur *tertia* necesse est ut gravior vibrationes 4 eodem tempore conficiat, quo acutior vibrationes 5 conficit; ut habeatur *quarta*, gravior 3, et acutior vibrationes 4 conficit, etc. Horum numerorum rationes sunt adeo constantes, ut nullo pacto variari queant. In his rationibus continetur illa, quam veteres *Symphoniam* dicebant, Latini *consonantiam*, seu *concentum*, nos vero *consonanza*, seu *accordo.* Dicuntur *dissoni toni*, qui nullam servant consonam rationem, iique innumeri esse possunt. Porro si cupias ut duo toni octavae concentum edant, necesse erit ut numerum vibrationum acutioris per numerum vibrationum gravioris dividendo, quotientem 2 obtineas; si *quintam* desideres, quotiens hujus divisionis debet esse $\frac{3}{2}$, etc. Hinc quum numerus vibrationum toni *re* sit $\frac{9}{8}$, ejus *octava acuta* erit $\frac{9}{8} \times 2 = \frac{9}{4}$; *octava gravis* erit $\frac{9}{8} : 2 = \frac{9}{16}$; ejus *tertia* erit $\frac{9}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{45}{32}$, etc. Praeterea *re*, et *sol* consonantiam, quae *quarta*, seu *diatessaron* dicitur, efficiunt; quia *sol* est ad *re* ut $\frac{3}{2} : \frac{9}{8}$, scilicet $\frac{3}{2} \times \frac{8}{9} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$, qui numerus *quartae* rationem indicat; sed *re*, et *la* non efficiunt *quintam*, seu *diapente*, quia *la* est ad *re* ut $\frac{5}{5} : \frac{9}{8}$, scilicet $\frac{5}{3} \times \frac{8}{9} = \frac{40}{27}$, qui numerus ad $\frac{3}{2}$ reduci nequit; id quod necessario requiritur ut *quinta* obtineri possit. Denique musici tonos dividunt in duo *semi-*

tonia inaequalia, *majus* scilicet, et *minus*. Majus plusquam toni dimidium continet; minus non totam toni medietatem complectitur. Excessus autem majoris supra minus *comma* nuncupatur. Semitonia majora *diesibus*, nempe signo ♯, indicantur; semitonia minora *bemollibus*, nempe signo ♭. Ut tonus aliquis semitonio majore augeatur, seu ad *diesis* elevetur, numerus suarum vibrationum duci debet per $\frac{16}{15}$; ut autem semitonio minori minuatur, idem numerus per $\frac{25}{24}$ duci debet. Quare ubi *do* simplex 15 vibrationes conficit, *do* cum diesi vibrationes 16 conficiet; ubi *si* naturalis 25 vibrationes edit, *si* cum *bemolli* edet vibrationes 24. Ubi demum duo toni eam inter se rationem servant, ut eorum alter vibrationes 80 conficiat quo tempore alius vibrationes 81 conficit, adeoque eorum intervallum, seu ratio sit $\frac{80}{81}$, tunc hi duo toni *unico commate* inter se discrepare dicuntur. Reliqua apud Eulerum videri possunt, in Libro egregio, *Tentamen novae theoriae musicae* pag. 112. (1).

398. Existentia autem nodorum vibrationis (396.) facile demonstratur. Chordae puncto quolibet hypomoclium ita subjicias, ut partes divisionis, quae inde oriuntur, simplicem habeant rationem cum tota chordae longitudine. Si chordam A B (Fig. 12.ª Tab. V.) in partes aequales quotlibet dividas, ex. gr., in partes quinque, deinde hypomoclium supponas in C, ita ut portio A C sit $\frac{1}{5}$, et portio C B $\frac{4}{5}$ totius; pulsata portione A C, videbis C B statim contremiscere, sed non per integram suam longitudinem, verum per intervalla; adeo ut medium inter C D, inter D E, E F, et F B evidenter vibret, nodi autem harum vibrationum in D, E, F quiescant. Id ad oculum exhibetur, si tenuia chartae albae frustula insideant nodis singulis, et singulis mediis insideant alia chartae rubrae frustula; hoc enim facto, si vibretur A C satis modice, sed repetitis vicibus, observabitur, chartas has rubras mediis inaequitantes desilire omnes, reliquis albis, quae nodis insident, non turbatis. Hoc experimentum, quod D.ni Sauveur experimentum appellatur, quia hic primus ejus auctor fuit (2), perspicue demonstrat *nodorum vibrationis* existentiam, nempe A C communicare motum suum cum C B, aut potius eum, non obstante hypomoclio in C, continuare ductu serpentino, quod curvae elasticae est pro-

(1) V. Pouillet L. V. C. 2. n. 531.
(2) Mem. de l'Acad. des Sciences de Paris an. 1701.

prium, ut demonstrat Eulerus loc. cit. pag. 23. Puncta, in quibus chartulae rubrae collocautur, *ventres sonori*, seu *ventres vibrationis* solent appellari.

399. Vibrationes de quibus huc usque loquuti sumus, *transversales* vocantur. Sed dantur etiam vibrationes *longitudinales*, quae fiunt chordas atterendo sub angulo acutissimo; tunc autem motu alterno contrahuntur, et dilatantur tum chordae, tum earum partes aliquotae, quae alterutro ex punctis fixis, vel vibrationum nodis innituntur. Earum leges ab illis, quas nuper exposuimus (394.), sunt toto coelo diversae. Numerus earum neque a chordae diametro, neque a tensione pendet, sed dumtaxat a diversa materia, ex qua illa componitur, et a diversa longitudine, cum qua semper rationem reciprocam servat. Soni denique ab his vibrationibus excitati eamdem inter se rationem habent, ac illam, quam invicem servant soni vibrationum transversalium. Plura reperies in Ephemeride *il Giornale Arcadico*, *Tomi XII. et XIII. an.* 1821, 1822, in quo extat Dissertatio D.ni Dell'Armi, cui titulus: *Ristretto di fatti Acustici* (1).

400. Denique membrana aliqua, rectanguli figuram exhibens, si secundum suam longitudinem dumtaxat fuerit tensa, easdem oscillationes conficiet, ac chorda, quae transversim oscillet; ejusque nodi in hoc casu non sunt nisi lineae transversae immobiles, quae *lineae nodales* appellautur. Haec tamem membrana, sicut et aliae, quae diverso modo tendi possunt, diversimode etiam oscillationes suas conficiunt, quarum formae non a lineis rectis, ut chordarum oscillationes, verum a lineis, et superficiebus curvis repraesentantur, ut in laminis evenire inferius videbimus. In casu, quo membranae rectanguli figuram exhibentes transverse vibrationes suas conficiunt, veluti chordae spectantur, et formula superius pro chordarum vibrationibus assignata (394), nempe $n = \sqrt{\frac{P}{LD}}$, in aliam $n = \sqrt{\frac{P}{L\sqrt{BD}}}$ convertitur, in qua B membranae latitudinem exprimit (2).

401. Corpora, quae *compressione* sunt elastica, aer nempe, et reliqua fluida aeriformia, non modo tamquam soni vehiculum, verum etiam veluti corpora sonora vibrare possunt, ut superius dictum est (390). Ibidem etiam diximus, sonum tunc praecipue haberi, quum aereus torrens per angustam rimam pertranseat. Harum vibrationum celeritas a duabus caussis pendet; nempe a torrentis aerei celeritate, et ab amplitudine rimae, per quam ille pertransit; adeo ut quo celerius torrens progrediatur, et angustior

(1) Vide Gerbi Fisica T. IV. C. 7.° n. 741.
(2) Vide Gerbi ibid. n. 742, et Pouillet p. 558.

fuerit rima, eo celeriores erunt vibrationes, et sonus acutior, ut videre est in sibilo, qui fit ore, compressis dentibus, et parum diductis labiis, vel in vento per angustam alicujus portae rimam transeunte. Quod si aer oscillando, oscillationes etiam in membrana aliqua excitet, sonus majus robur assumet, uti evenit in voce tum hominis, tum animantium (ut postea videbimus), et in Organo, tibiis, omnibusque musicis Instrumentis pneumaticis. In his corpus sonorum non est Instrumentum, sed aerea columna, quae in Instrumento continetur. Numerus vibrationum, quas dato tempore conficiunt, generatim pendet a diverso modo, quo inflantur, et ab aereae columnae, quae oscillat, diversa longitudine, quaeque digitis modo adductis, modo reductis minuitur, vel augetur, ut celerius, vel tardius vibret. Si tubum simpliciter infles, nullum sonum elicies, quia nulla in aere vibratio excitatur, sed dumtaxat quidam progressionis motus. Ut sonum obtinere possis, oportet ut aer magno impetu per angustam rimam pertransiens, in aliqua lamina elastica, in lingula ex. gr., vibrationes excitet, quae easdem aereae columnae in tubo contentae communicet; vel saltem ut aeris inflati stratum vehementer urgeat corpus aliquod angulosum, suasque vibrationes datae aereae columnae directe hoc modo communicet (1). Vibrationes denique hujus generis sunt semper *longitudinales*; evenitque ut columnae vibrantes dilatentur, et contrahantur ita, ut quaelibet aeris pars alternis vicibus ad vibrationum nodos nunc accedat, nunc ab iisdem recedat. In tubis similibus, generatim loquendo, ubi eodem modo inflentur, vibrationum celeritas pendet a longitudine, densitate, et elasticitate columnae aereae in ipsis contentae. Hinc tibia brevior sonum reddit acutiorem; aerea siquidem ejus interior columna utpote brevior, refert breviorem fidem, quae frequentius dato tempore oscillat, ac longiorem (394.). Idem evenit si tibiae foramina minus distent ab ore; quum dicta columna fiat brevior, foramina inferiora digitis claudendo. Si vibrationum numerum, quae dato tempore ex quacumque inflandi ratione excitantur, littera n exprimas, littera vero L columnae aereae, quae oscillat, longitudinem, M massam, E elasticitatem pressioni atmosphaericae aequalem, et A altitudinem, ex qua corpora intervallo unius secundi decidunt, expertus est Chladni numerum N vibrationum, quae 1″ intervallo conficiuntur, esse $N = n \sqrt{\frac{2AE}{LM}}$ (2).

(1) Ex iisdem principiis explicatur harmoniae chemicae phenomenum, quod gignitur, ubi gas hydrogenii torreos in aliquo tubo comburitur, ut infra (451) videbimus; quamvis Faraday in diversam abeat sententiam (Gerbi l. cit. n. 748).

(2) Vide Gerbi loc. cit. n. 742. His principiis nititur omnium Instrumentorum pneumaticorum constructio.

402. Corpora, quae ex *rigiditate* sunt elastica, ad virgas, praecipue metallicas tum rectas tum curvas, ad laminas, et ad vasorum diversas formas, et maxime ad campanas rediguntur; eaque diversa ipsorum conformatio in causa est, cur diversas producant vibrationes. Ubi virga rigida, sive vitrea, sive ferrea, sive cuprea, etc. illa sit, sonum reddit, vibrationes conficere potest, non secus ac chorda, vel longitudinales vel transversas: istae tamen non iisdem, ac vibrationes chordarum, legibus subjiciuntur; tensio namque chordarum secundum longitudinis directionem fit, dum in virgis haec vis in ipsa virgae curvatura se exerit. Vibrationes etiam transversae in his virgis sunt magis sensibiles ac in chordis; et soni, quos emittunt, observante Chladni, sunt in ratione longitudinis inversa: at vibrationes longitudinales sunt in ratione inversa duplicata ejusdem longitudinis. Ex observationibus ejusdem Chladni eruitur etiam quod virgae crassities sonum, quem edit, neque augere, nec minuere potest. Si in virgis rigidis vibrationes excitare cupias, sumas oportet virgas rectas, eadem prorsus crassitie, ac densitate in tota sua longitudine praeditas. Si virgas planas adhibebis, extremis digitis vel forcipe illas apprehende, et virgula aliqua metallica earum partem extremam concute: statim ac vibrationes incipient, sonum audies diversum prout virgam vel ex utrisque suis extremitatibus, vel dumtaxat ex media sui parte detineas. Hujusmodi virgae in vibrationibus conficiendis, aeque ac chordae, a vibrationum lineis nodalibus in plures partes dividuntur; quarum linearum nodalium existentia demonstratur arenam minutissimam et siccam in eorum superficiem spargendo: in vibrationis enim actu arenae grana moventur, et in his lineis nodalibus coadunantur. Idem evenit in virgis rotundis, in quibus parvi chartae annuli, qui super eorum superficiem disponuntur, vibrationum nodos manifeste iudigitant.

403. Ex pluribus experimentis compertum est, virgam, quae in unum, duos; vel plures vibrationum nodos partitur, eodem modo vibrare ac virga, cujus longitudo esset $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ etc. longitudinis totius virgae. Ubi ex una tantum extremitate virga detinetur fixa, soni, quos pro 1, 2, 3, 4. etc. vibrationum nodis edit, sunt inter se ut numeri 1, 3, 5, 7, etc.; si autem ex media sui parte detineatur, unus saltem vibrationis nodus in hoc puncto medio producitur: in hoc casu soni pro 1, 2, 3. etc. vibrationum nodis sunt inter se ut numeri 2, 4, 6, 8, etc. Virgae ex utrisque suis extremitatibus fixae eodem modo vibrant. D.[r] Chladni asseruit, virgam rigidam cujuslibet materiae, quae ex una sua extremitate fixa detineatur, suas vibrationes eodem modo conficere ac fistulam in uno tantum suo extremo perforatam. D.[r] Savart hanc com-

parationem infirmam esse ostendit; nam virgam nullum sonum edere observavit, quando obstaculum, in quo illa infixa erat, immobile consistebat; quando autem hoc vibrationes excipere poterat, virgam resonare, cujuscumque dimensionis illa fuerit. Idem Savart expertus est, quod ubi ambae alicujus virgae extremitates nullo obstaculo impediantur, vibrationes, quas producit, sunt iis similes, quas organi fistula utrinque aperta conficit, et longitudinem majorem, vel minorem nullo modo ad rem conferre, dummodo virga minus longa fuerit etiam minoris crassitudinis, et exilior. Vibrationes longitudinales denique in virgis rigidis excitari possunt vel virgas secundum suam longitudinem panno humido atterendo, vel unam ex earum extremitatibus parvo metallico cylindro percutiendo.

404. Virgae, dum resonant, dividuntur, ut chordae, in plures partes vibrantes separatas lineis in quiete constitutis, quae *lineae nodales* etiam vocantur; quarum numerus a virgae dimensione et natura pendet; ita ut in virga aliqua eo plures lineae nodales dentur, quo fuerit longior, atque exilior. Ubi virgae latitudo sex, vel octo lineas (15, vel 20. millim.) non excedat, hae lineae erunt rectae, atque invicem parallelae; ubi vero hunc terminum illa transgrediatur, lineae nodales curvarum figuram assumunt, quas D. Chladni *lineas rotantes* (*lignes tournantes*) vocavit. Observante D.no Savart, plerumque evenit, ut duae aequales partes, in quas una eademque virga fuerit divisa, neque vibrationum, neque proiude linearum nodalium aequalem numerum exhibeant. Hic numerus in eadem virga semper est idem; sed in diversis virgis, quamvis ejusdem materiae, et dimensionis, est diversus. Idem D.s Savart expertus est lineas nodales diverso modo disponi in utrisque ejusdem virgae faciebus, ita ut singulae lineae nodales, quae in una ex faciebus efformantur, mediae parti faciei oppositae respondeant; ex quo merito intulit, motus vibrationis, qui in una ex duabus oppositis virgae faciebus fiunt, contrarios esse iis, qui in punctis respondentibus alterius faciei producuntur. De vibrationibus, quas virgae curvae conficiunt, nullum verbum facimus; earum namque vibrationes, vibrationibus virgarum rectarum fere sunt similes. Reliqua in Pouilleto. l. c. n. 337.

405. Si laminae alicujus elasticae ora debito modo atteratur, vibrationes in ea, ut in chordis, et virgis excitantur; earumque limites a *lineis nodalibus* modo rectis, modo curvis, modo rectis simul et curvis designantur; quaeque visibiles reddi possunt, laminae superficiem minutissimis, ac siccis arenae granis conspergendo; haec enim, dum illa suas vibrationes conficere incipit, super lineas illas coacervari observantur, et figuras modo simplices, mo-

do compositas, sed semper symmetricas repraesentant (1). Tam figurae istae, quam soni, qui a laminarum vibratione eliciuntur, non modo a laminarum materia, forma, magnitudine pendent; verum etiam a ratione, qua illae fixae detinentur, et a modo, quo atteruntur; ita ut una ex his circumstantiis variata, linearum nodalium figuras, aeque ac sonos varie experiemur. A nostro instituto alienum est hujus generis experimentorum omnes casus particulares examinare: sufficiat hic praecipuos, ac simpliciores referre. Figura 13. Tab. V. n.° 1. illam exhibet, in quam se se conformant lineae nodales quae sonum graviorem reddunt, ubi laminae vitreae, metallicae, ligneae, et generatim cujuscumque homogeneae substantiae fuerint quadratae, et in earum parte media pulsentur, ac in uno ex suis angulis atterantur. Post hunc, sonus gravior exhibetur a n. 2.° ejusdem figurae, in quam lineae nodales duarum diagonalium positionem exhibent. Obtinetur etiam laminam ut antea pulsando, et mediam unius lateris partem atterendo. Si denique tum laminae formam, tum puncta, in quibus atteritur, variabis; figurae praecipuae, quas lineae nodales exhibebunt, a num. 3, 4, 5, 6, 7, 8, repraesentabuntur. Vibrationis modus praeterea in laminis, quae non eamdem habent in omnibus suis partibus elasticitatem, est varius: in discis ligneis, ex. gr., quorum plana sint fibrarum directioni parallela, vibrationes quaedam exhibent phaenomena, quae innuunt, reactionem elasticam in his nec uno, eodemque modo, nec aequaliter secundum omnes directiones fieri. Tandem in laminis ejusdem figurae, ac substantiae, quae eodem modo oscillent, soni, seu *vibrationum numeri dato tempore sunt in ratione directa crassitierum*, *et duplicata reciproca reliquarum dimensionum*; scilicet si litteris C, L, l, crassitiem, longitudinem, et latitudinem indices, erit $n = \frac{C}{L^2 l^2}$ (2).

406. Campanae metallicae, vel vitreae, pocula vitrea, et alia id genus sonora corpora, ubi pulsentur, in quatuor, vel plures partes vibrantes dividuntur ope linearum nodalium, quae decussantur in medio campanae, vel poculi vertice. Ut has oscillantes partes distinguere valeas, affundas velim aquam in vas sonorum; deinde illud percutias, vel debito modo atteras: aquae superficiem ita crispari videbis, ut quatuor, vel plura exhibeat circuli segmenta, quorum convexitas vasis axem spectat, et chorda perimetrum;

(1) Pro his experimentis accurate conficiendis, utendum est laminis vitreis plani, et quae ubique eamdem crassitiem habeant, quaeque digitis apprehensae crinibus equorum probe tensis in extremis oris atteruntur: *laminas* vitreas adhibendas dicimus, quia earum sonus est dulcior, et earum ora crines, quibus atteruntur, difficile rumpit. V. Chladni *Acoustique*, Sect. VI.

(2) Vide Gerbi l. c. n. 755, et Pouillet ibid. n. 338.

ex quo patet, spatium inter has chordas, et perimetrum interjectum partes oscillantes, et linearum nodalium positionem indicare (1).

407. Ex iis omnibus, quae diximus, liquido patet sonum in corpore sonoro nihil aliud esse, nisi minimarum partium intestinum vibrationis motum. Sed ut sonus ad aures nostras perveniat, per intermedia corpora propagari debet. De hac itaque ejus propagatione nunc loquendum est.

CAPUT SECUNDUM

DE SONI PROPAGATIONE.

408. Quum omnia corpora resonantia in spatio existant, et vel aere, vel aliis corporibus ambiantur; necessario evenire debet, ut vibrationes suas corporibus ambientibus communicent, quae ab his ad alia pariter transmissae, sonum ad varias distantias ideo propagent. Haec soni propagandi facultas omnibus corporibus, etiam liquidis competit; nam sonus in aqua excitatus auditur ab iis, qui extra illam consistunt, et viceversa. Corpora solida sonum ad ingentem distantiam deferunt; unde milites terram excavare solent, donec ad stratum aliquod bene solidum perveniant, cui aurem applicare possint, ut ex reboatu agnoscant adventum equitatus hostilis exercitus. Ex solidis corporibus, illa, quae ex fibris sunt composita, sonos melius deferunt secundum earum longitudinem, quam secundum earum latitudinem: hinc sonum in extrema parte alicujus longae virgae, vel trabis excitatum melius audimus aurem ad alteram partem extremam applicando, quam ad quodlibet ejusdem longitudinis punctum. Generatim solida homogenea, et valde elastica, nec non et liquida ipsa sonum efficacius deferunt, quam fluida aeriformia; quapropter ut sonum melius audiamus, expedit aliquando corpus elasticum, dentibus apprehensum, corpori sonoro applicare. At quum aer atmosphaericus sit vehiculum magis idoneum, et consuetum, quod sonum ad aures nostras defert; hinc est, quod leges quibus vibrationes ab aere transmittantur ad examen revocabimus, quae forsan et in aliis corporibus locum habere inveniremus, si haec debito modo iisdem experimentis subjici possent.

409. Soni propagatio per aerem fieri intelligitur per *radios*, sive per *undas sonoras*. Statim namque ac corpus resonat, motu tremulo ac oscillatorio ejus minimae partes afficiuntur: singulae vero oscillationes aerem pariter corpus elasticitate tremulum ambientem concutiunt; ex quo fit ut hoc primum aeris stratum similes concipiat

(1) Pouillet l. cit.

vibrationes, easque in sequiores aereas particulas deferat, et sic deinceps, ita ut debiliores fiant, quo magis a sua origine recedunt, donec omnimode extinguantur. Aeris particulae corpori sonoro proximae ex hujus impulsu comprimuntur; quum autem elasticitate sint praeditae, post compressionem statim dilatantur, aliasque sibi proximas urgent, atque eadem lege et illae vibrant, et longe lateque in aereas particulas ambientes similis vibratio ex omni parte discurrit. Haec vibrationum communicatio tamdiu perdurabit, quamdiu corpus sonorum in vibrationis statu existet: hisque vibrationibus, quae aeris stratis successive communicantur, simul sumptis, *undae sonorae* nomen inditum est; quamdam enim habent similitudinem cum undis, quas corpus decidens in aquae stagnantis superficiem producit.

410. Ex hoc principio evidenter liquet, 1.° oscillationes, quarum ope aer sonum defert, esse *longitudinales*; 2.° corpus sonorum aere circumfusum veluti centrum spectari debere, ex quo infinitus radiorum numerus, seu aerearum particularum series undequaque in sphaeram diffunditur, quodque ipsis motum oscillatorium longitudinalem successive communicat. Hi radii sonori ita densantur, ut in toto spatio interjecto inter corpus sonorum, et illud ad quod usque sonus audiri potest, nullum adsit vel minimum spatiolum, quod iis abunde non repleatur. Atqui radiorum numerus ad sphaericam superficiem ab aliquo centro emissus, in duplicata ratione distantiarum ab hoc centro decrescit (45.); hinc fit ut sonus eo minor, ac debilior fiat, quo magis a suo fonte recedat, donec tandem non amplius omnino audiatur: adeoque soni *intensitas in ratione duplicata distantiarum a corpore sonoro minuatur.* Hoc tamen principium strictim verum est, ubi sonus per radios divaricantes propagetur: quod si per radios parallelos diffunderetur, ejus intensitas, positis omnibus circumstantiis, in minore ratione decresceret, nempe in *simplici distantiarum ratione.*

411. Soni intensitas ex septem caussis pendet. 1.° Ex corporis sonori magitudine; nam quo amplius fuerit corpus resonans, eo major particularum aerearum numerus concutitur. 2.° Ex majori vi, qua corpus sonorum pulsatur; tunc enim ejus vibrationes aerem circumfusum efficacius premunt. 3.° Ex majori vibrationum numero in dato tempore; quo namque celerius vibrationes conficiuntur, eo vehementius aerem pulsant, et sonum diffundunt. 4.° Ex directione, secundum quam aer a corporis sonori vibrationibus impellitur; cuique enim obvium est, vocem hominis loquentis ex. gr. melius audiri ubi hic nos respiciat, quam ubi nobis terga vertat. 5.° Ex venti directione; nam ventus aerem ita densat, ut pro varia sua directione in hanc, vel illam plagam ra-

diorum sonorum in aures penetrantium intensitatem augeat, vel minuat. 6.° Ex varia distantia, ut diximus (410.). 7.° Denique ex aeris densitate; idque ex sequenti experimento evidenter liquet. Si in machinae pneumaticae recipiente tintinnabulum vel horologium horas personans includas, statim ac aerem exhaurire incipias, sonus pariter minui incipiet; ubi autem totus aer fuerit exhaustus, nihil soni amplius audies, quamvis tintinnabulum concuti pergat, et horologium pulsari (1). E contrario si aerem in eodem recipiente ita densabis, ut suum densationis statum ordinarium superet, sonum audies intensiorem pro densationis augmento. Hinc etiam fit ut sonus multo sit remissior in altissimis montibus, ubi aer est minus densus, quam in planitie, ubi hic densatione praeditus est majori; et ut melius in locis elatioribus sonum audiamus, qui ex imo, ubi aer est densior, procedit, quam in locis inferioribus stantes illum a loco excelso, ubi aer est rarior, procedentem, audire possemus (2).

412. Sequitur proinde, fluida aeriformia, quo densiora sunt, eosdem sonos majore intensitate diffundere, idque repetitis experimentis etiam comprobavit Priestley, et post eum Leslie, comparatione instituta inter aerem atmosphaericum, et gas acidum carbonicum, oxygenium, et hydrogenium; quorum ultimum quum reliquis densitate sit inferior, efficit ut intensitas soni per ipsum propagati valde languida ac debilis sentiatur. Pari modo intensitas soni per liquida delati rationem densitatis eorumdem liquidorum sequitur, observante Perolle (3), qui invenit, sonum per aerem ita propagatum, ut ad 8 pedum distantiam audiretur, per aquam delatum ad 20 pedum distantiam audiri, per oleum olivarum ad ped. 16, per oleum therebintinae ad pedes 14 per spiritum vini ad pedes 12. Idem Perolle expertus est, intensitatem soni, qui per solida corpora propagatur, ubi plures similes adhibeantur cylindri diversae materiae, ratione sequenti decrescere. Pro lignis, abies, buxum, quercus, cerasus, castanea: pro metallis, ferrum, cuprum, argentum, aurum, stannum, plumbum (4).

413. Juvat hic raptim indicare conclusiones, quas D. Savart deduxit ex innumeris experimentis, quae circa communicationem motuum vibrationis inter corpora solida confecit, quaeque in sua *Dissertatione* hac de re Parisiensi Academiae lecta anno 1819, 15

(1) In hoc experimento probe curandum est, ne tremor tintinnabuli, seu horologii per partes solidas, e quibus suspensa sunt, vel quibus sunt innixa, propagetur; id quod facile eveniet nisi suspendantur ex filis lineis, vel imponantur pulvillo molli, ut tremoris exorti languescant, et extinguantur, nec extra recipientem proserpant.

(2) Vide Gerbi l. cit. n. 759.

(3) Memoire de l'Acad. de Turin an. 1760.

(4) V. Gerbi ibid.

Nov., fuse inveniuntur. Jam Physicis compertum erat, corpus vibrans, ubi aliud corpus tangeret, suas vibrationes cum illo communicare, hocque inde simili prorsus modo vibrare; at D. Savart invenit 1.° Ubi duae exiliores virgae simul ita fuerint conjunctae, ut una sit alteri perpendicularis, si in earum alterutra vibrationes transversae excitentur, in altera vibrationes longitudinales producuntur, et viceversa; 2.° in duabus exilioribus virgis simul ita junctis, ut alterutra sit cuivis puncto alterius virgae perpendicularis, vibrationes longitudinales in hac excitatae, vibrationes transversas in priorem virgam gignunt, et viceversa: 3.° denique ubi duae exiliores virgae ita fuerint dispositae, ut earum alterutra perpendiculariter insistat in quovis puncto alterius virgae fixae, et immobilis, vibrationes transversae in posteriore excitatae, vibrationes etiam transversas in priori producunt, et vicissim; vibrationes transversae excitatae in priore, similes etiam vibrationes in secunda progignunt. Ex quo patet, vibrationum immutationem tunc haberi, quum duae virgae nullo impediantur obstaculo; quod si obstaculum adsit a quo detineantur, tunc vibrationes transversae in earum alterutra excitatae ad aliam etiam transmittuntur, nulla immutatione eveniente. Vibrationes longitudinales ab una ad aliam virgam non communicantur aeque ac vibrationes transversae; idque ex eo fieri videtur, quod virga per aliquam ex suis extremitatibus fixa, vibrationes longitudinales nullatenus concipere potest.

414. Ex iis, quae hactenus diximus de soni per aerem, ac reliqua corpora propagatione, prono alveo fluit, hanc propagationem non fieri in instanti, sed intra aliquod temporis intervallum. Quaenam idcirco erit velocitas, qua sonus propagatur? Ad hanc determinandam innumera instituta fuerunt experimenta, quae tamen inter se non bene conveniunt. Ab Academicis Parisiensibus, anno 1738, instituta comparatione inter tempus, quod inter coruscationem, et fragorem tormenti bellici explosi intercedit, statutum fuit, soni velocitatem, seu spatium, quod unius minuti secundi intervallo sonus percurrit, esse = 1038 ped. = 337, 18. metr. D. Goldingham, experimentis per integrum annum apud Madras in India Orientali pluries repetitis, invenit pro media velocitate pedes britannicos 1134, 33 = 345, 74. metr. DD. Moll, Van-Beek, aliique in Hollandia anno 1823 experti sunt soni velocitatem esse = 339, 43 metr. Denique in soni velocitatem accuratissime inquisiverunt anno 1822, nocte, quae inter 21, et 22 Junii intercedit, DD. Arago, Prony, et Mathieu ex una parte, ex altera vero DD. Humbold, Gay-Lussac, et Bouvard: hi accuratissimis chronometris tempus dimetientes, quod in repetitis explosionibus tormenti bellici inter fragorem, et flammae coruscationem intercedebat, distantiam, quae Monthlery et Villejuif inter-

jacet, per hoc tempus diviserunt; atque ita compererunt, *soni velocitatem, seu spatium intra 1″ a sono percursum esse*=340,89, metr. seu pedes circiter 1040.

415. Experimenta itaque ab Academicis Parisiensibus, a D. Derham, aliisque accuratissime instituta innuunt 1.° *velocitatem, qua sonus propagatur, esse constantem*, licet hic fuerit diversae intensitatis, sive scilicet fuerit gravis, sive acutus; Derhamus enim eodem tempore audiebat tum tormenti bellici explosionem, tum mallei ictum, quae ambo ad unius milliaris distantiam erant collocata: 2.° *soni motum esse aequabilem ac uniformem*; nam idem Derhamus expertus est fragorem tormenti bellici ad unius milliaris distantiam explosi, ad ipsius aures pervenisse intra intervallum minutorum semisecundorum $9\frac{1}{4}$; ad duorum milliariorum distantiam, intervallo $18\frac{1}{2}$ semisecundorum; ad distantiam trium milliariorum intervallo $27\frac{3}{4}$ semisecundorum, et sic deinceps: 3.° *soni velocitatem augeri vento secundo, minui autem ab adverso*; nam ex tabula observationum ejusdem Derhami, quas trium annorum spatio confecit, eruitur, fragorem tormenti bellici in distantia 13 milliariorum explosi intra 111 semiminutorum intervallum audiri eo tempore, quo ventus favens spirabat; dum e contrario, ubi ventus erat adversus, idem fragor intra 122 semiminuta audiebatur: 4.° denique *ubi ventus transverse spiret, soni celeritatem nec minui, nec augeri*. Instituta autem supputatione, Physici statui posse autumarunt, a vento adverso soni celeritatem imminui ut 1:20; scilicet si sonus eam celeritatem haberet, ut 20 milliaria intra aliquod temporis intervallum percurreret, flante vento adverso, nonnisi 19 milliaria eodem tempore excurreret; et viceversa celeritatem augeri, ubi ventus faveat.

416. Opinatus est Chladni, et post eum Van-Rees, Frammeyer, et Moll, velocitatem soni per alia fluida aeriformia ab aere atmosphaerico diversa delati, erui posse instituta relatione inter sonos redditos ab eodem tubo, qui successive diversis fluidis elasticis repleatur, ambiatur, et infletur. Ex horum omnium tentaminibus prodiit soni velocitas sub temperie 10.° C.

in gas oxygenio	317, 9 metr.	in gas acido sulphuroso	229, 2 metr.
in gas hydrogenio	1233, 3	in gas acido carbonico	370, 7
in gas azoto	339, 0	etc.	
in gas ammoniaco	432, 0		

417. Quod attinet ad liquida corpora, ex experimentis et calculis D.rum Oersted, et Parkins deducitur, sonum propagari per

aquam plus quadruplo celerius, quam per aerem; nempe soni per aquam propagati celeritatem esse = 1483, 59metr. D. Beudant ex suis experimentis in mare institutis statuit, soni velocitatem in aqua esse 1500metr. aequalem.

418. Idem Chladni nisus analogia, quae existit inter vibrationes aeris in tubo cylindrico, cujus extremitates sint utrinque apertae, et vibrationes longitudinales virgae rigidae, cujus duo extrema omnino libera sint, soni velocitatem in corporibus solidis investigavit. Ejus observationum summa huc redit. Si celeritas soni per aerem numero 1 repraesentetur, ejusdem celeritas

per stannum . . . . erit	$7\frac{1}{2}$.
per argentum	9.
per cuprum	12.
per ferrum et vitrum	17.
per varia lignorum genera	11 ad 17.

Sed pro statuenda soni velocitate per ferrum fusum standum est accuratissimis experimentis a D.no Biot institutis in aquaeductis Parisiensibus ex hoc metallo compactis, quorum longitudo ad 951.metr. se extendit. Ex his itaque experimentis hic Physicus eruit, sonum in una horum tuborum extremitate excitatum, ipsius aures ad alteram extremitatem admotas citius percellere, quam idem sonus per aerem delatus; eamque celeritatis differentiam fuisse = $10\frac{1}{2}$ (1).

419. Determinatio spatii, quod sonus intra unius minuti secundi intervallum percurrit, valde utilis esse potest ad explorandam locorum distantiam. Quum enim in tormenti bellici explosione, ob lucis propagationem pernicissimam, prius appareat flamma, quam audiatur sonus; numerando minuta secunda, quae ab erumpente flamma usque ad sonum audiendum decurrit, distantiam loci eruere possumus. Hoc artificio aliquando utuntur tum nautae, ut agnoscant quantum aliqua navis aut littus distet; tum milites ut dimetiantur spatium, quod inter ipsos et urbem oppugnatam intercedat. Pari ratione numerando minuta secunda, quae inter fulgur emicans et auditionem tonitrus intersunt, nubis distantia, a quibus tonitrua gignuntur, erui potest. In hac observatione conficienda, horologii loco arteriarum pulsu uti possumus; nam quaelibet pulsatio in homine sano fere pro minuto secundo computatur. Hinc si inter fulgur, et tonitruum tres pulsationes intercedunt, pro certo habere possumus, nubem a nobis 1020,267metr. seu 3120ped. distare; nempe spatium triplo majus eo, quod unius minuti secundi intervallo sonus percurrit (414).

(1) Haec differentia inter experimenta Chladni, et Biot ex eo pendere posse videtur, quod tubi a D. Biot adhibiti ex variis constent tubissimul junctis ope plumbi, quod sonum aliquantulum retardare solet.

420. At ad quamnam distantiam sonus pertingere potest? Respondemus, nihil certi hac super re Physicos statuisse: quum enim distantia ad quam usque sonus audiri potest, ab ejus intensitate praecipue pendeat; prout haec crescit, augetur etiam spatium, quod sonus percurrere potest. Et quamvis soni celeritas sit constans, ac uniformis tam in sonis gravioribus, quam in acutis (415.); dubitari tamen nequit, quin sonus intensior in majore distantia audiatur. Referunt passim Auctores exempla explosionis tormenti bellici ad 30 leucarum distantiam auditae; et Derhamus insuper addit, in bello, quod Anglia cum Hollandia anno 1672 gerebat, tormentorum bellicorum explosiones auditas fuisse a Principatu Galles, in distantia nempe 180 milliariorum.

421. Ubi in aere plura adsint obstacula solida ab invicem sejuncta, undae sonorae per interposita intervalla pertranseunt, et in parte obstaculorum posteriore ita propagantur, ut alias undas efficiant, quarum centrum in iis intervallis sit positum, ut evenit etiam in undis, quae in aquae interruptae superficiem observantur. Hac ratione sonus citra montes, muros, etc. ita propagatur, ut etiam in eorum parte posteriore audiatur. Quod si obstacula solida, in quae sonus impingit sint flexibilia, et undas rumpere valeant, tunc earum motus minuitur, et sonus debilitatur, ut videre est in domibus, quae aulaeis ornantur, vel multiplici suppellectili sunt instructae; et in templis, ubi sonus intensior auditur quum sunt vacua, quam quum hominibus sunt referta. Si autem obstacula fuerint elastica, undae sonorae in ipsis vibrationes excitant, eaque *resonare* compellunt; tunc autem soni intensitas adeo augetur, ut post eadem obstacula per rimas propagetur, et audiatur etiam in locis, quae cum aere, in quo sonus excitatus fuit, directe non communicent; ut evenire videmus in sono, qui in vase omnino clauso, vel in cubiculo ex omni parte clauso excitatus, etiam extrinsecus audiri solet. Denique quum aer elasticitate sit praeditus, evidens est, quod in obstacula etiam elastica, vel saltem non mollia offendens, *reflecti* debeat; undae scilicet aereae, quae ex sonoro corpore gignuntur, et propagantur *directe*, ubi in obicem offendunt, regredi debent, et sonum *reflexum* progignere eo prorsus modo, quo circuli in aquam ex injecto lapide excitati ubi ad ripam appellunt, reflectuntur inde in eumdem modum, quo appulerunt. Sequitur propterea, ut quemadmodum in radiorum lucis, et calorici reflexione, ita etiam in reflexione radiorum soni angulus reflexionis sit angulo incidentiae fere aequalis; et soni intensitas in quolibet radii reflexi puncto aequalis sit ei, quae fuisset in radio directo, cui haec radii reflexi longitudo addita esset.

422. Pro diversa obstaculorum distantia, sonus *reflexus* vel cum directo misceri, et confundi potest, vel ab eo *distinctus* nostras au-

res percellere: in priore casu *resonantia*, seu *reboatus* habetur: in posteriore vero habetur *Echo*, seu *distincta soni alicujus*, et maxime vocis humanae, *ob reflexionem repetitio*, de qua plura fabulati sunt poetae (1). Ut autem effectus iste contingat, necesse est ut aliqua distantia inter hominem loquentem, et obicem intersit. Quum enim experientia teste, unius minuti secundi intervallo decem syllabas distincte pronuntiare possimus; manifestum est $\frac{1}{10}$ partem unius secundi necessario requiri pro cujuslibet syllabae pronuntiatione. Atqui intra hoc intervallum sonus percurrit pedes circiter 104, seu metra 34, 8. (414.). Si itaque observator ab obstaculo minus hoc intervallo distet, finis soni directi ultimae syllabae alicujus verbi ab eo prolati plus minusve confunditur cum sono reflexo principii ejusdem syllabae, et ideo nonnisi ejusdem syllabae quamdam productionem audiet, seu *reboatum*, qualis in domibus, vel in locis clausis, et parum spatiosis audiri solet (2). Si vero distet ab ostaculo saltem per 104 pedes, tunc sonus reflexus ultimae syllabae verbi ab eo prolati ad ejus aures pervenit quando vocis directae prolatio jam desiit, adeoque sonus ultimae syllabae, quae opportune regreditur jam prolato verbo, poterit distincte audiri. In hoc casu habetur *Echo monosyllaba;* ita pariter habetur echo *dissyllaba*, *trissyllaba*, *polysillaba*, prout distantia observatoris ab obstaculo fuerit *dupla, tripla, multipla* distantiae jam dictae: quin immo sunt loca, in quibus integer versus exameter repetitur, uti ajunt evenire in pago Voodstock in Anglia, ubi echo syllabas 18 interdiu, et 20 noctu repetit.

423. Hinc patet, 1.° in aperta planitie, ubi nullus sit obex, sono directo nullam echo respondere: 2.° remissiorem plerumque esse echum, quam sonum directum; quum enim soni intensitas decrescat in ratione auctae distantiae a corpore souoro (411), fieri debet ut decrescat sonus ad obicem pergens; inde autem regrediens et novas undas progignens, iterum decrescet ejus intensitas: quod si obstaculum fuerit concavum, plures colligere potest radios phonicos, quos simul in unum regerat, atque hoc casu intensius resonabit echo, quam sonus directus audiatur: 3.° ubi non unum, sed plura fuerint obstacula, sive in variis distantiis, sive e regione inter se collocata, saepe eadem vox per reflexionem auditur; primum contingit ex eo, quod vox in his locis ad varias distantias collecta ad aures revertitur sensibili successione; secundum quia vox ab uno obstaculo reflexa in alterum incidit, atque ex hoc iterum reflexa incidit in primum, et sic deinceps; unde fit ut numerosiore reper-

(1) Elegantissimam Echus fabulam tradit Ovidius Metamorph. L. 3. v. 358.

(2) Juvat hic animadvertere, resonantiam non semper a reflexione soni suam originem ducere; saepe enim progignitur a vibratione parietum, in quos undae sonorae impingunt.

cussu multiplicetur. In Cyzico Bithyniae urbe, septem esse turres, quae acceptas voces multiplicant, inter mundi miracula refert Plinius *Hist. nat. Lib.* 36. *cap.* 23. et Olympiae porticum fuisse, quem *Heptaphonon* (1) appellabant, quoniam septies eadem vox ibi reddebatur, ibidem memorat idem Plinius, itemque Plutarchus, *De garrulitate*. In agro Yverdunensi duae turres, quae ab invicem circiter 50 metr. distant, eumdem sonum duodecies repetunt; et prope Mediolanum celebris est echo in palatio Simonetta, in quo voces e superiore quadam palatii foenestra emissae vicibus triginta, et amplius reflectuntur a praealtis muris parallelis: 4.° denique echum reddi aliquando a sylvis, et a planitie cespitibus, ac virgultis inspersa: talis nempe esse potest partium reflectentium dispositio, ut etiamsi plures radii phonici dispergantur, non pauci tamen in eumdem locum collineent.

424. Ea est etiam soni reflexi proprietas, ut radii phonici a pluribus obstaculis repercussi in unico puncto, tamquam in foco, sicut et radii lucis, aliquando colligantur, atque ideo distinctius in hoc puncto, quam in eorum originem audiantur; quin imo saepe sonus reflexus tantum audiatur, non autem sonus directus. Id evenit in parietibus, quae ellypsoidis, vel cylindri formam imitentur: homo ex. gr. positus in foco alicujus spatiosi cubiculi ellyptici, etiamsi submissa voce ita loquatur, ut a circumstantibus difficulter audiri possit, distincte tamen audietur ab eo, qui remotius in altero ellypsis foco fuerit constitutus, ut evenit Romae in Ecclesia SS. Cosmae et Damiani, et Agrigenti iu Ecclesia Cathedrali. Quum enim radius phonicus ab ellypsis foco procedens, et in ejus parietem impingens, ita reflecti debeat ut angulus reflexionis sit angulo incidentiae aequalis; in ellypsi autem radii vectores ab uno foco in peripheriam emissi in alterum focum coeunt, ut Mathematici docent; patet, hunc radium post impactum in parietem in altero ellypsis foco colligi debere, et soni sensationem excitare in homine ibi existente. Idem eveniet in cubiculo cujus fornix figuram habeat cylindricam, in qua duo homines ab invicem distantes, et versus parietem submissa voce loquentes, distincte audiri póterunt: nam anguli in eodem circuli segmento sunt aequales; radii vero phonici unius percellunt aures alterius non directe, sed post reflexionem. Hujus phaenomeni mirabile exemplum habemus Romae in magnifica fornice Basilicae S. Petri: ibi enim si quis, ut ipse expertus sum, versa ad murum facie submissa voce loquatur, verba ab eo prolata distincte audientur in extremitate altera, non secus ac si alta voce loqueretur. Quare quum parabola radios a foco ad curvam emissos in directione axi parallela reflectat (224), patet, hanc for-

(1) Ab ἕπτα, septem, et φώνη, vox.

mam dandam esse theatri, vel chori, vel Ecclesiarum fornicibus, ut vocum concentus majore cum intensitate audiri possit.

CAPUT TERTIUM

DE SONO INSPECTO IN ORGANO, AD QUOD TRANSMITTITUR.

425. Vibrationes in corpore sonoro excitatae, et per aerem, sive per aliud quodcumque medium transmissae, auditus organum percellunt; inde soni *sensatio* progignitur. Auditus organum est *auris*. Externam ejus partem omnes cognoscunt, nam ex elastica cartilagine intus concava constat, quae cavitas in conchae figuram desinit, et ideo *concha* nominatur. In fundo hujus conchae incipit *meatus auditorius*, ellypticae figurae (Fig. 14. T. 5.); qui duros, et quasi corneolos habens introitus, nihil aliud est nisi tubus partim osseus, partim cartilagineus, tortuosus, in G ascendens, descendens vero in E, idcirco *tuba* etiam vocatur. In hoc meatu est *cerumen*, seu humor viscidus, ac biliosus, qui impedit ne insecta, aut alia externa corpora laedant organum auditus. Concha, et meatus auditorius constituunt *cavitatem exteriorem*. Meatus auditorius terminatur a membrana E, quae *tympani membrana* vocatur; haec autem membrana oblique apposita est respectu meatus, ne sonus recte ipsam feriat, sed post varias reflexiones in tuba factas oblique in membranam ipsam illabatur; quo artificio diutissime sarta tecta servatur, nec periculum est, ut a sonis intensioribus frangatur. Post tympani membranam sequitur cavitas insignis H, quae *Tympanum*, vel *tympani cavitas*, seu *cavitas media* dicitur; quia inter externam cavitatem, atque ultimum internum cavum intercedit: tota est ossea, ac repleta aere, qui cum aere externo aequilibratur. Existunt in tympano quatuor ossicula, quibus ab ea, quam habent figura, indita sunt nomina *mallei*, *incudis*, *ossiculi orbicularis*, et *stapedis*. Mallei *h* manubrium adhaeret membranae tympani, ad ejus medium fere excurrit, ejusque caput insistit corpori incudis *h*, quae duo habet crura: horum longiori adnectitur caput *stapedis n*, atque inter incudem, et stapedem interponitur *ossiculum orbiculare i*. Serviunt haec ossicula malleo affixa, ut membrana tympani tendatur, et relaxetur, convexior, vel planior fiat; ex quo fit, ut harmonice cum sono ipsam afficiente hient duo foramina, alterum *ovatum*, alterum *rotundum*, quorum primum *foenestra ovalis* dicitur, alterum foenestra *rotunda;* per quae sonus in tertiam auris cavitatem traducitur; utrumque foramen tegitur membrana sua, et basis stapedis insistit membranae foenestrae ovalis, quae membrana *velum membranaceum* dicitur. In tympano communicat etiam foramen aliud, quod ad tubi conici formam *m* continuatur, atque *tuba*

Eustachiana ab ejus inventore nominatur: haec in superiorem palati partem desinit, ita ut per ipsam libere ingredi, atque egredi possit aer naribus, atque ore exceptus, qui proinde ad tympani cavitatem pertingat. Ex hac communicatione, quae inter os, et aures per tubum eustachianum intercedit, fit, ut ore aperto, naribusque patulis, multo clarius audiatur sonus; et surdastri, quo melius audire possint, os teneant apertum.

426. Sequitur tertia auris pars interior irregularis figurae, post cavitatem tympani constituta, et per foenestram ovalem cum eadem tympani cavitate communicans. Haec *Labyrinthus* vocatur; in eoque tria occurrunt notanda, *vestibulum* nempe, *canales semicirculares*, et *cochlea*. *Vestibulum* est cavum, duas fere lineas longum, latum, et altum, irregularis figurae, utcumque ovatae *rs*, foenestrae ovali adjacens, ac tympani fundo parallelum. *Canales semicirculares* sunt tres canales ossei *m*, *n*, *o* quinque tantum orificiis in vestibulum *rs* hiantibus. Cochlea est canalis *pq* duas spiras cum dimidia absolvens. Tota ejus cavitas dividitur juxta sui longitudinem tenuissimo diaphragmate partim osseo, partim membranoso, quod *laminae spiralis* nomen obtinuit, quodque cochleam in duos distinctos canales dispescit, quorum unus ad vestibulum pergens, *vestibuli scala* nominatur, alter vero *scala tympani* vocatur, quia in tympanum immittitur, ejusque extremitas in rotundum foramen desinit, tenui membrana clausum, quae *tympanum secundarium* dicitur. Totus Labyrinthus nervosa pulpa vestitur, quae non est nisi protensio nervi mollis, qui *nervum auditorium*, seu *acusticum* constituit; omnesque Labyrinthi cavitates, vestibulum scilicet, canales, et cochleam aerem continere veteres docebant: verum easdem aqueo humore repleri docuit illustris Medicus Neapolitanus Dominicus Cotunnius, a quo proinde liquidi *Cotunniani* nomen accepit.

427. His breviter, et generaliori modo de hujus organi structura praemissis, sciendum est, auditus sensationi sequentes physicas operationes necessario praecedere oportere. Tremulae vibrationes in aere externo excitatae ad auris planitiem allabuntur; quum autem auris sit cartilaginosa, et elastica, easdem vibrationes a suis eminentiis in concham reflectit; hinc hae intensiores redditae ingrediuntur meatum auditorium, et tympani membranam concutiunt; hac tremiscente, aer in tympani cavitate hospitans, in tremores concitatur, et ad undas sonoras pariter redigitur, quas auget sonus per os, nares, et eustachianam tubam in eamdem tympani cavitatem ingrediens. Tremulae hae vibrationes malleo primum, deinde aliis ossiculis communicantur ad stapedem usque, quae in membranam ovalis foenestrae easdem transfert; hujus ictibus aqua in labyrintho inclusa ad motum concitata, nervum acusticum pervadit; nervus acusticus acceptum tremorem communi refert sen-

sorio, ibique propter mutui commercii leges soni sensatio in mente excitatur. Apparet ex hoc, sensationem auditus in tremore consistere nervorum acusticorum, exacte respondente tremori corporis sonantis: « videturque, ait Cotunnius (1), naturam congeneres « sensationibus, quae intra nos debent excitari, impressiones ner- « vis nostris communicare voluisse. Et quemadmodum in visu, « corporum imagines percepturi, imaginem in retina pictam acci- « pimus, sic auditu tremorem corporum haurimus pari tremore in « acusticis nervis excitato. Ut quemadmodum sonus in motu con- « sistit, motu etiam nevorum conciperetur ».

428. Hoc modo, generatim loquendo, soni sensatio gignitur. Videtur tamen alia ratione excitari posse; observationes plurimae namque innuunt, tympano deficiente, vel perforato; deficientibus etiam aliquibus ex ossiculis antea memoratis, sonum audiri, quamvis remissius. Constat quoque vibrationes cuilibet capitis parti communicatas sonum excitare. D. Wollaston expertus est (2) aeris rarefactionem in tympani cavitate efficere 1.° ut soni graviores ab aliquibus nullo modo audiantur; 2.° ut soni acuti ab aliquibus audiantur quibusdam in circumstantiis, ab aliis vero minime exaudiantur, quin hujus phaenomeni ratio assignari possit. Ex quo infertur circa hujus sensationis mechanismum plurimas esse quaestiones hactenus abstrusas, et congruam resolutionem desiderantes.

429. Idem etiam dicendum de quaestione illa, cur nempe idem aeris stratum, varia ratione motum, tot varios ac specie diversos sonos, graves nempe, et acutos, qui aliqua symphonia eduntur, eedem tempore transmittere valeat? Hoc permotus phaenomeno, statuit equidem clarissimus Mairanus aerem conflari ex totidem particulis heterogeneis diversa magnitudine, atque elasticitate praeditis, quot sunt praecipue sonorum species; quemadmodum in lucis radiis totidem sunt partes, quot sunt colores praecipui; ut proinde non omnes particulae aeque valeant sonos omnes excipere, et propagare, sed illae, quibus certa quaedam inest elasticitas, certum quoque determinatumque sonum transferre valeant; quibus alia aliam. At fluida elastica, quae quamvis partibus a particulis aeris toto coelo diversis constent, sonos tamen eodem modo ac aer transmittunt, perspicue demonstrant, hanc hypothesim gratuitam omnino esse, ac fundamento carere. Praeterea instrumenta pneumatica, quae prout eorum longitudo augetur, vel minuitur, graviores, vel acutiores edunt sonos, perspicue ostendunt sonorum diversitatem a diversa chordarum aerearum longitudine potius, quam ex earum diversa compositione pendere. Alii alia sentiunt; et princi-

(1) Dissertat. de aquaeductibus auris humanae internae n. XC.
(2) Philos. Transact. 1820.

pio *superpositionis parvorum motuum*, ut ajunt mechanici, quo fit, ut undae in diversis aquae stagnantis superficiei punctis excitatae propagentur secundum varias earum directiones, quin confundantur, phaenomenon istud explicare contendunt. Nos quaestionem hanc nondum satis exploratam in medio relinquimus.

430. Sed missis hypotesibus, inquiramus quidquid in auditus theoria certum exploratumque est. Quum itaque soni sensatio ex transmissione aerearum vibrationum in nervum acusticum excitetur (425.); patet, harum diversitatem quamdam varietatem etiam in sensationem inducere debere. Vibrationum diversitas ex diversa earum vel duratione vel intensitate oriri potest. De vibrationum duratione quaedam per summa capita diximus num. 393, 394. Quod autem ad earum intensitatem attinet, observamus hanc prout augetur, vel minuitur, validiores, vel remissiores sensationes gignere debere. Hinc minus audiuntur soni in locis dissitis excitati, vel per aerem minus densum atque elasticum transmissi; magis audiuntur noctu, quam interdiu, quando scilicet solis actio torrentes aereos diversae temperaturae, ac densitatis progignit (411.). Validior autem erit sensatio ubi vibrationibus aereis motu directo excitatis vibrationes reflexae ita junguntur, ut radii sonori nullatenus divergere nequeant. Quare ut soni sensationem intensiorem redderent, quaedam instrumenta Physici excogitarunt, quibus et reflexiones augentur, et radii phonici semper paralleli servantur. Duo sunt haec instrumenta, nempe *Tuba stentorea, seu stenterophonica* (*la tromba parlante*), qua sonus ad dissita intervalla propellitur, et *tuba auditoria* (*il corno acustico*), qua surdastris opitulatur.

431. Tubae stentoreae, quae ex materia elastica conficiuntur, quo validiores, ac diuturniores vibrationes efficiant, diversimode construi possunt. Simplicior est illa, quae ex tubo A B C D E ad instar coni truncati efformatur (Fig. 15.). Radii phonici L D, LK, qui ex ore hominis vociferantis per angustiorem orificium D K in tubam immittuntur, ab hujus interioribus parietibus ita reflectuntur, ut anguli incidentiae angulis reflexionis semper aequales sensim sensimque eousque imminuntur, donec nullum amplius angulum cum axe constituant, sed secundum directionem eidem parallelam procedant. Hinc si juxta hanc directionem produci concipiatur cylindrus ejusdem basis ac conus; ne unus quidem radius sonorus disperdetur, sed omnes simul juncti souum validiorem in ingentibus distantiis deferent. Maximo adjumento ejusmodi tubae navigantibus esse possunt iu tempestatibus, procellis, ac tenebris nocturnis: navigia enim, quae ad vocis ordinariae intervallum appropinquare tunc non audent, mutuo se consilio juvant; iu eadem navi remiges, et nautae mandatis reguntur; praefectus classis ad sparsas naves commode sua mandata emittit; quare omnes fere na-

ves hisce tubis instruuntur. Ut de reliquis hujus tubae usibus in obsidionibus, pugnis, et variis vitae necessitatibus sileam, hunc solum adjiciam, posse ejus ope eos sonos, quos inermi aure percipere ob distantiam minime valemus, facile ac distincte intelligi, si immittantur tubis ex lato orificio desinentibus in angustum canalem meatui auditorio inserendum; tunc enim radii sonori condensantur in angustiore intervallo, validiusque tympanum concutiunt. Hae minores *tubae auditoriae*, seu *acusticae* (Fig. 16.), surdastris eximie inservientes, data opera ab artificibus construi solent.

CAPUT QUARTUM

DE INSTRUMENTIS PNEUMATICIS, ET DE VOCIS ORGANO.

432. Instrumenta pneumatica, ut diximus (390), sunt omnes tubi diversae formae, in quibus aerea columna secundum suam longitudinem diversimode vibrationes conficere potest. In omnibus his instrumentis neque ex tubi materia, neque ex crassitie, neque ex diversa diametro pendent soni, sed tantummodo ex aereae columnae longitudine, et elasticitate, atque ex modo quo inflantur. Soni qualitas est diversa, prout tubus fit ex metallo vel ligno; id quod ex perfricatione, quam aer contra internas tubi parietes exercet, et ex quodam levi tremore, quem ipsae resonando concipiunt, pendere videtur. Duae hujusmodi Instrumentorum species distingui solent; instrumenta nempe, quae *simplici halitu* inflantur (*istrumenti a fiato*), et instrumenta, in quibus adest *lingula* (*istrumenti a linguetta*). In prioris generis Instrumentis, qualia sunt *cornua venatoria*, *buccinae*, *tybiae*, *fistulae*, etc. aer est corpus sonorum; vibrationesque in columna aerea eo prorsus modo conficiuntur, quo vibrationes longitudinales in chordis fiunt (399.). Instrumenta posterioris speciei, uti sunt illa, quae italice dicuntur *clarinetto*, *oboé*, *canne di organo* etc. ex duabus essentialibus partibus constant, *lingula* nempe, et *tubo*. *Lingula* est tenuis lamina vibrans, quae aereo torrente movetur. Ex aurichalco vel alio metallo elastico efformata, adnectitur parvo cylindro ligneo vel metallico, oblique secundum suam longitudinem excavato, et inserto foramini circulari, quod hiat in centro cujusdam obturamenti, a quo tubi superior extremitas clauditur.

433. In instrumentis posteriori ratione constitutis flatus ex ore hominis inflantis emissus in lingulam incurrens vibrationes in ipsam excitat; quae efficiunt ut hiatus alternis vicibus aperiatur, et claudatur. Hinc aer vicissim pertransit, et sistitur; atque ita vibrationes sonorae excitantur, quarum longitudo pendet ex numero vibrationum, quas lamina pro sua magnitudine, atque elasticitate

conficere potest. Praeterea idem aer ex suo in lingulam impactu dividitur, hujusque tenuior lamella in tubum ingressa, juxta hujus longitudinem radit intimam ipsius tubi superficiem, et aeream interiorem columnam leviter perstringit. Haec autem, nisu, qui est aequalis vi incumbentis pressionis atmosphaericae (nam, ut diximus, columna aeris interni est sicuti fides, quam tendit pondus, seu pressio atmosphaerica; flatus autem est uti plectrum, quod vellicat tensam illam columnam), conatur se pristino statui restituere, agit, et reagit, it, atque redit, ac proinde edit sonum. Ex quo patet, lingulam, tubum, et aeream interiorem columnam simul efficere, ut horum instrumentorum sonus specialem praeseferat qualitatem (1).

434. Licet nunc de vocis organo hic quaedam subtexere. Vocis organo instructa sunt omnia animantia, quae pulmonibus sunt praedita, mammifera, aves, et reptilia. In hominibus vocis organum est *Trachea*, seu *aspera arteria*, canalis nempe a faucibus ad pulmones extensus, per quem inspiratur aer, et expiratur. Hic canalis est fere cylindricus, et componitur ex circulis, seu annulis cartilaginosis simul junctis per interjectas membranas, quae pariter annulos flexibiles constituunt. Versus suam inferiorem extremitatem in duos minores ramos partitur, quorum unus ad dexteram, alter ad sinistram pergit in pulmonis substantiam: hi rami vocantur *bronchia*, et singuli in alios subtilissimos ramos distribuuntur, tandemque in eorumdem pulmonum vesiculas desinunt. Pars superior tracheae *larynx* vocatur, et versus cavum oris, cum quo communicat, desinit in rimam ovalem oblongam fere 8 vel 10 lineas, quae *glottis* dicitur. *Larynx* videtur speciatim esse vocis organum. Constat ex quatuor cartilaginibus, nempe *cricoidaea*, quae constituit partem infimam ipsius laryngis contiguam tracheae; *thyroidea* supra cricoidaeam sita, utrinque inflexa, et in cornua terminata, cujus prominens pars anterior est illa, quam *pomum Adami* vulgo appellant; et duabus *arythenoidaeis*, quae lateralem, et posticam laryngis partem componunt. Extenduntur interius per eas cartilagines duo ligamentorum paria, quorum duo superiora communiter *chordae vocales* appellantur, quaeque tendi possunt, et laxari: haec vero ligamenta in glottidem desinunt, quam idcirco secum tendunt vel relaxant. Glottis insuper dilatari atque stringi potest per arythenoidaeas ad se mutuo accedentes vel recedentes. Glottidi denique alia superimponitur cartilago *epiglottis* dicta, glottidis quasi valvula, folii hederae figuram imitans, antrorsum convexa, retrorsum concava; quae ita nectitur supremae parti glottidis, ut erigi, ac retro deprimi possit, et glottidem per-

(1) Vide Pouillet lib. V. c. V. n. 351.

fecte claudere, ne cibus aut saliva eam subeat in deglutitione.

435. Ex hac praerapida organi vocalis descriptione aliquatenus intelligere possumus qua ratione vox efformetur. In eo conveniunt omnes, aerem ex pulmonibus per glottidem data copia et velocitate prodire, ut datam vocem producat; qua vero ratione sonorae aeris vibrationes excitentur, inter omnes non convenit. Veteres, inter quos Galenus, et saeculo elapso Dodartus (1) tracheam esse verum Instrumentum pneumaticum autumati sunt, cujus varii soni nonnisi a glottidis dilatatione aut coarctatione essent repetendi; non secus ac sibilorum varietas a diverso modo quo labia aperiuntur vel clauduntur provenit. Hinc ajebant, in laryngis ascensu arctata glottis vocem efficit acutam, in descensu dilatata hanc efficit gravem; idque Dodartus confirmabat exemplo animalium hominumque, in quibus gravior est vox, ubi glottis amplior; vox acutior ubi arctior est glottis. At clarissimus Ferein (2) innumeris experimentis demonstravit vocis organum inter *Instrumenta mixta* esse recensendum, nempe instrumento pneumatico, instar tybiae, atque fidium instrumento instar clavicymbali simul esse simile. Nam si animalis recenter enecti trachea suis expolietur ligamentis, inepta prorsus evadit ad varios tonos reddendos, quamvis amplificetur glottis aut coarctetur: contra vero insufflato aere in tracheam suis ligamentis instructam, varii eliciuntur toni non secus ac in vivo animali eliciebantur. Haec experimenta tanto cum successu repetebat hic Physicus, ut recte de eo dictum fuerit, *vocem mortuis restituisse.*

436. His positis, vocem ita efformari concipimus. Aer e pulmonibus expulsus in tracheam, indeque in glottidem, percutit chordas vocales, quae pro tensione diversa diversos referunt tonos: hi porro exeunt per os, et nares, a quibus quamdam sibi comparant suavitatem (3). Editi per chordas vocales soni, tum lingua, tum motibus labiorum, dentibus, palato, in articulos seu verba conformantur. Ita rem se habere multiplici experimentorum genere probavit olim Ferein, et nuperrime D. Savart. Prae caeteris autem P. Fabri summa diligentia exquisivit qua ratione lingua et labia in cujusque syllabae efformatione componantur.

437. In avibus canoris organum vocis, seu glottis non in ore residet, sed in ima parte tracheae, ubi haec bifariam dividitur, et bronchia efformat; suprema autem tracheae pars in simplicem rimam

(1) Mem. de l' Acad. des Sciences de Paris an. 1700.
(2) Mem. de l'Acad. des Sciences de Paris an. 1740, 1743.
(3) Sicuti vox naribus hiantibus emissa suavitatem sibi conciliat; ita e contrario, si naribus obturatis edatur, est ingrata. Hinc admodum improprie tunc dicimus hominem *loqui naso*, quum potius *naso* minime loquatur.

desinit. D. Cuvier ostendit, avem aquatilem, cui caput amputatum fuerit, sonos articulatos per aliquod temporis intervallum adhuc edere (1). Anatomicae autem observationes demonstrant vocis organum in avibus esse valde implicatum, et ad varios graves et acutos sonos edendum mirifice conformatum. Sed ad nos haec disquisitio non pertinet (2).

(1) Vide Cuvier Leçons d'anatomie.
(2) Vide Annal. de Phys. et Chim. T. 32.

APPENDIX

DE PRAECIPUIS CHEMIAE NOTIONIBUS.

438. Quum omnes naturalis Scientiae partes, utpote quae sub diversis adspectibus idem semper objectum (res nempe corporeas) contemplantur, tam indivulse inter se cohaereant, ut una alterius opem poscat, ac inter se conjurent amice (n. 1); quumque plurima phaenomena, quae in Physica explicantur, ac plurium corporum natura, nec non *imponderabilium* actio in materiam ponderabilem perfecte cognosci nequeant, nisi in subsidium vocentur praecipua Chemiae principia; eaque aliunde sit nostrorum Studiorum ratio, ut Juvenes, qui ad Physicam accedunt, Chemiae notionibus sint omnino jejuni: hinc operae pretium ducimus, antequam Physicam particularem in sequenti volumine tractandam adgrediamur, eas saltem Chemiae praecipuas notiones exponere, cujus ignoratio obscuritatem, ac tenebras prorsus densissimas iis, quae postea dicturi sumus, passim offunderet: Chemia enim corporum intimam compositionem perscrutatur; quaenam substantiae sint simplices, quaenam compositae perquirit; sub quibus denique proportionibus ac legibus ipsorum corporum elementa uniantur, vel separentur, expendit. In hac itaque brevi tractatione (quam ideo in hoc volumine transtulimus, ne alterius voluminis moles, addito Cosmographiae Tractatu, nimium excresceret) generaliores ac praecipuas Chemiae notiones per summa capita exponemus.

439. Quaelibet corpora, quae in sensus nostros incurrunt, ex variis simplicioribus particulis, seu *elementis* esse composita, nullus adhuc inficiatus est, vel saltem in dubium id revocavit. Attamen in horum elementorum numero determinando numquam concordes fuerunt Philosophi; nullo namque pacto terminus tuto definiri potest, qui in corporum divisione reapse sit ultimus, ut vera sic dignoscantur componentia. Hinc factum est, ut variae in hoc elementorum numero definiendo fuerint eorum sententiae. Antiquiores enim, quum materiae vicissitudines observassent, et a fossilibus vegetabilia, ab his vero animantia incrementum accipere; corpora vero quamplurima ex aliorum corporum corruptione oriri perspexissent; materiam omnem esse *homogeneam* putarunt; corporum vero *diversitatem ex varia hujus materiae primae dispositione* originem ducere statuerunt. Post Empedoclem vero Aristoteles, et hinc universa Peripateticorum, ac Scholasticorum turba *quatuor* dumtaxat esse primigenia corporum elementa, *ignem* nempe, *aquam*, *aerem*, et *terram* propugnarunt; et Vitruvius ipse hoc innixus principio, piscium, avium, ac reliquorum animantium vitam, actionesque explicare contendit. Tanta autem fuit hujus opinionis efficacia, ut

saeculis retroactis complures Chemiae cultores (qui *Alchimistarum* nomine cognoscuntur) in requirendo *lapide philosophali*, cujus ope materia quaelibet in aurum permutari posset, permultum temporis ac operae insumpserint. His quatuor elementis alia deinde accesserunt, quae Chemici saepe inveniebant in corporum resolutione ; ideoque ad elementorum catalogum augendum *salia* accesserunt, *olea*, et *spiritus*. Quum autem analysis chemica purior, et ab omni praesumptione libera facta fuit (1), quamplurima inter recepta elementa invenit, quae composita sunt, et in alia simpliciora fatiscunt, nullaque idcirco simplicitate, hic omnino requisita, donantur: alia vero, quae composita putabantur, nunc simplicia reperta sunt; ita ut hodie extra omnem dubitationis aleam constitutum sit, dari numerum quemdam *elementorum simplicium*, ex quorum coagmentatione *corpora composita* efformantur; ita tamen ut *simplicia* dicantur ea, quae talia videntur, etsi fortasse talia non sint: haud enim improbabile est, quod quemadmodum olim corpora composita pro simplicioribus habita sunt, sic tractu temporis, accuratiori observatione et experientia, composita forte inveniantur, quae a nobis inter simpliciora recensentur.

440. Elementa, seu *substantiae simplices* primo in *ponderabiles*, et in *imponderabiles* dividuntur. Substantiae *imponderabiles* (si tamen substantiae sint appellandae, a multis enim veluti *efficientiae* putantur) quatuor sunt, nempe *Caloricum*, *Lux*, *fluidum electricum*, ac *fluidum magneticum*; quamvis recentiora, et accuratiora experimenta

(1) Hujus Scientiae accuratiores notiones initium habuerunt saeculo VIII post Christum natum, quamvis tuto affirmari possit, permultis retro saeculis in ea excolenda aliquos Philosophos suam operam navasse. Saeculo VIII vixit Geber, qui Scholae Chemicae Arabae fundator extitit. Tunc autem, sicut et sequentibus saeculis, Chemia nihil aliud erat, nisi *Alchimia* ; ejus nempe cultores in inquirenda *lapide philosophali, elixir longae vitae, ac universali panacea* unice versabantur. Post Geber, celebriores Arabum Alchimistae fuerunt Rhares, Avicenna, Mesnes, Averrnes, etc. Haec Arabum Chemia in Europam irrepsit saeculo XIII. Rogerius Baco, Ordinis nostris ornamentum, primus inter Christianos Occidentis de Chemia scripsit; pluresque in ejus operibus reperiuntur processus, qui falso recentioris inventionis esse putantur. Albertus Magnus, Arnaldus a Villanova, Raimundus Lullus, ac denique Paracelsus inter celebriores Alchimistas recenseri debent. Post Paracelsum, Van-Helmontius, Cassius, Libavius, Glauberus, et Bernardus Palissy meliori sane viae se commiserunt, ac Scientiam novis additamentis locupletarunt. Saeculo XVIII ineunte, floruit Stahlius an. 1734, qui *phlogisti* theoriam invexit, quae quamvis errónea, multum hujus Scientiae patrimonium auxit. Chemiae vero recentioris parentes fuerunt Scheele Germanus, anno 1742 ortus; Priestley Anglus anno 1733, et maxime percelebris, sed infelix Lavuisier Gallus, qui primam de hac re Dissertationem annu 1770 edidit. Priestley primus *oxygenium* detexit; Lavoisier vero hujus corporis ingentem utilitatem demonstravit, et phlogisti theoriae interitum attulit. Huic etiam actualis hujus Scientiae nomenclatura debetur. Dalton, Davy, Faraday maximo cum fructu hanc eamdem in Anglia nostris diebus excoluerunt: horum primo systematis atomistici idea debetur; alter vero, ope pilae Voltae, plures simplices subtantias detexit: celebriores vero Chemici sunt Brugnatelli, Liebig, Mistcherlich, Dumas, Regnault, Berzelius etc.

ejusdem esse naturae tam fluidum electricum, quam magneticum luculenter demonstrare videantur; et illustris Macedonius Melloni Lucem a Calorico, quae duo idem putabantur, omnino diviserit. Pro *imponderabilium* itaque accurata enumeratione tantisper expectandum est, donec res uberiori luce clarescat. Substantiae *simplices ponderabiles*, quamvis varius et incertus sit earum numerus, ad 57 hodie rediguntur, quae in *metallicas* et *non metallicas* dispescuntur. En earum catalogum ordine alphabetico.

TABULA ELEMENTORUM SIMPLICIUM, ET SIGNORUM, QUIBUS INDICANTUR.

SIGNUM	NOMEN ELEMENTI	SIGNUM	NOMEN ELEMENTI
Ag	Argentum	Ni	Nicolum (Nichel)
Al	Allumium	O	*Oxigenium
As	*Arsenium	Os	Osmium
Au	Aurum	P	*Phosophorum
B	*Borum	Pd	Palladium
Ba	Baryum	Pb	Plumbum
Bi	Bismuthum	Pl	Platinum
Br	*Bromum	Po (K)	Potassium (Kalium)
C	*Carbonium	R	Rodium
Ca	Calcium	S	Sulphur
Cd	Cadmium	Sb	Stibium (antimonio)
Ce	Cerium	Sd (Na)	Sodium (Natrum)
Ch Cl	*Chlorum	Se	*Selenium
Co	Cobaltum	Si	*Silicium
Cr	Chromum	Sn	Stannum
Cu	Cuprum	Sr	Struntium
F	*Fluorum	Ta	Tantalium
Fe	Ferrum	Te	*Tellurium
Gl	Glucinium	Th	Thorium
H	*Hydrogenium	Ti	Titanium
Hy	Hydrargyrum	Tu W	Tungstenum seu Wol-
J	*Jodium		(framium
Ir	Iridium	U	Uranum
L	Lithium	V	Vanadium
	Lantanum (*nondum de-*		Ytrium
	terminatum)		Zincum
Mg	Magnesium	Y	Zirconium
Mn	Manganum	Zn	
Mo	Molibdenum	Zr	
N (Az)	Nitrogenum (*azotum*)		

Harum substantiarum, illae, quae asterisco notantur, sunt *non metallicae*; reliquae vero omnes sunt *metallicae*. Priores a posterioribus distinguuntur his duobus characteribus, quod nempe illae minus aptae sint ad *conducendum* caloricum, ac electricum, et gravitate specifica parvi momenti polleant. Substantiae vero *simplices metallicae*, sive *metalla*, sunt quaedam corpora dura, opaca ponderosa, combustioni apta, quae caloricum, et electricum *conducunt*, quaequae dum poliuntur splendorem sibi proprium, qui *metallicus* dicitur, induunt. Duobus in distinctis Capitibus breviter loquemur 1.° *de substantiis non metallicis*, 2.° *de substantiis metallicis*.

CAPUT PRIMUM

DE SUBSTANTIIS NON METALLICIS.

441. Omnes substantiae *simplices non metallicae* vocantur etiam *combustibiles*, seu *oxygenationis* capaces, excepto dumtaxat *oxygenio*, quod *comburens* dici solet. Quumque inter has simplices substantias nulla sit, quae, ut oxygenium, tam universalem, validamque affinitatem exerceat cum omnibus terrae corporibus; hinc est quod corpora omnia, quae in rerum universitate habentur, vel ut *oxygenata* seu *combusta* considerari possint, vel ut horum aggregatio. Praestat itaque de *oxygenio* paullo fusius loqui.

442. Ob ingentem affinitatem, quam *oxygenium* cum omnibus corporibus habet, fit ut numquam illud purum, et ab omni conjunctione separatum habeatur, sed aliquando formam solidam induat, aliquando vero liquidam, vel aeriformem. Ut purum haberi possit, in gas redigendum est; quo in statu in aere atmosphaerico existit. Tunc vero est invisibile; et quo purius est, eo magis odore, ac sapore caret. Extrahi potest hoc gas ex omnibus fere corporibus, praecipue autem ex *oxydo rubro hydrargirii*, seu ex *praecipitato rubro*, ex *nitro*, ex *oxydo magnesii nigro*, ex *nitrato potassae*, et ex pluribus vegetabilibus (1). Educitur autem hoc modo. In retorta vitrea A (fig. 17 T.V.) ponuntur ex. g. 100 grana *praecipitati rubri*, seu *oxydi rubri hydrargirii*: collo hujus retortae inseritur tubus B, cujus inferior pars incurva C desinat in lagenam inversam D, aqua plenam, quae aquae in receptaculo M N contentae superimposita sit. (Hoc est quod dicitur *apparatum hydropneumaticum*). Postquam retortae A ignis suppositus fuit, hic agere incipit; hinc post aliquod temporis intervallum gas ex oxydi fermentatione

(1) Vide Thenard, *Traité de Chimie*, T. 1 pag. 127, Paris 1818, et Pianciani Inz. Fisico-Chimiche Cap. V, VI. e seg.

evolvitur, per tubum B C excurrit, et aquam trajiciens, petit summum lagenae; aquam in ipsa sitam sensim sensimque vi sui elaterii deorsum detrudit, atque ita solo gas repleta invenitur lagena D, quae probe obturanda est sub aqua, ut gas in ea collectum servari possit. Pondus hujus gas est ad pondus aeris atmosphaerici ut 1,111: 1. Hoc est *gas oxygenium*. Praestat ut primae aeris bullae per tubum erumpentes avolare sinantur; ipsae enim non sunt, nisi aer atmosphaericus, qui in retorta A, adnexoque tubo recurvo continetur. Interea quum, operatione completa, oxydum rubrum hydrargirii in retorta inveniatur esse granorum 92; liquido infertur, *oxydum rubrum* ex 92 partibus hydrargirii, et 8 oxygenii esse compositum; id quod *analysis Chemicae* facillimum exemplum etiam suppeditat. Hoc gas evolvitur quoque ex viridibus plantarum foliis, ubi lucis actioni sint expositae, ut constat ex innumeris captis experimentis a Priestley, Inghenoutio, aliisque. Obtinetur denique ex aquae decompositione, quae fit per Pilam Voltae, ut suo loco dicemus.

443. *Gas oxygenium* superiori ratione eductum (442), fluidum aeriforme constituit, cujus ope combustio, ac animalium respiratio unice sustineri potest. Hoc gas *aer vitalis purissimus, empireus* etc. a veteribus Chemicis appellatum fuit, et a Priestley etiam *aer dephlogisticatus*, quum perfecte omni *phlogisto* (1) destitutus crederetur. Ubi enim ad corpora, quae comburuntur, applicatur, exustionem vivissimam reddit, ingenti calore ac splendore sociatam. Candela accensa, si statim extinguatur, et vix extincta in hoc gas mergatur, ejus flamma iterum reviviscit, ac vividiori luce splendescit, quam antea in aere communi. Metallum ipsum in hoc gas ita incenditur, ut luceat quemadmodum candela in aere atmospherico. Si frustulum fomitis accensum filo ferreo infigatur, et in eodem gas mergatur, fit ut ferrum ipsum ad aliquam usque longitudinem vivide colluceat, incandescat, scintillet, sensimque in guttulas fusum dilabatur, quae vas vitreum liquefacere valent; id quod evenit etiam, si pro accenso fomite adhibeatur tantummodo pars extrema ferrei fili aliquantulum complanata et incandescens. Valde etiam animalium respirationi inservit: in eo enim animalia liberius respirant, et diutius vivunt, quam in pari volumine aeris communis, tametsi ille hic fuerit, qui *purissimus* vulgo appellatur (2). Ob hanc rationem, animadvertit Davy (3), *aer vitalis* appellari solet. Hinc avicula in vitrea campana inclusa, quae aerem ibi contentum inspirat, postquam illum consumpsit, languescere incipit,

(1) Vox graeca φλογιστικον *rem inflammari capacem* significat; quo circa *phlogisti* nomine principium inflammabilitatis intelligebant veteres Chemici.

(2) Hic autem notandum, animalia gas oxygenium purum respirantia pulmonibus laborare, et ob hanc caussam aliquando mortem oppetere.

(3) *Elem. de Philosoph. Chim.* T. I. p. 373, Paris 1815.

ac deinde etiam moritur; illico autem reviviscit, ubi gas oxygenium in campanam immittatur. Hic tamen animadvertendum, hoc idem gas diutius inspiratum animantibus nocere posse; ex ejus enim actione nimium vehementi augetur calor animalis, pulsus acceleratur, ac pulmonum inflammatio produci potest. Denique hoc gas est pars essentialis tum aeris atmosphaerici, tum aquae; aer enim atmosphaericus ex duobus principiis constat, nempe ex gas oxygenio et ex gas azotico ita inter se combinatis, ut ex 100 aeris atmospherici partibus, 20,81 ad gas oxygenium pertineant, et 79,19 ad gas azoticum spectent; scilicet prius est ad secundum ut 1: 4 circiter; aqua vero ex gas hydrogenio et gas oxygenio componitur, quorum proportiones sunt ut 11,71 ad 88,29, nempe ex 100 aquae partibus priores ad gas hydrogenium spectant, posteriores autem ad gas oxygenium. Gas oxygenium denique locum habet in animantium, vegetabilium, ac fere in omnium fossilium compositione (1). Hinc est, quod plurima metalla, ubi aeri atmospherico manent exposita, *oxydantur*, et *rubiginem* concipiunt: quod ut impediatur, pictura olearia illini solent. Vinum, aliaque liquida aeri diu exposita sub calenti temperie, acida evadunt: quumque sulphuris combustio oxygenium absumat, patet ratio cur in doliis, ubi vinum acescere incipit, sulphur comburi soleat ut principium acidificans tolli possit.

444. Animadvertendum hic venit, quod corpora, quae in gas oxygenio comburuntur, ipsum absorbent, eorumque pondus augetur, et ea quidem ratione, ut illud incrementum deficienti aeris ponderi perfecte respondeat. In combustione igitur, dum oxygenium fluiditatem suam deponit, et corporibus concretum adhaeret, a calorico et luce separatur; quae quidem separatio et aestum et fulgorem excitare debet; quamvis hujus phaenomeni caussa non satis sufficienterque sit explorata. Illud tamen certum est, corpora comburenda aliquantulum semper calefieri debere; hujusque temperaturae gradum pro variis corporibus varium esse.

445. Dum porro oxygenium cum corporibus conjungitur, novam prorsus faciem haec assumunt, novasque omnino induunt proprietates. Inter caeteras mutationes (quas apud Chemiae scri-

(1) Ex eo quod hoc gas e viridibus plantarum foliis lucis actioni expositis evolvitur, patet, plantas ac arborea vegetatione sua plurimum conferre ad aeris atmosphaerici salubritatem; hinc illud sensibile virium vitalium incrementum, quod experimur ubi aerem campestrem in loco arboribus consito respiramus. Hinc etiam ad sanandum impurum aerem in populosis urbibus, in stagnis, in coemeteriis, aliisque id genus locis, nihil melius est, quam ut hac illac plantentur arbores, quae radiis solaribus pateant. Denique hominibus vel frigore correptis, vel aqua submersis, vel asphixia fere mortuis perutilis esse potest hujus gas inspiratio, vel insufflatio; id quod clare etiam perspicitur ab iis, qui statim ac ab aliquo clauso loco egrediuntur, et aerem liberum respirant, veluti refocillantur ac vires deperditas resumunt.

ptores videas, si lubet), ea potissimum locum habet, qua memorata corpora in *acida* vertuntur. *Acida* a Chemicis dicuntur corpora cum oxygenio combinata, quae peculiarem, linguae imposita, saporem excitant aceti saporem plus minusve aemulantem; succis vero vegetabilibus violaceis, ut ex. gr. tincturae heliotropii admixta, colorem statim rubrum communicant. *Acida* ergo semper ex aliqua materia sunt composita, quae intime cum oxygenio conjungi potest, eidemque *basim* veluti suppeditat (quae idcirco satis apte a Chemicis *radicale* appellatur), et ex ipsomet oxygenio, cujus proprietas haec est, ut radicalia cujuscumque generis illa sint, in acida commutet, unde etiam nomen accepit. *Oxygenium* enim a duabus graecis vocibus ὀξύς, *acidum*, et γείνομαι, *genero*, derivatur, ideoque *acidi generatorem* significat: operatio autem, in qua descripta oxygenii et radicalis conjunctio ad acidum generandum concurrit, *oxygenatio* dicta est. Varii tamen oxygenationis gradus dari possunt, pro varia oxygenii cum radicale conjunctione, quae vel a diversa affinitate pendet, qua radicale, et oxygenium ad se invicem feruntur; vel a diversa oxygenii quantitate, quae in operatione adhibetur. Ubi radicale eam oxygenii quantitatem assumit, ut novam quidem faciem acquirat, sed non ita exuberantem, ut in apertum acidum commutetur, tum quod inde nascitur, *oxydum* appellatur; cujus haec est proprietas, ut in heliotropii tinctura nullam alterationem inducat; quinimmo si ex acidi alicujus actione haec evaserit rubra, violaceum colorem eidem restituat.

446. Quodvis radicale pluribus diversae speciei *oxydis*, ac *acidis* locum dare potest. Oxyda, pro variis eorum oxygenationis gradibus, epythetis *proto*, *sesqui*, *deuto*, *trito*, etc. distinguuntur, diciturque ex. gr. *protoxydum*, *deutoxydum*, *tritoxydum stanni* etc. Oxydis vero altiori gradu oxygenatis vox *per* adjungitur, ita ut pro *stanni tritoxydo* etiam *stanni peroxydum* dici possit. Quum porro *oxydum* satis oxygenii denuo accepit, ita ut aciditatem sensu percipiendam acquisierit, acidum inde exurgens peculiarem desinentiam in *osum* habebit: quod si nova oxygenii quantitas eidem accedat, quae pleniorem in oxydo acorem constituat, ejus desinentia erit in *icum*. Si prima sulphuris oxygenatio *oxydum sulphuris* dicitur, secunda dicitur *acidum sulphurosum*, tertia vero *acidum sulphoricum*. Sunt et acida, quae ex duorum corporum combustibilium simplicium combinatione efformantur non quidem oxygenio ingrediente, sed *hydrogenii* dumtaxat interventu. Tunc vero designantur etiam desinentia in *icum*, qua terminantur duorum componentium nomina; ita ut *acidum chlorhydricum*, *acidum iodhydricum* etc. dicatur acidum illud, quod ex combinatione *hydrogenii* cum *chloro*, et *iodo* efformatur.

447. Acidis praeterea a proprio radicale et oxygenio compositis, maxima inest propensio ut cum aliis corporibus conjungantur: quod ubi efficiunt, nova corporum genera habentur, in qua corpora componentia propriam indolem non retinent, sed novam omnino adipiscuntur; corpora quae hoc pacto obtinentur, *salia* vocantur. In horum genesi duo semper consideranda veniunt, *acidum* nempe, a quo salina forma induitur, ac ut principium *salificans* haberi debet; et corpus, quod *salinam* formam recipit, et *basis* munere veluti fungitur. In hoc casu, nomen, quo haec vocanda erunt, duplici voce continebitur; prima, quae *acidum*, sive principium *salificans* indigitat, desinet in *as* si acidum desinebat in *icum*, et in *is* si acidum desinebat in *osum*; altera vero adjuncta, quae omnem *salium* differentiam indicabit, utpote a basi illata, quae in omni specie differt. Ita ab *acido sulphurico* et *protoxydo plumbi* gignitur *sulphas protoxydi plumbi*; ab *acido* vero *sulphuroso*, et *oxydo potassii*, *sulphis oxydi potassii* habetur. Hic *oxyda* tum *plumbi*, tum *potassii*, *basium* munere funguntur. Eodem modo *phosphas* habetur et *phosphis*, *acetas* et *acetis*, *nitras* et *nitris*, prout acidi generatoris radicale diversa oxygenatione acescit. Quaedam *oxyda*, quae majorem habent cum acidis affinitatem, ideoque *bases* valentiores inveniuntur esse, *alcalia*, seu *bases alcalinae* vocantur; ut sunt *oxyda calcii*, *strontianae*, *lidii*, *sodii*, *potassii* etc. Saepe in nomenclatura adhibetur nomen *nitrosum* et *nitricum* pro *azotoso*, ac *azotico*, et *muriaticum* pro *chlorhydrico* vel *hydrochlorico*.

448. Duorum corporum combustibilium combinatio extra statum aeriformem, seu absque *forma gazosa*, horum duorum corporum nomine designatur, ita tamen, ut eorum primum desinat in *urum*, adjecta etiam, si opus sit, voce *proto*, *deuto*, etc. Ita obtinetur *protochlorurum*, et *deutochlorurum mercurii*; *iodurum ferri* etc. Si vero haec combinatio sit in forma gassosa, corpus posterius desinit in *atum*, ita ut dicatur ex. gr. *gas hydrogenium arsenicatum*, *gas hydrogenium bicarbonatum* etc. (1).

449. *Gas azoticum* (il gas azoto), ita dictum quia vitam animan-

(1) *Theoria atomica*, seu *Lex definitarum proportionum*, post Mechanicae Leges, inter accuratiores Scientiae Naturalis veritates est adnumeranda. Ut compositionem atomorum cujusque corporis aliqua formula exhiberent, hanc simplicissimam regulam excogitarunt Chemici. Omnia corpora simplicia litteris initialibus designantur; deinde *exponente* in parte harum initialium dextera, et altius collocato, exprimitur numerus atomorum cujusque corporis simplicis, quae in alicujus substantiae compositionem ingrediuntur. Sic Fe *ferri atomum repraesentat*: FeO *atomum protoxydi*; $Fe^{2}O^{3}$ *atomum peroxydi*; MnO *et* $Mn^{2}O^{3}$ *atomos protoxydi*, et *sesquioxydi manganensis*. Quaecumque autem sit opinio, quam de hujus theoriae veritate aliquis animo concipiat, negari nequit, harum brevium formularum, et tabulae ponderum atomieorum usum simultaneum ad omnes chemicas corporum reactiones declarandas esse aptissimum.

tibus adimit (1), ratione praecipuarum proprietatum gas oxygenio plane oppositum est. A veteribus appellatum fuit quoque *aer phlogisticatus*, eo quod maxima ejus pars a *phlogisto* suppeditari putabatur. A recentioribus vero appellatur etiam *nitrogenum*, et a Brugnatellio *Septonum*. Detectum fuit anno 1772 a Rutherford Botanices Professore in Academia Edimburgensi. Nullam vim habet ad combustionem et respirationem sustinendam; ideoque statim in eo ignis extinguitur, et animalia vitam amittunt; idque non ex aliqua ejus letifera proprietate, verum ob solam oxygenii absentiam; eaque de causa *mephitis atmosphaericae* nomine etiam innotuit. Hoc gas, ut purum habeatur, educi debet ab aere atmosphaerico, cujus circiter $\frac{4}{5}$ partes, ut diximus (443), constituit: educitur autem hoc modo. Intra vas vitreum aere atmosphaerico plenum immittitur frustulum *phosphori*; deinde vas exponitur temperiei 15 graduum thermometri Reaumuriani: phosphorum unius diei intervallo *oxygenium* absorbebit ex aere atmosphaerico, et aer in vase residuus erit *gas azoticum* cum parva quantitate gas acidi carbonici, et aquei vaporis; illud ope potassae destrui potest, hic vero ope salis, qui *chlorurum calcii* dici solet, ut Chemici docent. Educitur etiam ope *acidi nitrici* e musculosis recentibus animantium partibus, quorum praecipuam componit materiam; immittendo nempe frustulum carnis muscularis in vas acido nitrico aqua diluto plenum, et admovendo illud igni, ut calorem concipiat graduum circiter 32°; tunc enim statim evolvi incipiet gas azoticum, quod facile colligi poterit. Obtinetur denique iis omnibus substantiis, mediisque, quibus aeri atmosphaerico gas oxygenium abripitur; inde enim non superest, nisi gas azoticum. Ejus pondus specificum est ad aeris atmospbaerici pondus ut 0,9760 : 1. Hic animadvertendum venit, de *azoti* simplicitate a quibusdam dubitatum fuisse, et anno 1845 Ephemerides Regni Neapolitani evulgasse ejus compositionem, quam detexisse enuntiavit Dr. Schonbein in sua ad Aug. de la Rive Epistola anno 1844. Sed azoti simplicitatem validioribus argumentis propugnat illustris Chemicus Cantù (2). In aere atmosphaerico actionem valde vehementem oxygenii tam in combustione quam in respiratione hoc gas mitigare solet.

450. *Hydrogenium* (l'Idrogeno) jam ab initio saeculi XVII notum, *aer inflammabilis* a veteribus ideo nuncupabatur, quia statim accendi soleat, admota ei facula, et aeris interventu: a recentioribus vero vocatur *gas hydrogenium* (3), scilicet *aquam generans*; *ana-*

(1) Ab α privativa, et ζοή, vita.

(2) Vide il Rendiconto delle Adunanze della R. Accademia delle Scienze di Napoli An. IV. n. 19, pag. 66.

(3) Ab ὕδωρ, aqua, et γενέτηρ, generator.

lysi enim et *synthesi* constat, ex combustione oxygenii cum hydrogenio mixti aquam gigni. Variis modis obtineri potest, quamvis non semper obtineatur omnino purum. Si super ferri, vel zinci scobem, ex. gr. versetur acidum vitriolicum aqua dilutum, pondus autem scobis sit ad acidi pondus ut 8: 1, statim oritur effervescentia, ex qua hoc gas evolvitur. Evolvitur etiam ubi accensi carbones, seu ignitum ferrum intra aquam repente immerguntur, nec non ex aquis stagnantibus in illa bullularum serie, quam erumpere in superficiem videmus, quoties subiectus limus removeatur. Obtinetur quoque ope fistulae ferreae candescentis, cujus parti extremae adnectatur tubus frigidus recurvus ad phialam usque in apparatu hydropneumatico productus: aqua siquidem per candescentem fistulam fluens, decomponitur; oxygenium cum interiore ejusdem tubi pariete combinatur, hydrogenium vero, et quidem purius, magnaque in copia, liberatur, assurgit, et colligi in phialis facillime potest. Denique obtinetur ope Pilae Voltae ex aquae decompositione, ut suo loco videbimus. Sponte etiam gas hydrogenium producitur in fodinis, in sepulchris, in cloacis, in animalium visceribus, in cisternis, in locis paludosis, praesertim si vegetabilia fuerint in iis macerata, vel animalia fuerint putrefacta. Refert Poli (1) quum Augustae Taurinorum degeret, evenisse, ut accensa charta cloacae recens apertae injecta, subito detonaret fragore plurium bellicarum balistarum persimili, flammaeque horribiles simul apparerent, quae spatium amplius 40 pedibus quum occupassent, oppositae domus fenestras pervadentes, vitra in minutissima fragmenta comminuerunt, deinde respondentia iis cubicula penetrarunt, tantusque metus incolas corripuit, ut brevi se interituros timerent. Sunt terrae quaedam, ex quibus gas hydrogenium sponte emittitur: omnibusque notum est, D. Volta fontes, terrasque inflammabiles ex collecto gas hydrogenio artificiose confecisse. Hujus etiam gas uberiorem naturalem scaturiginem hodie reperiri apud castellum Gratiot in Provinciis Unitis Americae referunt Ephemerides Academiae Scientiarum Neapolitanae, quibus titulus *Rendiconto della R. Accademia delle Scienze* (2). Gravitas specifica hujus gas est ad aeris atmosphaerici gravitatem ut 0,0688: 1; id est illa quater et decies est minor quam ista. Patet itaque ratio cur in aereis navigationibus tanto cum successu adhiberi soleat, ut diximus supra (332).

451. Si fistulae, ex qua gas hydrogenium emittitur, facula quaevis, vel scintilla electrica admoveatur, statim gas accendi conspicietur, ejusque flamma vividissima ad fistulae extremum consistet:

(1) Fis. Sperim. T. III. Lez. XVIII. Art. XI, n. 1024.
(2) Num. 17, pag. 378.

huic autem flammae si vitreus tubus amplioris diametri imponatur, qui eam circumdare possit, quidam sonus habebitur, major vel minor pro varia tubi latitudine, longitudine, ac crassitie; qui sonus diversos tonos edere potest, si tubi diversae diametri successive apponantur; ex quo factum est, ut hoc phaenomenon *armoniae chemicae* nomen obtinuerit (401, not.). Ut autem gas hydrogenium accendi possit, aeri atmosphaerico, vel gas oxygenio commisceri debet: quod si haec commixtio locum non habeat, vel in aeris amplo contactu non existat, non modo accensio non sequitur, verum et facem admotam illico extinguit. Illustris Volta, quum tertiam partem fistulae cupreae, cujus reliquae duae partes ab aere atmosphaerico occupabantur, gas hydrogenio, ope syringae, replevisset, fistulaeque os obturamento subereo opplevisset, admoto candente filo metallico, vel scintilla electrica ad parvum foramen, quod cum interna ejus cavitate communicabat, expertus est maxima cum explosione hydrogenium inflammari, non aliter ac si parvum bellicum tormentum exploderetur. Ubi vero duae partes hydrogenii cum una oxygenii misceantur, vehementiorem fieri explosionem hodie compertum est, unde hanc commixtionem *gas detonans* Chemici vocant. Hoc phoenomenon originem dedit Instrumento illi omnibus notissimo, quod *Pistola di Volta* italice appellatur. Omnibus his casibus hydrogenium cum oxygenio combinatur, et aqua obtinetur, quae ex duabus hydrogenii partibus, et una oxygenii constat, ea ratione inter se combinatis, ut ex 100 aquae granis 88,29 oxygenium constituant, et 11,71 hydrogenium, ut diximus (443).

452. Gas hydrogenium quamvis sit combustibile, tamen ineptum est tam combustioni, quam respirationi: animalia enim in eo respirantia vehementibus primum conflictantur convulsionibus, ac demum vitam amittunt, praecipue ubi hoc gas cum carbonio vel sulphure commixtum fuerit. Abbas Fontana quum illud inspirare tentasset, ad tertiam inspirationem vitae periculum sensit. In omnibus fere organicis substantiis reperitur, cujus est unum ex praecipuis elementis; sed maxime in vegetabilibus: quapropter gas hydrogenium artificiale, quo ad illuminandum vias in primariis Civitatibus hodie utuntur, ex carbonibus fossilibus educi solet. Vide, inter coeteros, Poli (1).

453. *Carbonicum* (il carbonio) est unum ex principiis uberioribus omnium partium solidarum tum animantium, tum vegetabilium: valde etiam copiosum est in regno minerali; sed numquam purum invenitur sive in carbonibus artefactis, sive in fossilibus: purum tantummodo haberi posset ex adamante, qui nihil

(1) Lez. di Fis. Sperim. T. III. Lez. XVIII. Art. XI.

aliud est nisi *carbonicum* purum crystallizatum, quique quum vi ignis vehementioris in aere atmosphaerico exuritur, cum oxygenio combinatur, et *gas acidum carbonicum* producit. Extrahi solet e marmore contrito, e terra calcarea, e creta in pulverem comminuta, et ex aliis id genus substantiis ope acidi sulphorici aqua diluti. In vinosa fermentatione non exigua ejus quantitas colligitur. Experimentis praeterea evincimur hujus gas naturam non differre a fluido, quod sub aeris forma evolvitur ex inflatione carbonis. Plurimum quoque hujus fluidi evolvitur ex terrae visceribus, praesertim in regionibus vulcanicis, maxime post conflagrationem, ut in Neapolitano Vesuvio saepissime est observatum. Quumque ejus gravitas specifica aeris communis gravitatem excedat circiter $\frac{1}{2}$ parte (ejus enim gravitas est ad aeris gravitatem ut 1,527:1.), et difficillime cum eo consocietur; hinc fit ut quandoque aliquibus in locis efficiatur stratum satis altum hujus aeris, in quo animalia subito intereunt. Id videre est in *Antro Canis* Neapolim inter ac Puteolos posito, ubi hoc gas supra solum ad dimidii circiter pedis altitudinem assurgit; unde canes, aliaque illuc illata animalia enecat, si diu illuc detineantur (1). Ex his, aliisque innumeris experimentis colligitur animalium respirationi hoc fluidum esse valde noxium; pulmones enim maximopere irritat, inflammationemque in ipsos inducere valet (2). Nocet praeterea combustioni; extinguit namque titiones ardentes; in eoque flamma candelae primum sensim minuitur, deinde statim evanescit. Sensibilem habet aciditatem, ut ejus sapor ostendit: hinc quibus commiscetur aquis, acidulas reddit; et heliotropii tincturam rubro colore inficit, id quod acidorum proprium esse diximus (444); unde Bergman *acidum aereum* illud appellari voluit. Plurimam habet cum hydrogenio, ac proinde cum aqua affinitatem; et gas hydrogenium, quo ad illuminandas vias Urbium praecipuarum utuntur, nonnisi ex carbonibus fossilibus extrahere solent; unde nomine *hydrogenii percarburati* dignoscitur (3). Denique ipsum esse *antisepticum*, seu

(1) Poli Loc. cit. Art. II. n. 1069.

(2) Hinc facile intelligitur cur plures referantur interiisse ob respirationem aeris cubiculi alicujus ex omni parte clausi, in quo carbones accensi detinebantur. Patet etiam, aerem in angustis carceribus, in theatris, ubi plurima habetur hominum frequentia, et candelae multiplices accenduntur, in Nosocomiis, in aegrotorum vel etiam sanorum hominum clausis cubiculis valde noxium esse. Aer enim inspiratus sensim expoliatur gas oxygenio, quatenus hujus pars jungitur carbonio et hydrogenio sanguinis in pulmonibus existentis, et cum priore generat gas acidum carbonicum, cum altero aquam, sive humidum quoddam aereum; adeoque aer expiratus constat azoti superstiti portione, gas acido carbonico, et aqua; quae omnia respirationi sunt infesta. Hinc hominum in memoratis locis commorantium valetudo sensim deficit, ac vita ipsa periclitatur.

(3) Diversi generis substantiae adhibentur, ut gas illuminationi inserviens, *gas-light* ab Anglis vocatum, obtineri possit. Lebon Galliae Architectus illud omnium

antiputridum Medici docent. Observatione enim constat, carnis putridae frustum in amplo vase ejusdem gas pleno occlusum, post duos vel tres dies recens et rubicundum apparere, nec foetorem emittere. Hinc lanius quidam, ut refert Poli (1), Londini in Anglia carnem vaccinam mortuam aliquot diebus a putrefactione immunem servare consueverat eo artificio, ut bis vel ter quotidie eam aqua gas acido carbonico saturata ablueret, paullulum dumtaxat immutato colore et sapore. Reliquas ejus medicinales proprietates vide in Poli art. citato, et alibi passim.

454. De reliquis simplicibus elementis tum non metallicis, tum metallicis, brevi expediemur, quum ad nostrum finem amplior tractatio nihil conferat.

1. *Sulphur* omnibus notissimum est. Aliquando purum habetur, praecipue apud vulcanos actu ignivomos, vel saltem nondum totaliter extinctos, ut in *Sulphatara* prope Puteolos; saepius vero invenitur crystallizatum, vel cum metallis combinatum, puta cum ferro, cupro, plumbo etc. Combinatur etiam cum oxygenio, ut in acidis *sulphorico* et *sulphuroso*, quorum illud notius est sub nomine *olei vitriolici*; istud vero nihil aliud est, nisi gas quoddam

primus oblinuil ex combnatione carbonis in vasis clausis. Murdoc in Anglia, nbiprimum haec illuminandi ralio adhiberi caepit, ex carbonis lossilis combustione illud extricavit. Taylor apparatum excogitavit, quo ex oleis corruplis, el ex adipibus illud erui potest; lux autem ex hoc gas emanans, magis rutilat, quam illa, quse ex gas, quod mediis jam antea memoratis oblinetur, procedil. Schwartz in Suecia oleum picis adhibuit, qood antea nullius esse momeoti ibidem putabatur. In oostris regiooibos adhiberi possent ligoa resinosa: adhibentur aulem ut plurimum carbones fossiles. Gas, quod ex omnibus his substantiis obtinetur, nihil aliud est nisi *gas hydrogenium carbonatum*, quod quum aliis quibusdam substantiia sit permixtum, ab iis, ut illuminatiooi inserviat, purificari debet. Substantiarum decompositio pro gas oblioendo in retortis, vel in cylindris ex *ghisa cinericea* fornaci impositis peragilur, ex quibus, tuborum ope, io apparatus illo purificando (destioatus, ac deinde in *gassometrum* (383) introducitur. Gassometro plures lubi adoexi sunl, qui per subterraneos cuniculos in urbium viis, plaleis, ac domibus derivantur. Extremae tuborum parles, e quibus gas in apertum aerem prosilit, e plumbo confici soleot, tum quia facilius pro diversis usibus flecti, lum quia validius adferruminari possuot. Eorum diameter, in ea parte ubi cum aere aperto communicaot, 8 vel 10 lioeas non excedit, ac diversimode terminantur, ut flamma inde egrediens diversas ac speciosas formas recipiat. Ut flamma sit vividior, neque vento dissipetur, extremo tuburum ori vilreus tubus amplioris diametri impooitur. Gas pro viis illuminandis omnibus aliis illuminandi modis praefertur, tum quia lucem vividissimam ac uoiformem emittit; tuoi quia ejus flammam dirigere pro lubitu possumus; tum denique quia nullum adest incendii periculum; quum eoim nullum hic adhibealur ellychnium, nuoquam timendum est, ne scintillae (quae in ordinariis lucernis ex circumfusi aeris humore, et crassitie aliquaodo in quamdam fungorum similitudinem cumulaotur) erumpant, et incendium producanl. In Anglia, Suecia, et alicubi, hoc gas non modu per tubos distribuitur in viis, ac domibus illuminandis, verum etiam venuodari solet in gassumetris gestatoriis, seu in cupreis tubis compressum, ut quilibet eo ad illuminandas domos uli possit eliam in iis locis, in quibus tubi ex gassometro prodeuotes non pertingunt. Vide Scarpati *Conoscenze elementari di Fisica e Chimica* Vol. II. pag. 406. etc.

(1) Fisic. Sperim. Lez. XIV. Arl. 811. n. 1090.

graveolens quod evolvitur in sulphuris exustione. Invenitur quoque in vegetabilibus, et praecipue in leguminibus. Ubi sulphur cum hydrogenio combinatur, *gas hydrogenium sulphuratum* efformat, cujus sapor, et odor similis est sapori ovorum putridorum, ut videre est in quibusdam aquis naturaliter sulphure infectis. Ejus usus plurimum praestat in curandis erpeticis morbis; mixtum autem adipe adhibetur ad curandam scabiem, ope frictionis euternae.

2. *Phosphorus* ita dictus est, quod in tenebris lucem emittit, a φως, lux, et φερω, fero. In tribus naturae regnis abundat, sed numquam purus habetur; in quo statu diaphanus apparet, colorem aliquantulum flavum induit, et odorem allio similem emittit. Phosphorus Kunkelii ex hominis sani urina recenti ad ignem ope distillationis paratur: ejus proprietas est ut non modo interdiu, noctuque luceat, verum et comburendi vim habeat. Sunt alia phosphori genera tum naturalia, tum artefacta; sed de his consule Chemiae tractatores.

3. *Fluor* habetur tantum cum variis corporibus combinatum, in mica, ex. gr., in animantium ossibus, in dentium superficie, in spatho fluore etc: ob vehementem enim actionem, quam in vasorum superficiem exercet, admodum difficulter in statu puro haberi potest; quamvis in Biblioth: Universali Mense Martio 1838 enunciatum fuerit a Chemicis fratribus Knox eductum fuisse purum, et in statu gassoso.

4. *Bromium* in aqua maris invenitur cum magnesio combinatum. Est liquidum volatile, foetidum (inde nomen a βρομος), amari saporis, et inter venena aduumeratur: ad temperaturam graduum — 20.° thermometri centigradi congelari solet, colorem plumbi assumens, ac splendorem quasi metallicum: ebullit vero ad gradum + 50.° Detectum fuit a Balard anno 1826. Sed nihil iu eo immoramur, quia ad rem nostram non pertinet.

5. *Chlorum* est gas abundanter in corporibus diffusum, ac praecipue in sale communi, unde extrahi solet. Ita appellatum fuit a vocabulo graeco χλορος, quod *viridem colorem* significat, quamvis ejus color sit ad flavum inclinans. Ejus pondus specificum est 1,47. Si purum respiretur, tussim prius excitat, deinde sanguinis sputum, demum vitam animantibus adimit: combustionem plurium corporum fovet: aliquos colores vegetabilium ac animantium destruit. Destruit etiam effluvia odora tum vegetabilium, tum animantium, adeoque et pestilentiales exhalationes: hinc *aquam chlori* adhibere solent ad aerem mephiticum purificandum, ad putrefactas materias destruendum, denique ad lavandum omnes supellectiles, in quibus morbi alicujus contagiosi germen inesse suspicetur. Adhibetur etiam ad dealbandum tum telas bombyceas, et sericas, tum scruta dum aqua coagmentantur ad chartam conficiendam; tum denique

ad restituendos libros nigro colore ob vetustatem obductos etc. Plura sunt corpora, quae cum chloro combinantur: metalla quaedam in eo comburuntur, lucem, et caloricum evolvendo; inde *chlorura metallica* efformantur. Lux *chlorurum argenti* nigro colore inficit. Si chlorum aequali quantitati gas hydrogenii uniatur, acidum efficacissimum efformat, quod *acidum hydrochloricum* appellatur.

6. *Jodium* ut plurimum in statu solido habetur, squamis crystallinis efformatum: chloro est simile tum odore, tum aliis quibusdam proprietatibus: ad contactum aeris atmosphaerici evaporatur; et quia vapores inde effluentes colorem violaceum induunt, factum est ut Jodium vocaretur, a ἰωδής, *violaceus*. Detectum fuit Parisiis a quodam Curtois sodae fabricatore. Cum oxygenio combinatur duabus diversis proportionibus, efficitque *acidum iodicum*, et *oxyjodicum*. Vapor *Jodi* praeterea cum argento combinatum *jodurum argenti* efficit, flavi coloris: in quod, sicut et in chlorurum argenti lux suam exercet chemicam actionem, ut videbimus in Optica, ubi de recentissima Daguerri inventione loquemur. Jodum in medicina sanandis strumis utiliter adhibetur. Orphila inter substantias venenosas illud recenset.

Animadvertendum, quatuor has substantias, *bromium* nempe, *fluorem*, *chlorum*, ac *jodium* singulari proprietate prae coeteris Chemicis elementis gaudere, qua *sales* efforment statim ac cum metallis combinantur absque oxygenii interventu: quare inter corpora, quae Berzelius *alogenia*, nempe *sales generantia*, vocari contendit, recenseri solent.

7. *Borum* eodem fere tempore detectum fuit a Davy in Anglia, et a Gay Lussac et Thenard in Gallia. Ita dictum fuit, quia extrahitur ab *acido borico*, quod in compositionem cujusdam salis *boracis* dicti ingreditur. Obtinetur sub specie pulveris subnigri coloris ad viridem inclinantis; nullam patitur immutationem neque ab aqua ebulliente, neque ab acidis, praeterquam ab acido nitrico et aqua regia, quorum absorbens oxygenium, in acidum boricum transmutatur.

8. *Silicium* est substantia, ex cujus maxima parte cortex nostrae terrae constituitur. Nomen recipit a *silice*, cui praecipuam materiam illa suppeditat. Reperitur etiam in substantiis organicis: in vitri compositionem ingreditur, unde veteribus sub *vitrescibilis* nomine etiam innotuit; magnamque habet cum *boro* analogiam.

9. *Arsenicum*, *Selenium*, et *Tellurium* ab aliquibus inter metalla enumerantur: sed quum nihil ad praesentem institutionem conferant, rem in medio relinquimus.

CAPUT SECUNDUM

DE SUBSTANTIIS METALLICIS.

455. Metalla, ut diximus (446), sunt corpora quaedam dura, opaca, ponderosa, ductilia, quae electricum et caloricum conducunt, et dum poliuntur, splendorem proprium, qui *metallicus* dicitur, ex lucis reflexione concipiunt. His eorum proprietatibus, quae *physicae* dici possunt, accedit ea, quae ad Chemiam praecipue spectat, qua nempe fit, ut cum oxygenio, cum corporibus combustibilibus non metallicis, ac inter seipsos combinari valeant. Hinc est quod raro admodum in statu puro metallico inveniantur, seu in statu, ut ajunt, *nativo*; sed semper sub aliqua ex his combinationibus reperiuntur tum in fodinis, quae proprio nomine *Miniere* vocantur, quaeque non modo in montibus, ubi frequentius, ac facilius; sed etiam in vallibus, in planitie, in terrae visceribus, in fluminum sabulo, et in lacuum fundo reperiuntur. A veteribus metalla *composita* putabantur ex quadam terra metallica, et ex *phlogisto*; a recentioribus vero, et meliori sane calculo, *simplicia* putantur, quia etsi in multorum corporum, ac praecipue in terrae compositionem ingrediantur, nullum tamen adest indicium, ex quo composita putari debeant. Quodvis minerale metallicum cum aliquo corpore extraneo conjunctum, quod communiter appellant *ganga*, saepe saepius reperitur; a quo ante omnia Chemici illud extricare solent repetitis vicibus illud diluendo et defundendo. Minerale metallicum e *ganga* extricatum *matrix* (*matrice*) vocatur.

456. Ars extrahendi metalla e fodinis, *metallurgiae* nomine venit. Ratio vero, qua determinari potest tum metalli quantitas, quae in aliqua fodina reperitur, tum modus, quo ex ea erui debet, *docimastica* dicitur; eaque in docimasticam *via humida*, et docimasticam *via sicca* distinguitur, quarum operationum utraque uno eodemque tempore, at diverso vasorum apparatu saepius institui debet. Major metallorum numerus, in temperaturis, quae consuetas haud maxime excedunt, ferre valent liquationem, quae sub *fusionis* nomine vulgo innotescit. Fundi autem possunt tum in fornacibus, tum in *crucibulis* (*nei crogiuoli*), in quibusdam nempe vasis ex puriori allumina, quae in ductilem massam cum aqua facile subigitur, et satis refractaria est, ac ignis vehementioris vim ferre potest, extructis. Metalla hoc modo fusa in crucibuli fundo reperiuntur, a substantiis quibusdam fragilibus, ac spongiosis, quae *scoriae* appellantur, semper cooperta.

457. Metalla differunt inter se colore, odore, sapore, et pondere; ex iis enim quaedam sunt alba, quaedam vero rubra, coe-

rulea, cinericea etc. Differunt etiam ex eo, quod quaedam prae aliis sunt malleabilia, ductilia, et magis, vel minus frangi possunt: arsenicum ex. gr. et antimonium malleo percussa franguntur. Quaedam usque ad datum terminum distenduntur, quin frangantur; sed repetitis ictibus potius fenduntur: quaedam denique maxime, ut aurum, ductilia, et malleabilia sunt. Discriminantur praeterea ex varia duritie, ex cohaerentia, et ex gravitate specifica; potassium ex. gr. est aqua specifice levius; platini vero pondus specificum est ut 22:1. Ingens discrimen metallorum patet quoque ubi igni exponuntur: omnia siquidem metalla fundi, seu ad liquidum statum redigi possunt, quo in statu propriam singula opacitatem servant; pro hac liquefactione tamen adeo diversa calorici quantitate egent, ut mercurius, ex. gr., in statu liquido permaneat in temperatura ordinaria, et usque ad gradum — 38.°, dum platinum non funditur, nisi ea calorici quantitate, quae vel speculo caustico producitur, vel a flamma gas hydrogenii in gas oxygenio excitata gignitur; pro reliquis vero metallis fundendis calorici quantitates his intermediae requiruntur. Quaedam antequam fusionis punctum pertingant, emolliuntur, uti sunt ferrum, et platinum; ex quo fit, ut sic emollita adferruminari possint.

458. Metalla caloricum, et electricum quam optime conducunt, quamvis diverso gradu. Argentum, aurum, et cuprum in supremo gradu hac proprietate pollent; platinum, et ferrum in gradu infimo. Quaedam ex iis oxygenium, etiam in ordinaria temperatura absorbent: *ferrum* ex gr. et *zincum* rubigine corripiuntur statim ac humido aeri exponuntur; *rubigo* autem nihil aliud est, nisi ferri oxydum: *plumbum, cuprum* etc. metallicum splendorem amittunt, ac plenius *oxydantur* ubi aeri in temperatura elatiore exposita diu detineantur: at *aurum*, *argentum*, et *platinum* numquam oxydantur, quamvis ingenti calorico subjiciantur. Conjungi, seu *combinari* facilius solent cum sulphure, phosphoro, carbone, et quibusdam combustibilibus non metallicis, unde diversa oriuntur composita. Chalybs, ex. gr. nihil aliud est, quam ferri cum carbone combinatio. Metalla sic combinata efficiunt id, quod *connubium metallicum*, seu *alligatio*, vulgo *lega* vocatur; excepto uno *hydrargirio* sive *mercurio*, cujus alligatio cum coeteris metallis specificum *amalgamae* nomen retinet.

459. Alligationes usitatiores sunt *aurichalcum* (*l'ottone*), quod ex duabus cupri partibus, et ex una zinci componitur. Partes aequales cupri et zinci alligationem efficiunt, quae *similoro* vulgo appellatur. Alligatio ex 16 cupri partibus composita, ex 7 platini, et una zinci est auro simillima. Aes, seu metallum, quod campanis fundendis adhibetur, constat ex 80, vel 75 cupri partibus, et ex 20 vel 25 stanui. Plumbi quatuor partes, et una antimonii, quibus

parum cupri aliquando admiscetur, alligationem efficiunt, ex qua typographici characteres efformantur. Argentum, et aurum, quod in cudendis nummis, vel aliis utensilibus splendidioribus utuntur, semper aliquantulam cupri portionem continent sibi alligatam; alioquin essent adeo mollia, ut unguibus signari possent, nec typos impressos diu servare valerent: ratio autem inter pondus specificum portionis metalli praetiosioris, quod in alligatione continetur, et pondus totius alligationis *titulum* vocatur. Sic virga argenti cum cupro ita permixti, ut pondus cupri sit $\frac{1}{10}$ ponderis hujus mixturae, titulum $\frac{9}{10}$ habere dicitur. Id etiam de *titulo* nummorum aureorum, vel argenteorum intelligendum est. Alligationum color a metallorum, quae alligantur, nullo modo pendere videtur. Eodem modo alligationes aliquando facilius funduntur, quam singula metalla, ex quibus conflantur. Sic alligatio D. Darcet, quae ex octo partibus bismuthi, ex quinque plumbi, et tribus stanni constat, funditur calore aquae ebullientis; dum singula metalla alligata intensiori calore egent, ut seorsim fundantur. Metalla denique, eorumque alligationes tum agriculturae, tum artibus, tum domesticis ac quotidianis usibus quibusque maximo adjumento esse, res est omnibus obvia, ac notissima. Inter ea praecipuum locum obtinet ferrum, ut cuique compertum est.

460. Metallorum enumerationem habes in tabula superius (440) posita. Eorum, quae praecipue in usum veniunt, rapidam descriptionem hic afferemus; de reliquis silemus, ne Physicam in Chemiam convertere videamur.

461. Metalla, quae hominum usibus magis inserviunt, sunt *aurum*, *platinum*, *argentum*, *cuprum*, *stannum*, *plumbum*, ac *ferrum*. 1. Inter omnia autem metalla principem locum qualibet aetate apud omnes populos *Aurum* semper obtinuit, ideoque *rex metallorum* appellari etiam solet. Est flavi coloris, ponderosissimum, caeteris omnibus flexibilius, ductilius, tenacius. Igne violentissimo ac diuturno imminutionem non patitur; nullam, ut diximus (458), contrahit rubiginem: solaribus tamen radiis in speculi ustorii foco collectis fit volatile. Solvitur in *aqua regia*, et facillime cum mercurio, et cum argento alligatur. In Asia, et America meridionali copiosius effoditur: suntque flumina, ut Ganges, Pactolus, Rhenus, etc. quorum arenis nonnihil auri admixtum perhibetur. Ingentem auri quantitatem paucis abhinc annis extractam fuisse a Californía, quae idcirco *Regionis auriferae* nomen accepit, lippis et tonsoribus hodie notum est. Auri sinceritatem designant artifices voce *Karat* (carato), quae vigesimam quartam semper massae aureae partem significat. Quando purissimum est aurum, (quod vel raro, vel numquam accidit) tunc italice dicitur *oro di 24 carati*: si autem $\frac{1}{24}$, $\frac{2}{24}$ parte imminutum fuerit, tunc vocatur *oro di 23 carati*,

oro di 22 *carati.* Auri usus est multiplex. In folia redactum, vel in mercurio, aut aqua regia solutum inaurandis iis omnibus corporibus inservit, quae ab aeris, et humidi atmosphaerici actione praeservare cupimus. In fila tractum, et extensum pulcherrimis sericis pannis intertexitur. Cum cupro, vel argento alligatum in aureis nummis cudendis adhibetur; haec alligatio italice dicitur priori casu *caratura rossa*, posteriori vero *caratura bianca*, ita ut aurum in nummos redactum aliquantum cupri, vel argenti semper in se contineat.

462. *Platinum* est metallum, quod ab auro ex majori pondere, et colore solummodo distinguitur, ideoque *aurum album* appellatur. Insolubile est in quovis acido, excepta dumtaxat *aqua regia*. Effoditur sub squamarum specie, vel ut grana nigrescentia, arenis, atque aliis mineralibus admixtum. Reperitur in America Meridionali, et praecipue in Peruviana Provincia Quito, ubi anno 1748 Ant. Ulloa illud detexit, nec non in Brasilia, et in Siberia prope montes *Urali*, ubi anno 1824 repertum fuit. Ejus usus in Physica, Chemia, et artibus est multiplex, propterea quod difficulter oxydatur, aut funditur. Eo itaque utuntur pro construendis virgis Franklinianis ad fulmina arcenda destinatis, pro magnis Pilis Voltae efformandis, pro crucibulis, vel capsulis conficiendis, in quae acida, vel sales nullam actionem exerceant. Denique quum aeri, aquae, et igni efficaciter resistat, in signis, vel imaginibus cudendis, quae vel remotissimae posteritati transmitti debent, etiam adhibetur.

463. *Argentum*, quod omnibus est notissimum, reliqua omnia metalla, post aurum dignitate vincit, ac pretio. Aerugine aeque ac aurum non absumitur, quamvis aeris contactu ejus superficies obfuscetur et facile nigrescat. In omnibus Terrae partibus existunt argenti fodinae, sed ditiores sitae sunt in America, et praesertim in ea Peruviana regione, quae dicitur *il Potosi*. Argenti fodina *Salseberyt in Svecia* singulare praebet spectaculum; tantae enim est amplitudinis, ut subterraneae civitatis argenteae imaginem referat. Argentum in *aqua regia* dissolvitur. Si haec solutio leni evaporatione exiccetur, deinde modico calori intra crucibulum exponatur, facile liquescit, et colorem induit subnigrum: tunc frigore concreta in massam abit, quae *lapis infernalis* dicitur, ob maximam, qua pollet causticitatem: hujus apud Chirurgos frequens est usus ad consumendas ulcerum carnes, nascentem cancrum, omnesque externas morbosas excrescentias. Argento multipliciter utimur: quum enim aerugine non absumatur, nec ab acidis vegetabilibus inficiatur, adhibetur in vasibus sacris, aliisque utensilibus conficiendis, quorum usus est obvius. Cum cupro alligatum cudendis argenteis nummis inservit; in laminis, vel foliis exilissimis redactum cupro vel aurichalco colorem argenteum inducendo adhibetur; in fila di-

slentum pannorum texturae inservit; cum aequalibus partibus stanni et bismuthi fusum, atque mercurio emollitum, *argentum musivum* efformat, quo in ovi albumine soluto characteribus argenteis in charta efformandis, vel lignis aut telis argento obducendis utimur.

464. *Cuprum* a veteribus *cyprum* dictum, quia ab insula Cypri extrahebatur, est metallum adeo ductile, ut exiles chordae ex eo efformentur; valde elasticum, ac proinde sonorum; malleabile, ac tenax; coloris rubro-flavi; facile funditur; solvitur in acido sulphorico et nitrico, eaque solutio in amoenum colorem abit, qui *viride aeris* (verde rame) dicitur. Abundat in Siberia, in Germania, Hungaria, Anglia, sed nullibi magis, quam in Suecia, et Norvegia. Ejus usus late patet: ex eo namque quamplurima artium instrumenta, et praecipue vasa culinaria conflantur; etsi inde plurimum immineat periculi; quaevis namque ejus solutio vim habet emeticam, quae vomitum, et ventris tormina excitat. Et quamvis communiter ab illo incommodo tutos nos praestet stannum, quo interior hujusmodi vasorum superficies illinitur; aliquando pejus est malo remedium, siquidem tenuissima ista stanni lamella facile conflari, et acidis ipsa pervadi potest. Ex cupro aliis substantiis temperato fiunt composita, quae ipsum pretio superant. Fusum cum zinco dat mixta italice dicta *ottone*, o *rame giallo*, *tombac*, *similoro*, *princisbecco* (459). Ubi cum stanno, et aliquantula zinci parte sociatur, inde coalescit mixtum maxime sonorum, quod *aes* (*bronzo*) appellatur, ex quo fiunt tintinnabula, statuae, numismata, et bellica tormenta.

465. *Ferrum* est metallum densum, post platinum omnium durissimum, elasticum, malleabile, ac tenacissimum, ita ut in tenue filum ductum ingens pondus sustinere valeat. Reliquis metallis difficilius ad ignem funditur post candescentiam. Aeris sicci oxygenio expositum, nullam patitur mutationem, sed ab aere humido, et ab aqua *oxydatur*, seu rubiginem contrahit: in priori casu *protoxydum ferri* (*ocra gialla*) efficit, in posteriori autem *deutoxydum ferri* (*etiope marziale*) efformat. Ab acido sulphurico, muriatico, et nitrico facile solvitur. Attrahitur a magnete, et vim magneticam in se excipit. Cum stanno sine labore alligatur, ita ut in tenues bracteas extensum, quae stanno illinuntur, ne rubiginem contrahant, ferrum album, vulgo *latta* efficiat. Ferrum quadam praeparatione igni vehementissimo expurgatum, et certo modo temperatum in *chalybem* (acciajo) convertitur. Cum aliis metallis difficile alligatur; cum mercurio numquam. Quum Naturae Auctor innumeras, et utilissimas ferro proprietates indiderit, illud etiam liberalius in terrae visceribus disseminavit, ita ut ubique locorum occurrat, ac praecipue in Europa, ubi suas quaeque regio ferri fodinas habet. In fodinis reperitur modo terra veluti incrustatum, modo crassioribus

arenis permixtum. Postquam non sine multo labore ab extraneis partibus segregatum fuit, ope ignis violenti et alicujus acidi liquatur, quo in statu per plures horas retinetur; deinde in formas ex arena conflatas funditur, in quibus concrescit in massas, quae *ferrum fusum* (il ferro fuso) constituunt. Ut autem accuratius hoc primum ferrum repurgetur, iterum liquatur, et longis virgis ferreis agitatur: deinde incudi impositum, assiduis tunditur ingentium malleorum ictibus, inde ad fornacem refertur, ubi incalescit donec candescat; tunc incudi redditum, nervosis fabrorum brachiis elaboratur, et cuicumque formae sese accommodat. Ejus utilitas est adeo perspicua, ut hac ratione inter caetera metalla principem locum sibi vindicet: ex eo quippe vel fuso, vel expurgato, vel in chalybem redacto artes omnes tum mechanicae, tum liberales instrumenta mutuantur, quae ipsis necessaria sunt, ut suum finem assequantur. Aurum, argentum, aliaque metalla nihil nobis profutura essent, si ferrum nobis deficeret, cujus ope in nostros usus ea converterentur: caetera namque metalla contra se invicem adhibita mollescunt, et hebetantur; ferrum unice ea domat, et tractat imperiosius.

466. *Stannum* est metallum coloris albescentis, sed qui facile obfuscatur; omnium metallorum, de quibus hic loquimur, levius; et, plumbo excepto, mollissimum. Ab igne valido facile funditur: cum omnibus metallis, si plumbum excipias, copulari amat, sed praesertim cum ferro, et cupro, quorum primum reddit magis malleabile, et alterius elasticitatem auget. Ab acidis, praesertim muriatico, facillime solvitur. Passim in Europa, ac in Neapolitano Regno invenitur. Varii sunt ejus usus. Ex eo conficiuntur diversi generis vasa; in æris compositione suas habet partes: vasis cupreis illinendis destinatur; cum plumbo mixtum fabricandis musici organi fistulis inservit. In calcem redactum id gignit, quod vocant *stagno calcinato*, quod utiliter artifices adhibent, ut opera sua expoliant. Denique cum mercurio consociatum *amalgama* efformat, qua pars speculorum postica obducitur, unde fit ut speculum objecta nobis exhibeat, radios ex iis profectos sistendo, et reflectendo.

467. *Plumbum* est metallum cinerei coloris, valde flexibile, et malleabile, minimae tenacitatis, levi calore liquescens. Oxygenium aeris sicci, et frigidi nullam in ipsum exercet actionem; aere autem humido et calefacto in oxydum subflavi coloris (*massicot*) facile convertitur. In acido nitrico facile solvitur. In sui fusione obducitur quadam veluti calcis cinereae superficie, quae deinde flavum colorem induit. Si fusuram igne vehementiori urgeas, haec scoria in colorem rubrum transit, et *minium* efficit, cujus usus plurimus est in pictura. Reperitur plumbum in Insula Madera, in America

Meridionali, et in Vesaevo. Hominum utilitati plurimum inservit. In bracteas ingentes diductum, Ecclesiarum vel aliorum aedificiorum fornicibus cooperiendis adhibetur. Cum stanno permixtum, *peltrum* efformat, ex quo conficiuntur cochlearia, lances, aliaque culinaria vasa, nec non retortae et capsulae evaporationi inservientes, quibus Chemici utuntur. Cum antimonio fusum (459) fabricandis litterarum typis inservit· ex apta plumbi et stanni temperatione producuntur musici organi fistulae (466). In oxydationis statu compositionem eorum vitrorum ingreditur, quae ab Opticis *crown et flint* vocantur; maltham pro vasis terreis illinendis efformat, et Picturae vividiores colores flavos, aurantes, ac rubeos praebet.

468. *Hydrargirum* (*argento vivo*, *mercurio*) est metallum coloris albicantis, fluidum instar plumbi liquefacti, nec tamen madefaciens. Ex frigore naturali vel intensiori nihil acquirit soliditatis; solidatur autem ad thermometri cent. gradum—39.° Ab aeris oxygenio nullam mutationem experitur, si in quiete teneatur; ubi vero agitetur, leviter oxydatur, coloremque subnigrum induit, id quod est *mercurii protoxydum*. Calefactum, et agitatum in aeris contactu colorem rubrum excipit, et *deutoxydum mercurii* (precipitato rosso) appellatur. Cum omnibus metallis consociatur (*si amalgama*), difficulter cum cupro, levissime cum ferro. Invenitur suis in fodinis (quae Idriae in Foro Julii, Almaden in Hispania, Morsken in Norvegia, denique in Sicilia existunt) aliquando purus, et liquidus, sed plerumque in alienis substantiis involutum, a quibus per evaporationem expurgatur. Eo utuntur Physici in barometris, et thermometris construendis; et Chemici in colligendis iis gas, quae in aqua facile solvuntur, loco aquae mercurio implent apparatus hydro-pneumaticos. Ejus amalgama cum auro vel argento artibus inservit pro inaurandis, vel argento obducendis aliis vilioribus metallis: cum stanno sociatum speculorum *amalgama* efficit, ut diximus(466)—Sed haec sufficiant. Qui plura cupit, adeat *Institutiones Physico Chemicas* P. Pianciani, et Physicam Scarpati, cui titulus *Conoscenze elementari di Fisica e Chimica*. Legere etiam poterit *Davy Elements de Philosoph. Chim. traduits de l'anglais par Van Mons*; *Dumas* tum *La Chimie appliquée aux arts*, tum *Leçons sur la Philosophie Chimique*, tum *Essai de Statique Chimique des êtres organisés*; Annales Chemiae et Physicae cura et industria DD. *Gaylussac*, *Arago*, *Dumas*, *Boussingault*, et *Regnault* gallico sermone conscriptos hoc titulo: *les Annales de Chimie et de Physique*; denique Chemiam DD. *Berzelii*, *Liebig*, *Brugnatelli*, et *Sementini* etc.

TABULA

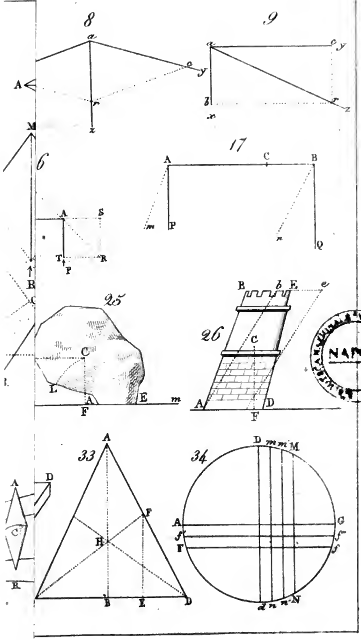
CUJUS IN NUM. 337 FIT MENTIO; CONTINENS SCILICET NONNULLORUM CORPORUM TUM SOLIDORUM, TUM LIQUIDORUM GRAVITATES SPECIFICAS, QUAE AD AQUAM DESTILLATAM, TAMQUAM AD UNITATEM REFERUNTUR.

Platinum	22,669
Aurum purissimum .	19,362
Iridium	18,600
Tungstenium . . .	17,600
Mercurius	13,598
Plumbum	11,352
Argentum purum . .	10,474
Bismutum	9,822
Cuprum	8,878
Molybdenium . . .	8,611
Aurichalcum tusum .	8.395
Arsenicum	8,308
Chalybs elasticissimus.	7,816
Ferrum tusum . . .	7,788
« fusum . . .	7,202
Stannum.	7,291
Zincum	6,861
Manganense. . . .	6,850
Antimonium . . .	6,712
Tellurium	6,115
Chromium	5,900
Iodium	4,948
Marcasita	4,589
Selenium	4,320
Adamas	3,531
Crystallus, quem *Flint-glas* Angli vocant. . .	3,329
Marmor Parium . .	2,837
Smaragdus viridis . .	2,775
Margaritae	2,750
Corallia rubra . . .	2,680
Crystallus montana .	2,653
Vitrum commune . .	2,488
Porcellana Sinensis .	2,385
« Europae .	2,145
Sulphur	2,033
Ebur.	1,917
Alabastrum	1,874
Phosphorum . . .	1,770
Phytantrax, seu carbo fossilis.	1,329
Succinum	1,078
Ligna	
Ebenum.	1,177
Fagus.	0,852
Taxus.	0,807
Oliva.	0,800
Abies.	0,757
Fraxinus.	0,745
Pomus	0,733
Tilia	0,604
Cupressus	0,598
Cedrus	0,561
Populus	0,383
Suber	0,240
Aqua destillata . . .	1,000
Aqua maris	1,026
Sanguis humanus . .	1,040
Lac bubulum . . .	1,030
Lac caprinum . . .	1,009
Vinum burdigalense .	0,994
Vinum burgundicum .	0,921
Oleum olivarum. . .	0,815
Oleum therebintinae .	0,870
Spiritus vini (*alcool*).	0,715

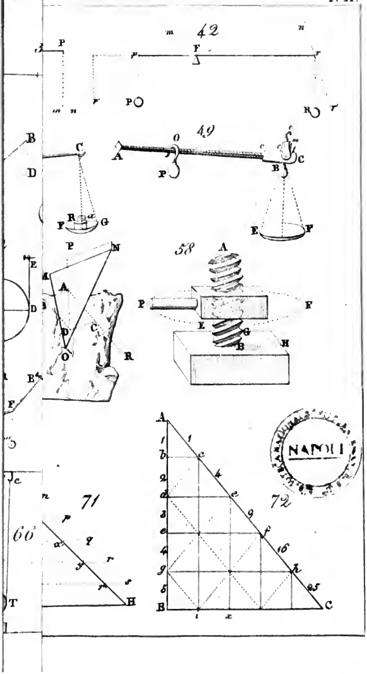
INDEX

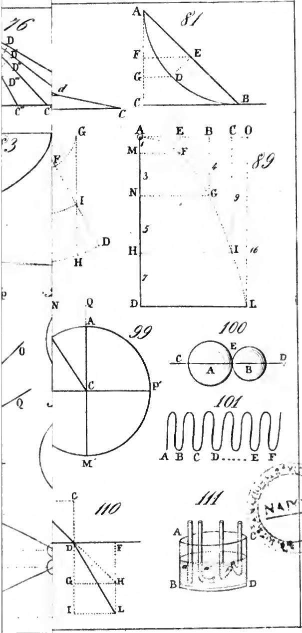
••

FINIS TOMI I.


8
9
6
17
25
26
33
34

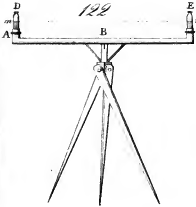
T. II.



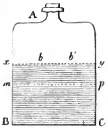

76
81
83
89
99
100
101
110
111

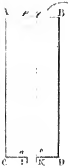


122

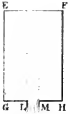


123

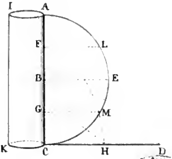




134



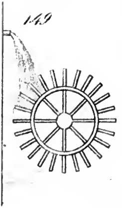
135



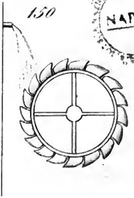
148

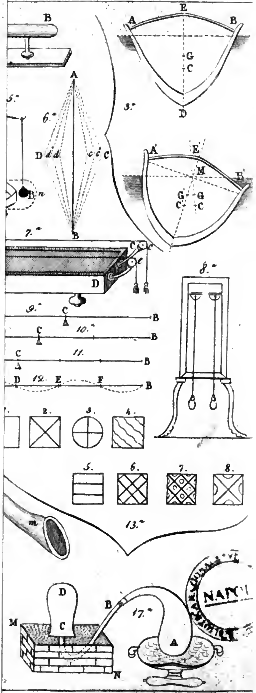


149



150





3.ª
6.ª
7.ª
8.ª
9.ª
10.ª
11.
12.
13.ª
17.ª